

Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för I3 (TME061), 2020-06-03

Tid: 0830 – 1230 + 30 minuter för inskanning av lösningar **Lokal:** Distans

Lärare: Lennart Josefson tel 7721507, email: lejo@chalmers.se

Hjälpmedel: alla utom hjälp från annan person

Lösningar: Anslås på kurshemsidan 2020-06-04

Granskning: Tentamensgranskning kan ske 2020-06-15 via e-mail.

Betygslista: skickas in senast 2020-06-25

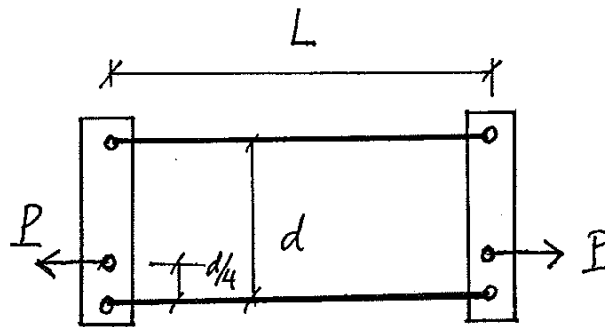
Poängbedömning: Maximal poäng på tentamen är 25 poäng. För att få poäng måste lösningen vara läslig och uppställda ekvationer klart motiverade. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren. Om hjälpmedel används vid lösning av problem skall referens och sidhänvisning anges.

Betygsgränser:

0-11 poäng: underkänt
12-15 poäng: betyg 3
16-19 poäng: betyg 4
20-25 poäng: betyg 5

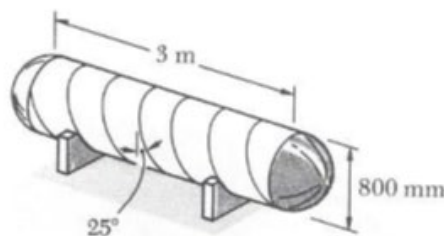
Uppgift 1 (5 poäng)

Två linjärt elastiska stänger, med elasticitetsmodul E och tvärsnittsarea A , är ledat förenade med två stela ok enligt figuren. Oken belastas med två krafter P verkande på avståndet $d/4$ från den undre stängen. Beräkna hur mycket lastangreppspunkternas avstånd ökas.



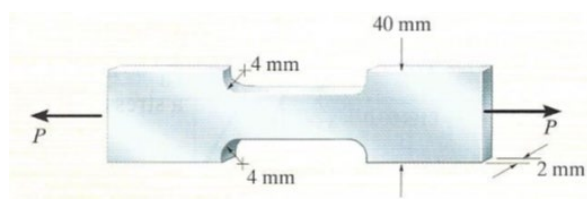
Uppgift 2 (5 poäng)

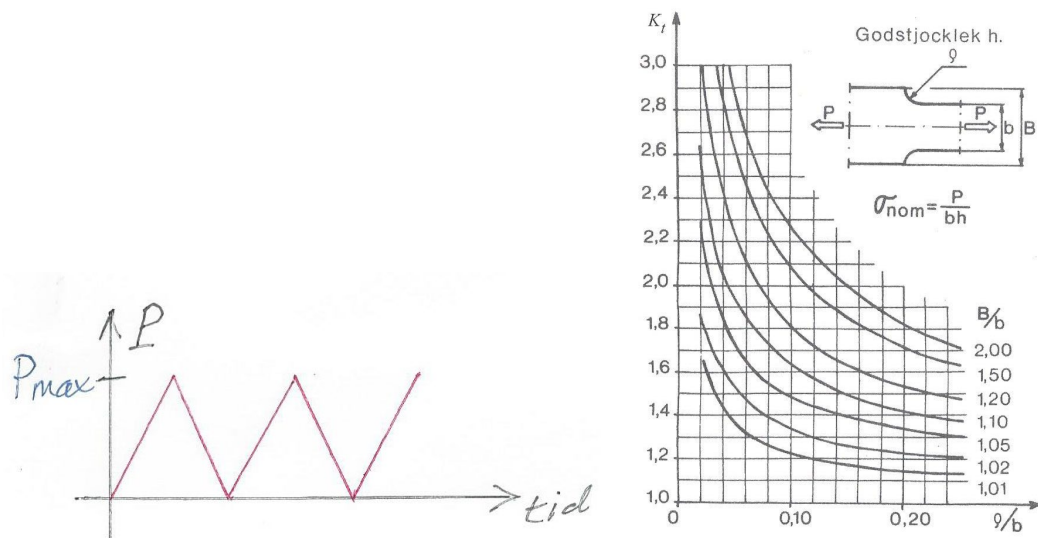
Figuren visar ett tryckkärl med sfäriska gavlar. Tryckkärlet har ytterdiametern 800 mm och godstjockleken 10 mm, och är utsatt inre övertryck p [MPa]. Den cylindriska väggen i tryckkärlet har tillverkats genom att svetsa plåten längs en helix som bildar 25° med en vertikal linje. Hur stort övertryck p kan man ha i tryckkärlet om normalspänningen σ i svetsen (vinkelrät mot svetsriktningen) inte får vara större än 200 MPa?



