Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för I3 (TME061), 2020-10-09

Tid: 1400 – 1800 + 30 minuter för inskanning av lösningar **Lokal**: Distans

Lärare: Göran Brännare tel 7721364, email: goran.brannare@chalmers.se

Hjälpmedel: alla utom hjälp från annan person

Lösningar: Anslås på kurshemsidan 2020-10-10

Granskning: Tentamensgranskning kan ske 2020-10-30 via e-mail.

Betygslista: skickas in senast 2020-11-01

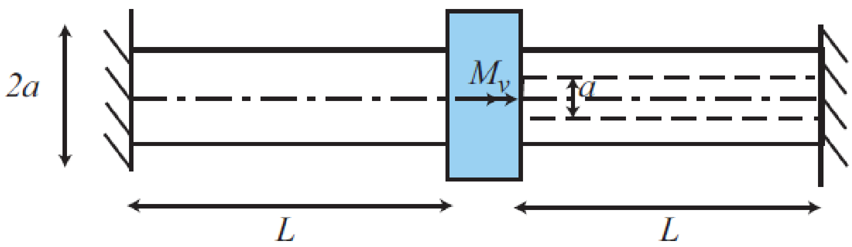
Poängbedömning: Maximal poäng på tentamen är 25 poäng. För att få poäng måste lösningen vara läslig och uppställda ekvationer klart motiverade. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren. Om hjälpmedel används vid lösning av problem skall referens och sidhänvisning anges.

Betygsgränser:
0-11 poäng: underkänt
12-15 poäng: betyg 3
16-19 poäng: betyg 4
20-25 poäng: betyg 5

Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för I3 (TME061), 2020-10-09

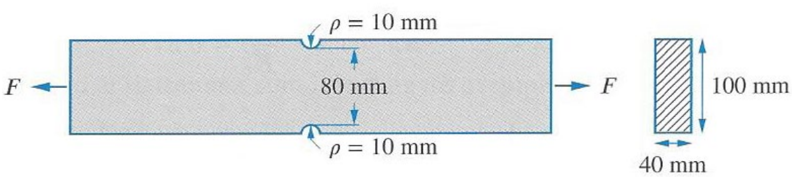
Uppgift 1 (5 poäng)

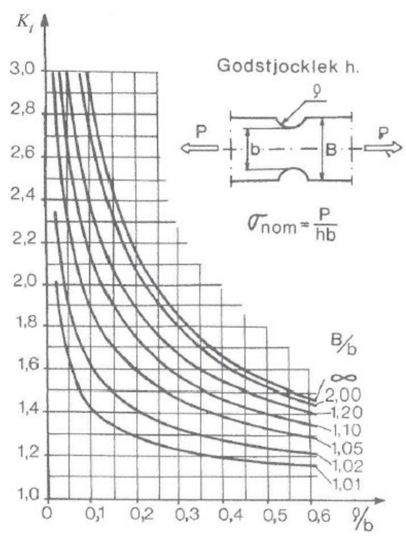
En axelkonstruktion består av två axeldelar av samma material (aluminium) fast med olika tvärsnitt enligt figuren. Båda axeldelarna har cirkulära tvärsnitt; den vänstra delen är solid med diametern $2a$ och den högra (ej tunnväggig) är ihålig med ytterdiametern 2a och innerdiametern a. Axeldelarna har samma längd L.
Axeldelarna sammanfogas med en stel skiva som utsätts för det vridande momentet M_v. Bestäm största vridskjuvspänningen som uppkommer i axelkonstruktionen.
Givna data: $G = 27 \cdot 10^3$ [MPa], $L = 9$ [m], $a = 110$ [mm], $M_v = 180$ [kNm].



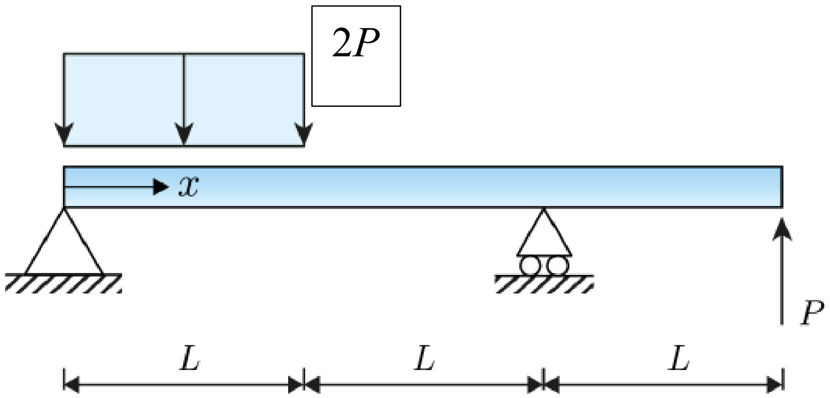
Uppgift 2 (5 poäng)
Man har med hjälp av finit element metod bestämt att spänningstillståndet i en punkt hos en belastad kropp är $\sigma_x = 216$ MPa, $\sigma_y = -67$ MPa, $\tau_{xy} = 51$ MPa och $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ uttryckt i ett koordinatsystem xyz. Från dragprov på materialet i kroppen vet man att flytspänningen för materialet är 300 MPa.
Beräkna effektivspänningen enligt Tresca och avgör om materialet plasticerar i den studerade punkten enligt Trescas flytvillkor.

