

Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för I3 (TME061), 2020-08-25

Tid: 0830 – 1230 + 30 minuter för inskanning av lösningar **Lokal:** Distans

Lärare: Lennart Josefson tel 7721507, email: lejo@chalmers.se

Hjälpmedel: alla utom hjälp från annan person

Lösningar: Anslås på kurshemsidan 2020-08-26

Granskning: Tentamensgranskning kan ske 2020-09-15 via e-mail.

Betygslista: skickas in senast 2020-09-20

Poängbedömning: Maximal poäng på tentamen är 25 poäng. För att få poäng måste lösningen vara läslig och uppställda ekvationer klart motiverade. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren. Om hjälpmedel används vid lösning av problem skall referens och sidhänvisning anges.

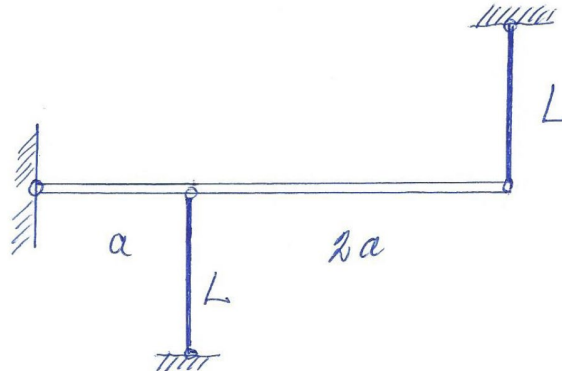
Betygsgränser:

0-11 poäng: underkänt
12-15 poäng: betyg 3
16-19 poäng: betyg 4
20-25 poäng: betyg 5

Uppgift 1 (5 poäng)

En stel horisontell balk är ledat infäst i en vägg, samt understödd av identiska, linjärt elastiska vertikala stänger med tvärsnittsarea A , elasticitetsmodul E och längdutvidgningskoefficient α . Stängerna är ledat infästa i den stela balken. Den övre stängen värms T C.

Bestäm förskjutningen hos den stela balkens högra ände (3 poäng). Bestäm också vid vilken temperaturhöjning T elastisk knäckning kan ske. Stängerna får antas ha yttröghetsmomentet I (2 poäng).



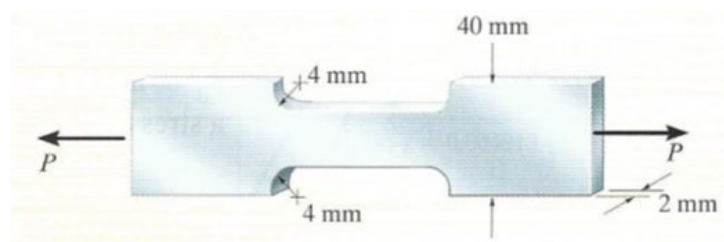
Uppgift 2 (5 poäng)

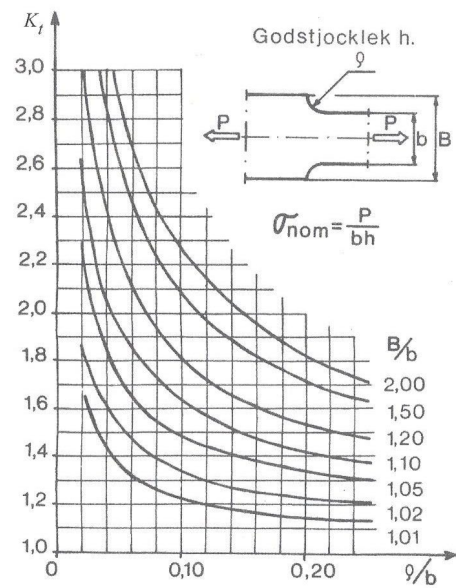
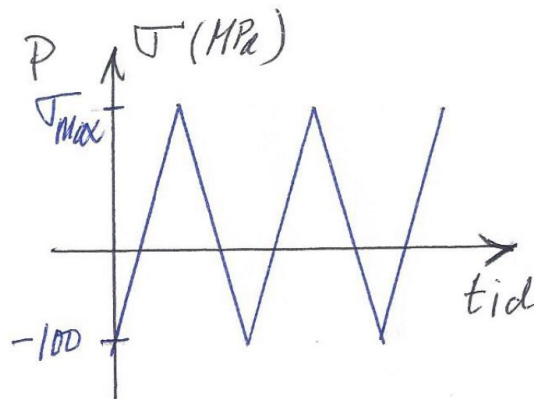
I en skiva i xy -planet med plant spänningstillstånd är $\sigma_x = 2\sigma_0$ och $\sigma_y = \sigma_0$. Man belastar också skivan med en skjuvspänning $\tau_{xy} = \alpha\sigma_0$. Både α och σ_0 är positiva. Bestäm α så att den minsta huvudspänningen i skivans plan blir positiv (≥ 0) (4 poäng). Bestäm också den största skjuvspänningen för detta värde på α (1 poäng).