Uppgift 3 (5 poäng)

En stång med rektangulärt tvärsnitt skall belastas med en pulserande kraft, som skall variera mellan $P = 0$ och $P = P_{\max}$ i tiden enligt den vänstra figuren nedan. Stången är gjort av ett material med brottgränsen $\sigma_u = 900$ MPa (brottgränsen kallas ibland σ_B). Stångens yta är maskinbearbetad (den är inte gjuten). Vid geometriändringen, radien $\rho = 4$ mm, har man byggt in en i tiden konstant tryckspänning $\sigma_t = -300$ MPa. Bestäm maximal kraftamplitud P_a hos den pålagda pulserande kraften som kan tillåtas om stången inte skall gå sönder vid radien ρ där den konstanta tryckspänningen finns (risk för utmattning) efter ett ändligt antal lastcykler. Ledning: Använd Smith-Watson-Topper korrigering för medelspänning.

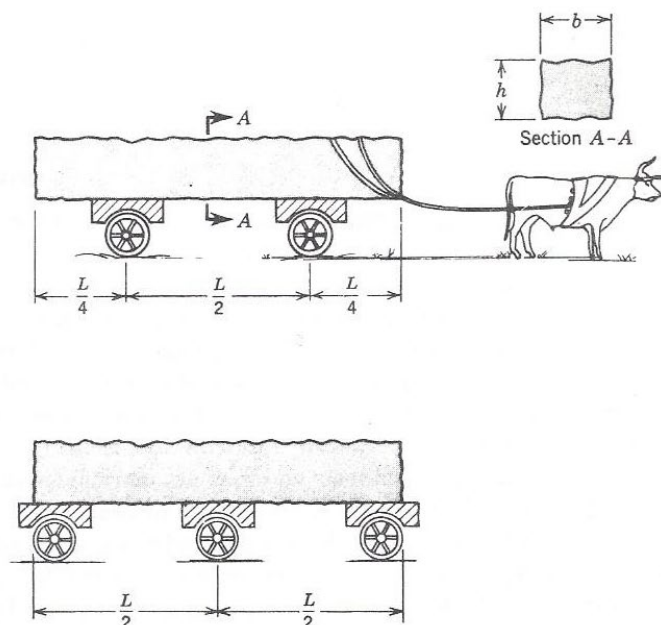




Uppgift 4 (5 poäng)

Texten visar en berättelse från romartiden.

8.67. In one of his discourses, Galileo tells a story about some Roman engineers who had to transport a large stone column to the construction site of a new temple. The standard method at that time was to place the column on two large logs and draw it forward with oxen. However, previous experience with columns of this size showed that they would break over one of the rollers. In order to avoid this problem, the Romans added a third support. Galileo reports that the column "broke upon the middle support." Can you explain why?