Uppgift 3 (5 poäng)
En stång med rektangulärt tvärsnitt är utsatt för en axiell kraft F som varierar som
$F = F_0 + 0.5 \cdot F_0 \cdot \sin(\omega t)$.
Materialet i stången är SIS 1550-01 med brottgräns $\sigma_u = 540$ MPa. Stången är ej gjuten och har en maskinbearbetad yta. Finns risk för utmattning efter ett ändligt antal cykler om
$F_0 = 270$ kN ? Ledning: Använd Smith -Watson-Topper korrigering för medelspänning.





Uppgift 4 (5 poäng)
Balken i figuren belastas av en jämnt utbredd last med tyngden $2P$ och en punktkraft P. Beräkna och rita tvärkrafts- och böjmomentdiagram för balken. Extremvärden skall tydligt framgå.



Uppgift 5 (5 poäng)

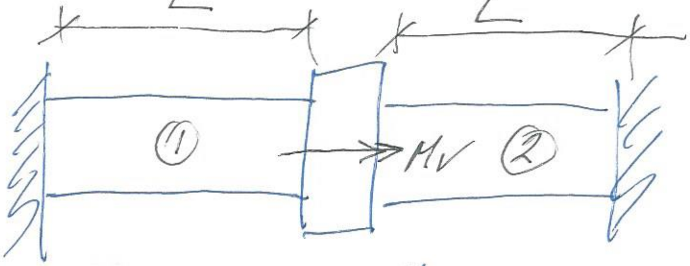
En cylindrisk skruvfjäder av stål skall dimensioneras för följande:

- Vid den maximala tryckkraften på 4000 N skall fjädern hoptryckas 160 mm och inget speciellt krav på luft mellan fjädervarven föreligger.
- Vridskjuvspänningen τ_v i fjädermaterialet får inte överstiga 640 MPa.
- Fjäderns medeldiameter D skall vara så liten som möjligt.
- Risk för knäckning enligt Eulerfall II.
- Fjädertrådens diameter d skall av tillverkningsskäl väljas till någon av stsndard-dimensionerna 8, 10, 12, 15, 18 eller 20 mm.

Bestäm fjäderdiameter D, tråddiameter d, antal verksamma varv n och ospänd fjäderlängd l_o.

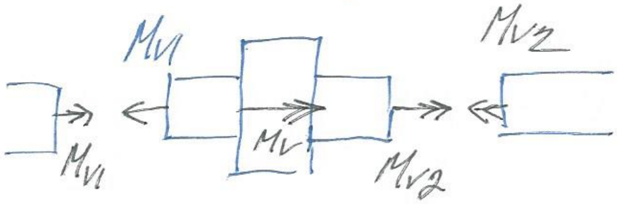
Hållf & maskinelement 201009

1)



1) solid
2) rör

Jämvikt:



→ för stela skivan $M_v - M_{v1} + M_{v2} = 0 \quad 1)$

Kompatibilitet (Geometri)

$$\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = 0 \quad 2)$$

Materialsamband

$$\Delta\varphi_1 = \frac{M_{v1} L}{G K_1} \qquad \Delta\varphi_2 = \frac{M_{v2} L}{G K_2} \qquad 3,4)$$

$$LBp\,56 \Rightarrow K_1 = \frac{\pi}{2} a^4 \quad K_2 = \frac{\pi}{2}\left(a^4 - \left(\frac{a}{2}\right)^4\right) = \frac{15}{32}\pi a^4$$