Uppgift 3 (5 poäng)

En stång med rektangulärt tvärsnitt skall belastas med en kraft P som varierar i tiden enligt den vänstra figuren nedan. Stången är gjort av ett material med brottgränsen $\sigma_u = 1000$ MPa (brottgränsen kallas ibland σ_B). Stångens yta är maskinbearbetad (den är inte gjuten). Bestäm maximal kraft $P_{\max}$ hos den pålagda kraften som kan tillåtas om stången inte skall gå sönder efter ett ändligt antal lastcykler.

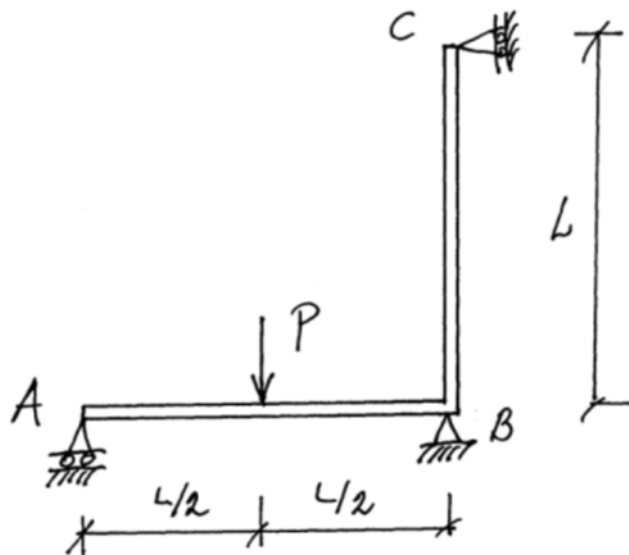
Ledning: Använd Smith -Watson-Topper korrigering för medelspänning.





Uppgift 4 (5 poäng)

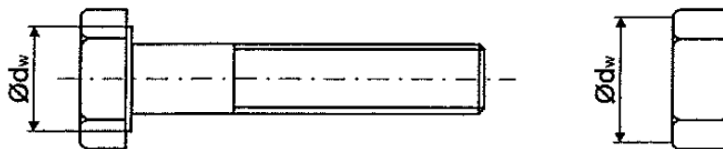
Ramen i figuren består av två balkar med längden L och yttröghetsmomentet I . Balkarna har svetsats ihop vid B. Ramen är lagrad i tre stöd, A, B och C. Balkarna är tillverkade av ett elastiskt material med elasticitetsmodulen E . Beräkna samtliga stödreaktioner för det visade belastningsfallet



Uppgift 5 (5 poäng)

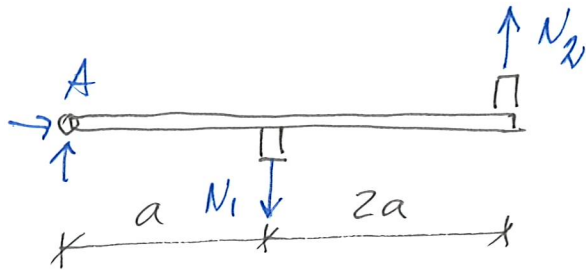
En M12 skruv åtdrages med 124 Nm. Beräkna maximalt erhållen effektivspänning i skruvskäftet om både dragspänningen och vridmomentet (i gängan) medräknas. Friktionstalet i gängan samt mellan skruvskallen och underlaget ligger mellan 0,14 och 0,18.