Förklara med hjälp av balkteori (och snittstorheter som tvärkraft och böjmoment) varför stenkolonnen går sönder vid mittstödet när ett tredje stöd används. Antag att stenkolonnen är en balk som belastas av sin (jämnt utbredda) egentyngd Q [N], och att den är lagd på tre stöd som tillåter rotation (ledad infästning enligt Lundh s 68).

Uppgift 5 (5 poäng)

Samma skruvfjäder som i inlämningsuppgift 3 (enl nedan) skall behandlas men man önskar tillverka fjädern i ett material med så låg tillåten skjuvspänning som möjligt. Som tillåten total och korrigerad skjuvspänning kan en jämn multippel av 50 MPa (dvs 850, 800, 750, 700 osv) väljas. I övrigt gäller alla andra krav enligt tidigare.

Beräkna total korrigerad skjuvspänning $\tau_{tot,korr}$, tråddiametern d , medeldiametern D , antal verksamma varv n och utnyttjandegraden η för fjädern.

Inlämningsuppgift 3 i hållfasthetslära och maskinelement 2020 för I3**Skruvfjäderdimensionering**

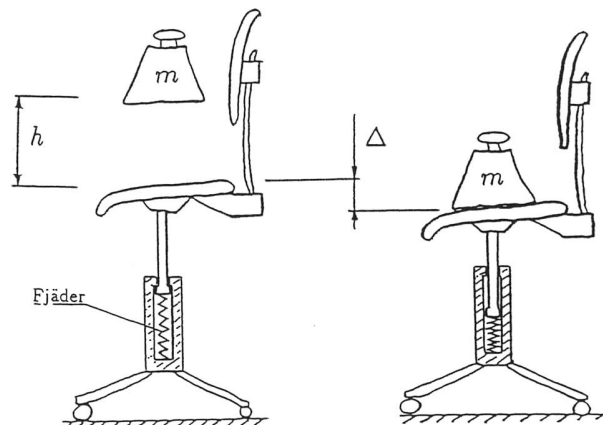
En skruvfjäder skall användas som "stötdämpare" i en kontorsstol enligt figur. Fjädern skall medge att en person med massan m kan "falla" rakt ner mot stol-sitsen från höjden h utan att skada ryggen. Fjädern skall därvid tryckas ihop minst sträckan Δ enligt figur till höger.

Utrymmet för fjädern är begränsat till en längd av 200 mm och en diametern av 50 mm. Fjädern är styrd i sidled och behöver därför inte dimensioneras mot knäckning.

Fjädern får inte fjädra av personens (statiska) egentyngd. Därvid kan antas att i monterat tillstånd, enligt figur till vänster, är fjädern 200 mm lång och förspänd med kraften F_{fsp} .

Materialet är stål och den totala skjuvspänningen ($\tau_{tot,korr}$) vid full belastning får inte överstiga 900 MPa. Det föreligger inget krav på frigång (luft) mellan fjädervarven vid full belastning och tråddiametern skall av tillverknings-skäl väljas till en multipel av 0,5 mm.

Data: m = 75 kg
 h = 100 mm
 Δ = 40 mm
 F_{fsp} = 750 N



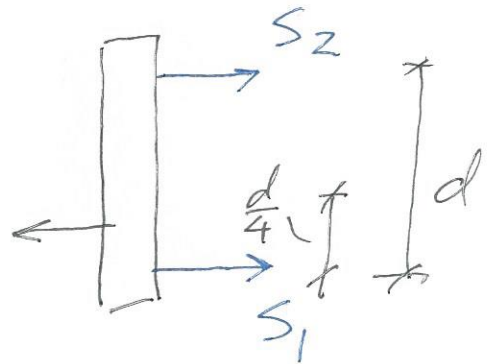
Hållfasthetslära & Maskinel. 20-06-03 1()