3), 4) i 2) ⟹

$$\frac{M_{v1}}{K_1} + \frac{M_{v2}}{K_2} = 0 \Rightarrow M_{v2} = -\frac{K_2}{K_1} M_{v1} \Rightarrow$$

$$M_{v2} = -\frac{15}{32} \cdot \frac{2}{1} M_{v1} = -\frac{15}{16} M_{v1} \quad 5) \text{ i } 1)$$

$$\Rightarrow M_v - M_{v1} - \frac{15}{16} M_{v1} = 0 \Rightarrow M_{v1} = \frac{16}{31} M_v$$

$$M_{v_2} = -\frac{15}{31} M_v$$

Hållf & maskinelement 201009

1) Lcts Största vridskjuvspänningen, LB s 57 →

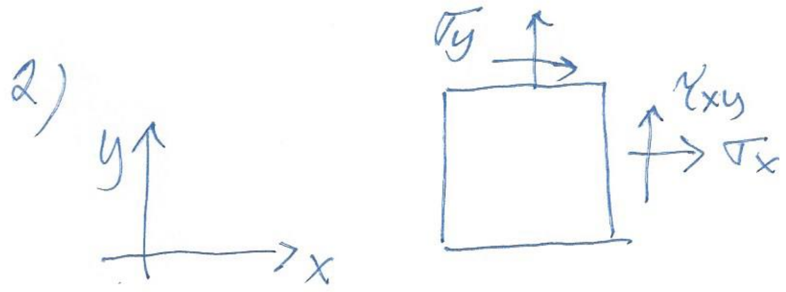
$$\tau_{max_1} = \frac{M_{v1}}{W_{v1}} = \frac{2M_{v1} \cdot a}{\pi a^4} = \frac{32}{31}\frac{M_v}{\pi a^3} = 44.4 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max_2} = \frac{M_{v2}}{W_{v2}} = \frac{2M_{v2} \cdot a}{\pi\left(a^4 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)} = -\frac{15 \cdot 32 \cdot M_v}{31 \cdot 15\pi a^3} =$$

$$= -44.4 \text{ MPa} \quad \underline{\text{samma}}$$

Hållf & mashinelement 201009

2)



$\sigma_x = 216$ MPa

$\sigma_y = -67$ MPa

$\tau_{xy} = 51$ MPa

övriga $\sigma_{ij} = 0$ inkl $\sigma_z = 0$

Effektivspänning enl Tresca LB s238 $\Rightarrow$

$$\sigma_{eT} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)$$

Huvudspänningar i xy planet, LB s172

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} =$$

$$= \frac{216-67}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{216+67}{2}\right)^2 + 51^2} = 74.5 \pm 150.4$$

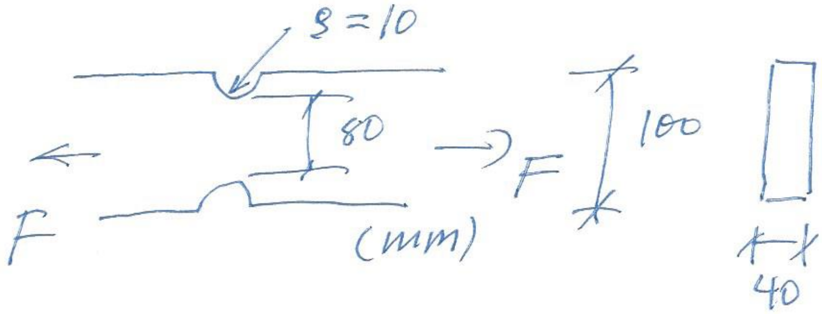
$\sigma_1 = 224{,}9$, $\sigma_2 = -75.9$ $\sigma_3 = 0$

$\sigma_{eT} = 300.8 \geq \sigma_s = 300$ MPa

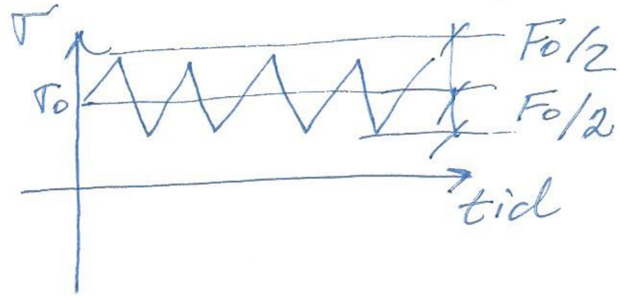
Det finns risk för plasticering

Hållf & mashinelement 201009

3)