[28] Kompletterande tabell för skruvdimensioner, skruvskallars och muttras anläggningsyta mot underlag.



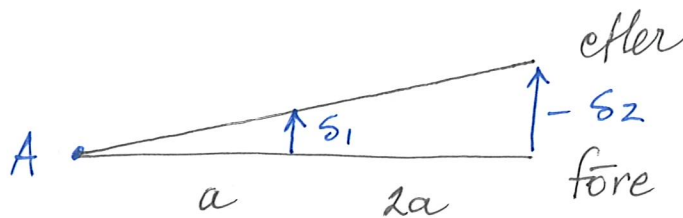
	M5	M6	M8	M10	M12	M16
d_w , skruvskalle [mm]	6,74	8,74	11,47	14,47	16,47	22,00
d_w , mutter [mm]	6,90	8,90	11,47	14,60	16,60	22,50
	M20	M24	M30	M36	M42	M48
d_w , skruvskalle [mm]	27,70	33,25	42,75	51,11	59,95	69,45
d_w , mutter [mm]	27,70	33,25	42,75	51,11	59,95	69,45

1) Fritägg den stela balken ställ upp jämvikt



$$\sum \vec{M}_A: N_2 3a - N_1 a = 0 \quad 1)$$

Deformationssamband (stela balken)



δ positiv om förläng

Likformiga triangler $\Rightarrow \frac{\delta_1}{a} = -\frac{\delta_2}{3a} \quad 2)$

Materialsamband $\epsilon_1 = \frac{\delta_1}{L} = \frac{N_1}{EA} \quad 3)$

$$\epsilon_2 = \frac{\delta_2}{L} = \frac{N_2}{EA} + \alpha T \quad 4)$$

3), 4) i 2) $\Rightarrow \frac{N_2 L}{EA} + \alpha T L = -3 \frac{N_1 L}{EA} \quad 5)$

1) i 5) $\Rightarrow N_2 = -\frac{1}{10} EA \alpha T$

$$\Rightarrow \delta_2 = \frac{9}{10} \alpha T L \text{ uppåt}$$

Hållf & mask el TME061 20-08-25 ²⁽⁷⁾

1) Pouts

Risk för buckling, LB p 124

Ledade i båda ändar $\Rightarrow$ Euler 2

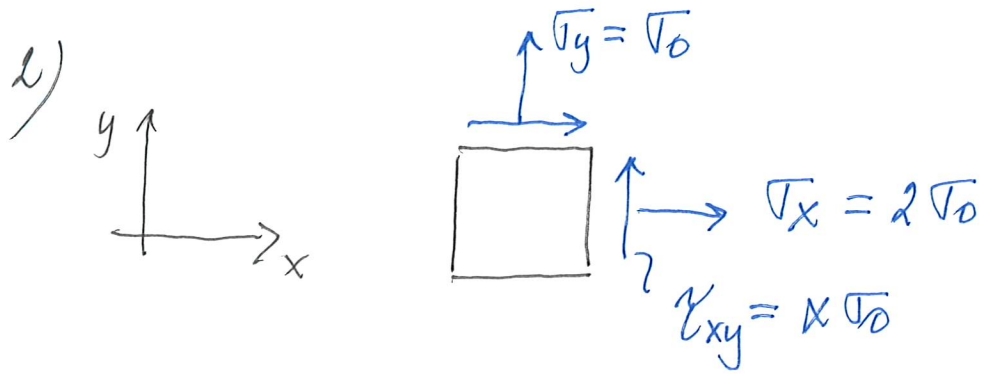
$$P_a = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