Se Lundh kap 4.1

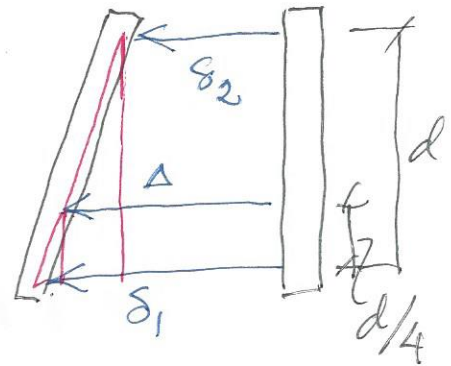
a) ställ upp jämvikt
Stängkrafter S_1 & S_2

$$\rightarrow S_1 + S_2 - P = 0 \quad 1)$$

$$\curvearrowright P \cdot \frac{d}{4} - S_2 d = 0 \quad 2)$$



b) Deformationssamband
 P :s förskjutning Δ
(räknat från centrum)
Likformiga trianglar



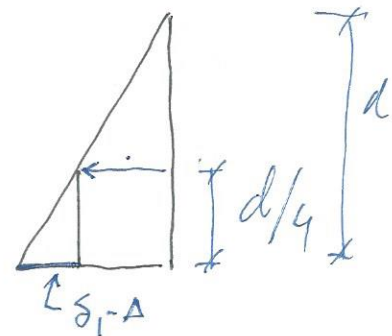
$$\frac{\delta_1 - \Delta}{d/4} = \frac{\delta_1 - \delta_2}{d} \quad 3)$$

c) Materialsamband för
stång Lundh s 11

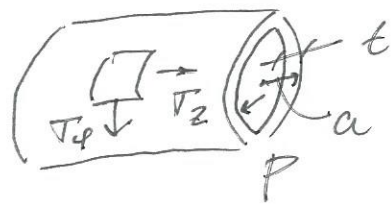
$$S_1 = \frac{S_1 L}{2EA} \quad 4) \quad \delta_2 = \frac{S_2 L}{2EA} \quad 5)$$

$$2) \Rightarrow S_2 = \frac{P}{4} \quad 1) \Rightarrow S_1 = \frac{3P}{4} \Rightarrow 3)$$

$$2\Delta = 2 \left(\frac{3}{4} \delta_1 + \frac{1}{4} \delta_2 \right) = \frac{PL}{EA} \underbrace{\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \right)}_{5/8}$$



2/



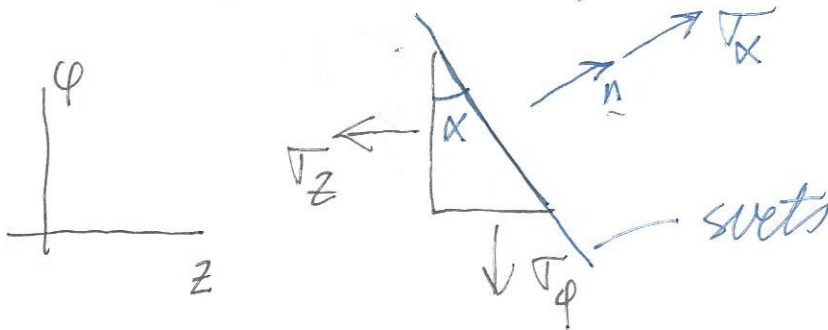
$$a = 400 \text{ mm}$$

$$t = 10 \text{ mm}$$

Slutna gavelar, Lundh $\leq 181 \Rightarrow \sigma_z = \frac{Pa}{2t}$

$$\sigma_\varphi = \frac{Pa}{t}$$

Vid svetsen ($\alpha = 25^\circ$)