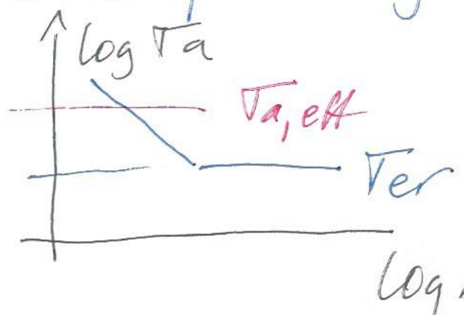


Belastning



$\sigma_0 = \frac{F_0}{A} = \frac{F_0}{40 \cdot 80}$

Oändlig livslängd (kompendium, materialutm)



$\sigma_{a,eff} \leq \sigma_{er}$

$\sigma_{er} = m_e \cdot m_d \cdot m_s \cdot m_t \cdot \sigma_e$ reducerad utmatningsgräns

där $\sigma_e = 0.5 \cdot \sigma_u = 0.5 \cdot 540 = 270$ MPa

m_e sid 9 $\Rightarrow$ drag-tryck $m_e = 0.85$

m_d sid 9-10 $\Rightarrow$ vi har spänningskonc. $m_d = 1$

m_s sid 10-11 $\Rightarrow$ maskinbearbetad yta $m_s \approx 0.79$

m_t sid 11 $\Rightarrow$ ej gjuten $m_t = 1$

$\Rightarrow \sigma_{er} = 0.85 \cdot 1 \cdot 0.79 \cdot 1 \cdot 270 = 181$ MPa

Hållf & maskinelement 201009

3) forts

Beräkna spänningsamplitud s 12

$\sigma_a = k_t \cdot \sigma_{nom}$

$\frac{s}{b} = \frac{10}{80} = 0.125$

$\Rightarrow k_t \approx 2.4$

$\frac{B}{b} = \frac{100}{80} = 1.25$

Korrigera mittspänning enligt SWT s 12

$$\sigma_{a,eff} = k_t \sqrt{(\sigma_a \cdot \sigma_{max})_{nom}} = k_t \sqrt{\sigma_0 \cdot 1.5\sigma_0} = 1.22\, k_t \sigma_0$$

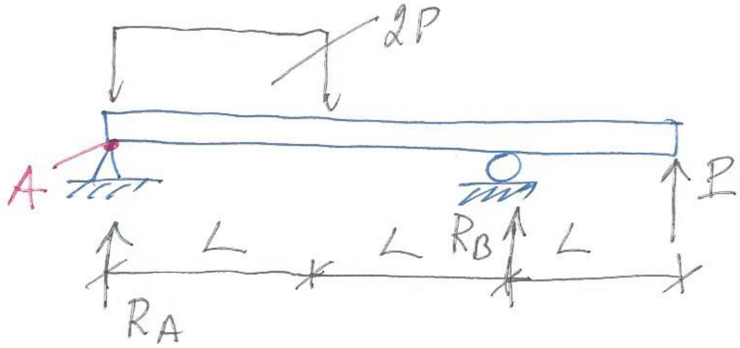
$$\sigma_{a,eff} \leq \sigma_{er} \Rightarrow 1.22\, k_t \sigma_0 \leq 181$$

$$\sigma_0 \leq \frac{181}{1.22 \cdot 2.4} = 61.8\ \text{MPa}$$

$$F_0 \leq \sigma_0 \cdot A = \sigma_0 \cdot 40 \cdot 80 = 197\ \text{kN}$$

$F_0 < 270$ kN $\Rightarrow$ ingen risk för ändlig livslängd

4)