N_1, N_2 negativa $\Rightarrow |N_1| \geq |N_2| (=)$

Störst risk i 1)

$$N_1 = P_{cr} \Rightarrow \frac{3}{10} EA \alpha T = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$\Rightarrow T = \frac{10\pi^2}{3} \frac{I}{\alpha L^2}$$



Bestäm α så minsta huvudspänningen i xyplanet ≥ 0

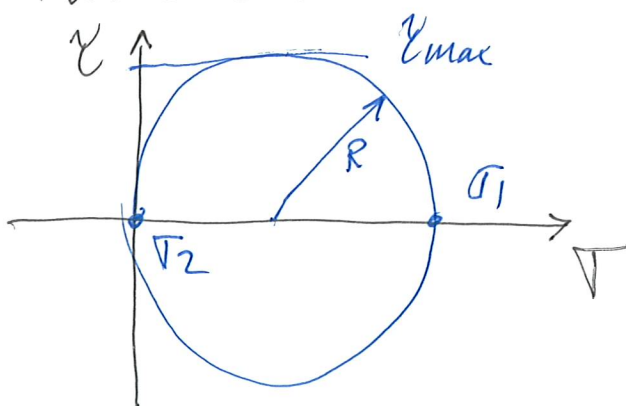
LB p 174-175 $\Rightarrow \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$$\sigma_{1,2} = \frac{2\tau_0 + \tau_0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2\tau_0 - \tau_0}{2}\right)^2 + \alpha^2 \tau_0^2} \Rightarrow$$

$$1.50 - \sqrt{0.25 + \alpha^2} = 0$$

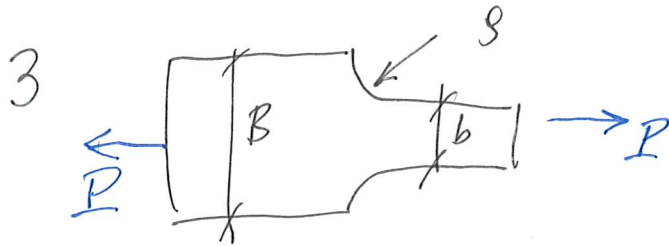
$$2.25 = 0.25 + \alpha^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{2}$$

Mohrs cirkel



$$\begin{aligned} \tau_{max} = R &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{2\tau_0 - \tau_0}{2}\right)^2 + (\alpha\tau_0)^2} \\ &= \tau_0 \sqrt{0.25 + 2} = 1.5\tau_0 \end{aligned}$$

Hälf 2 maskinelement TME061 20-08-25



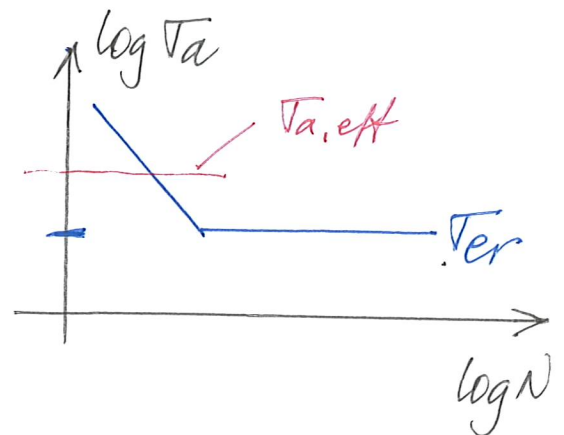
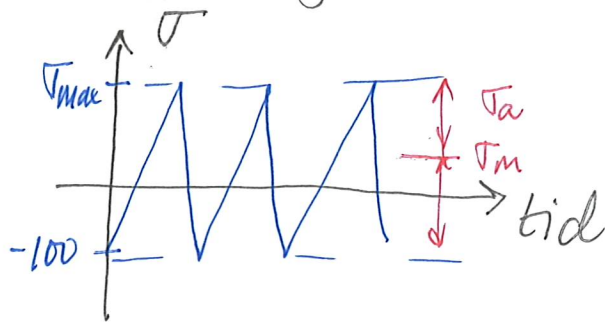
$$B = 40$$

$$b = 40 - 2 \cdot 4 = 32$$

$$r = 4 \quad \text{mm}$$

$$t = 2 \text{ (höchle)} \quad \text{mm}$$

Belastning vid radien:



Använd komp. Materialutmattning sid 9

$$\sigma_{er} = m_e \cdot m_d \cdot m_s \cdot m_t \cdot \sigma_e \quad (\text{reducerad utmattningsgräns})$$

$$\text{där } \sigma_e = 0.5 \sigma_u = 0.5 \cdot 1000 \text{ MPa} = 500 \text{ MPa}$$

$$m_e \text{ sid 9} \Rightarrow \text{drag-tryck } m_e = 0.85$$

$$m_d \text{ sid 9-10} \Rightarrow \text{vi har spänningskonc} \Rightarrow m_d = 1$$

$$m_s \text{ sid 10-11} \Rightarrow \text{maskinbearbetad yta} \Rightarrow m_s \approx 0.75$$

$$m_t \text{ sid 11} \Rightarrow \text{ej gjuten} \Rightarrow m_t = 1$$

$$\Rightarrow \sigma_{er} = 0.85 \cdot 1 \cdot 0.75 \cdot 1 \cdot 500 = 319 \text{ MPa}$$

Beräkna spänningsamplitud sid 12

$$\sigma_a = k_t \cdot \sigma_{nom}$$

3) lats

$$\left. \begin{aligned} \frac{s}{b} &= \frac{4}{32} = 0.125 \\ \frac{B}{b} &= \frac{40}{32} = 1.25 \end{aligned} \right\} \rightarrow k_t \approx 1.75$$

Korrigerad mittspänning enligt SWT sid 12

$$\sigma_{a,eff} = \sqrt{\sigma_a \cdot \sigma_{max}} = \sqrt{\frac{\sigma_{max} - (-100)}{2} \cdot \sigma_{max}}$$

Inget utmattningsbrott $N \rightarrow \infty$ om

$$\sigma_{a,eff} \leq \sigma_{er} \Rightarrow k_t \sqrt{0.5(\sigma_{max} + 100) \sigma_{max}} \leq \sigma_{er}$$

$$\Rightarrow 0.5(\sigma_{max} + 100) \sigma_{max} \leq \left(\frac{\sigma_{er}}{k_t}\right)^2 = \left(\frac{319}{1.75}\right)^2 = 15000$$

$$\sigma_{max}^2 + 100 \sigma_{max} - 30000 = 0$$

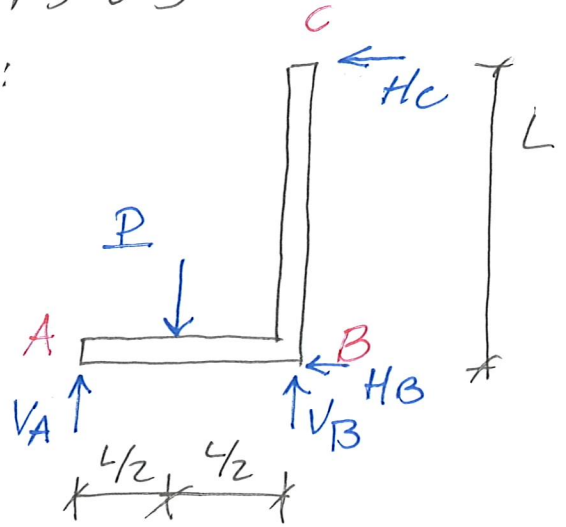
$$\sigma_{max} = -50 \left(\pm\right) \sqrt{50^2 + 30000} = 130 \text{ MPa}$$