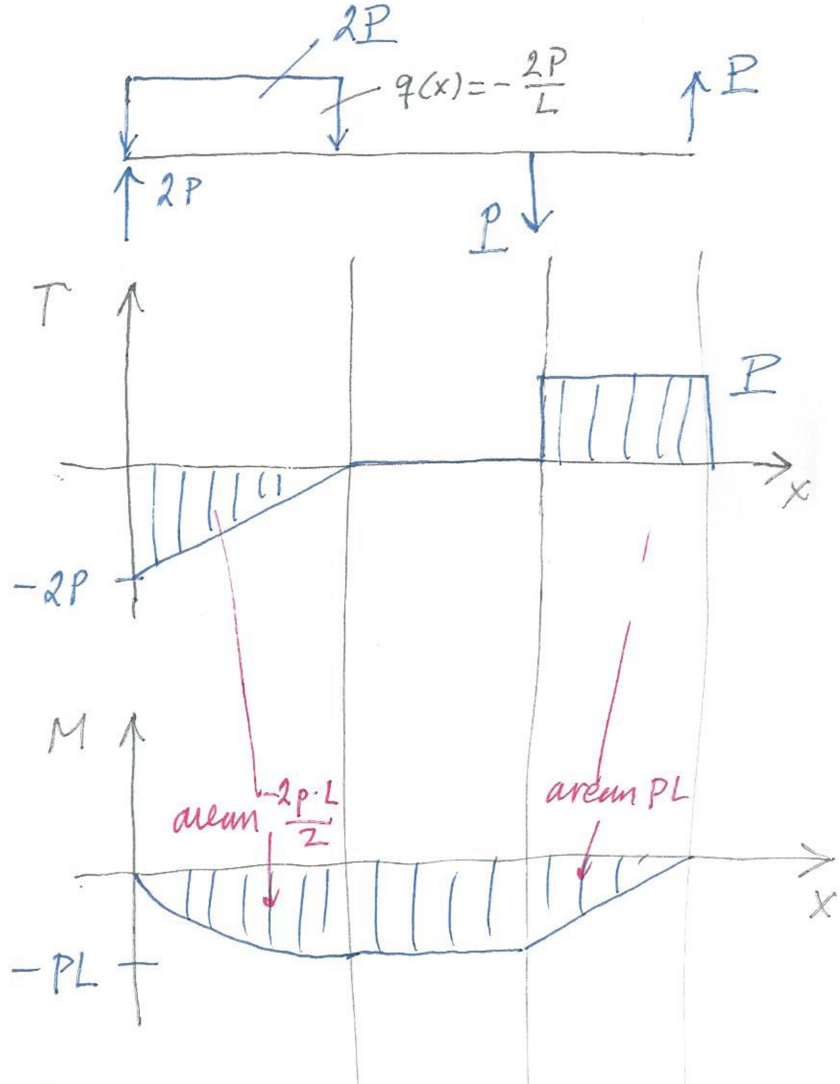


Rita T och M diagram
Inför stödreaktioner R_A, R_B

$\uparrow$: $R_A + R_B + P - 2P = 0$ 1)

$\curvearrowleft A$: $R_B \cdot 2L + P \cdot 3L - 2P \cdot \frac{L}{2} = 0$ 2)

2) $\Rightarrow$ $R_B = \frac{1}{2}(P - 3P) = -P$ $\Rightarrow$ $R_A = 2P$



LB s 70

$\frac{dT}{dx} = -q(x) \Rightarrow$

$T(x_2) - T(x_1) = -\int_{x_1}^{x_2} q(x)\,dx$

$\frac{dM}{dx} = T \Rightarrow$

$M(x_2) - M(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} T(x)\,dx$

Lösning: Hänvisningar till lärobok i maskinelement

Endast vridskjuvspänning se lb sid 130 ekv 3.17

$$\tau_v = \frac{8F \cdot D}{\pi d^3} \quad \text{omskrivs} \quad D = \frac{\tau_v \pi d^3}{8F} \qquad (1)$$

D så liten som möjligt => d så liten som möjligt

Euler II se lb sid 128 ekv 3.13 och ekv 3.12

$$\frac{l_0}{D} < 2{,}6$$

l_0 så liten som möjligt och inget krav på frigång => Fjädern tillåts bottna

$$l_0 = (n+1)d + |\delta|_{max} \qquad (2)$$

Fjäderkonstanten se lb sid 136 ekv 3.25

$$c = \frac{F}{\delta} = \frac{Gd^4}{8nD^3} \quad \text{omskrivs}$$

$$n = \frac{Gd^4 \cdot \delta}{8FD^3} \qquad (3)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$ enl lärobok i hållf sid 22

Sätt (givet): $F = 4000$ [N], $\delta = |\delta|_{max} = 160$ [mm]

$\tau_v = \tau_{v,till} = 640$ [MPa] och $d = 8, 10, 12, 15, 18$ eller 20 [mm] För stål gäller $E = 210$ [GPa] och $\nu = 0{,}3$

forts

d [mm]	(1) D [mm]	(3) n	(2) l_0 [mm]	l_0/D
8	82,2	49,7	566	17,6
10	62,8	16,3	333	5,3
12	108,6	6,5	251	2,31

Eftersom $l_0/D < 2,6$ för $d = 12$ [mm] och $\tau_r = 640$ [MPa] kan D minskas så $l_0/D = 2,6$

Det innebär att n måste ökas till 7,8 så $D = 102,8$ [mm] och $l_0 = 266$ [mm]. Materialet utnyttjas endast så $\tau_r = 603$ [MPa]

Svar: $D = 102,8$ [mm], $d = 12$ [mm], $n = 7,8$ och

$l_0 = 266$ [mm]