- 4) Använd elementarfall FS 6.3
jämvikt för hela ramen:

$$\rightarrow -H_B - H_C = 0 \quad 1)$$

$$\uparrow V_A + V_B - P = 0 \quad 2)$$

$$\textcircled{B} \quad H_C \cdot L + P \frac{L}{2} - V_A \cdot L = 0 \quad 3)$$



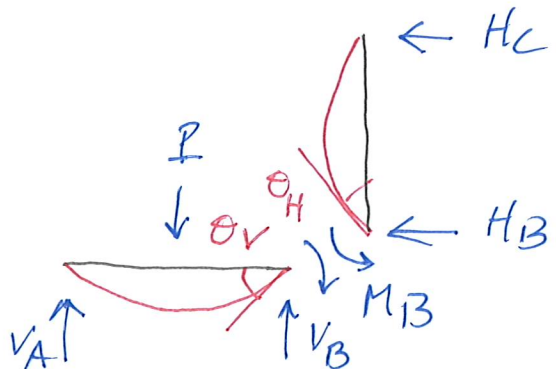
statiskt obestämt, gör snitt vid B inför snittmoment M_B : Kontinuitet vid stödet $\Rightarrow$

$$\theta_V = \theta_H \quad 4)$$

$$\theta_V = \frac{PL^2}{16EI} - \frac{M_B L}{3EI}$$

$$\theta_H = \frac{M_B L}{3EI}$$

$$4) \Rightarrow \frac{PL^2}{16} - \frac{M_B L}{3} = \frac{M_B L}{3} \Rightarrow M_B = \frac{3}{32} PL$$



FS 6.3 $\Rightarrow$ stödreaktioner

$$V_A = \frac{P}{2} - \frac{M_B}{L} = \frac{13}{32} P$$

$$V_B = \frac{P}{2} + \frac{M_B}{L} = \frac{19}{32} P$$

Kontroll: 3) är OK

$$H_B = \frac{M_B}{L} = \frac{3}{32} P$$

$$H_C = -\frac{M_B}{L} = -\frac{3}{32} P$$

Lösning:

Lb sid 71 ekv 2.10 skruvdata sid 62

$$M_{tot} = F_{ax} (0,16 f + 0,58 \mu d_2 + r_m \mu_b) \quad \text{där } r_m = \frac{d_w + d_h}{4} = \frac{16,47 + 13,5}{4} = 7,49 \text{ mm}$$

omskrivet och med siffror då
 $\mu = \mu_{min}$ som ger $F_{ax, max}$

$$F_{ax, max} = \frac{124}{(0,16 \cdot 1,75 + 0,58 \cdot 0,14 \cdot 10,863 + 7,49 \cdot 0,14)} 10^3 = 56,09 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

Momentet i skruvskaftet (endast de två första termerna)
 där nu som

$$M_v = 56,09 (0,16 \cdot 1,75 + 0,58 \cdot 0,14 \cdot 10,863) = 65,2 \text{ [Nm]}$$

Effektivspänningen se bla lb sid 170

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{F_{ax, max}}{A_{sp}}\right)^2 + 3\left(\frac{M_v}{W_v}\right)^2} \quad \text{där } W_v = \frac{\pi d^3}{16}$$

Spänningsarean för skruven se lb sid 72

$$A_{sp} = \frac{\pi (d_1 + d_2)^2}{16} = \frac{\pi (10,106 + 10,863)^2}{16} = 86,33 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Vid beräkning av vridmotståndet W_v använd
 samma diameter som för A_{sp} dvs $\frac{d_1 + d_2}{2}$

$$W_v = \frac{\pi \left(\frac{10,106 + 10,863}{2}\right)^3}{16} 10^{-3} = 0,2263 \cdot 10^6 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$\sigma_e = \sqrt{\left(\frac{56,09 \cdot 10^3}{86,33 \cdot 10^{-6}}\right)^2 + 3\left(\frac{65,2}{0,2263 \cdot 10^6}\right)^2} = 819 \cdot 10^6 \text{ [Pa]}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{650 \cdot 10^6} \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_{288 \cdot 10^6}$

$$\text{Svar: } \sigma_e = 819 \text{ [MPa]}$$