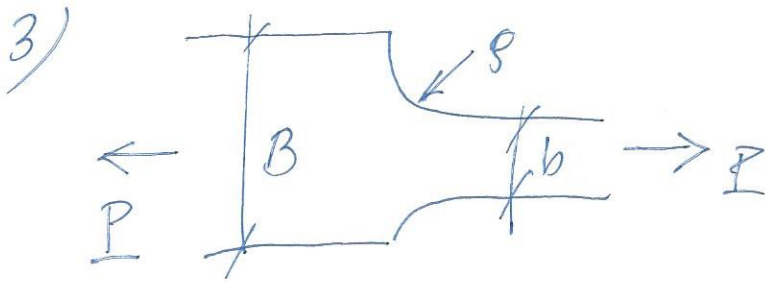


Lundh $\leq 170-171 \Rightarrow$

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_z + \sigma_\varphi}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_\varphi}{2} \cos 2\varphi + \tau_{\varphi z} \sin 2\varphi$$

$$\sigma_\alpha = \frac{Pa}{t} \left(\frac{1 + 1/2}{2} + \frac{1/2 - 1}{2} \cos 50^\circ \right) = \frac{Pa}{4t} (3 - 1 \cdot \cos 50^\circ)$$

$$\sigma_\alpha = \frac{0.59 Pa}{t} \leq 200 \rightarrow P \leq \frac{200 \cdot 10}{0.59 \cdot 400} = 8.5 \text{ MPa}$$



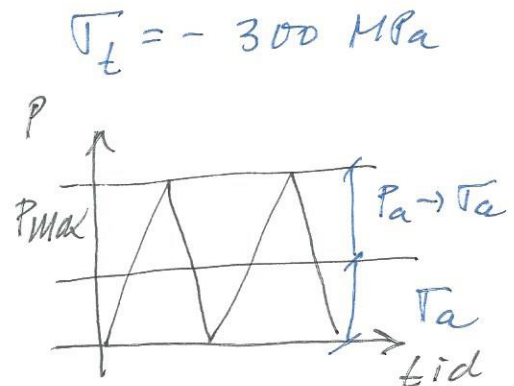
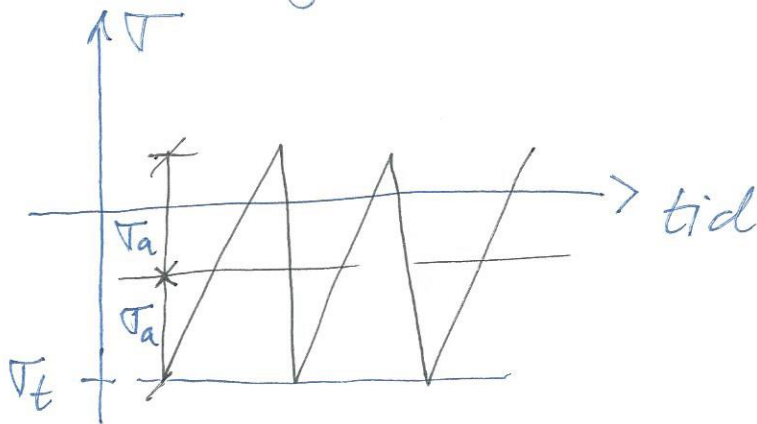
$$B = 40$$

$$b = 40 - 2 \cdot 4 = 32$$

$$r = 4 \quad (\text{mm})$$

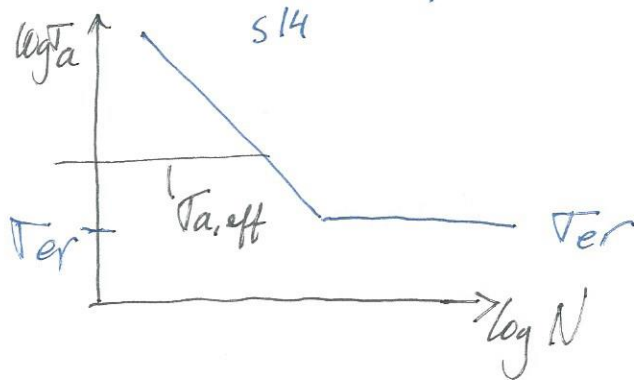
$$t = 2$$

Belastning vid radien:



$$\sigma_t = -300 \text{ MPa}$$

Använd Komp. Materialutmattning Kap 4.2.5



σ_{er} (reducerad utmattningsgräns)

$$\sigma_{er} = m_L \cdot m_d \cdot m_S \cdot m_t \cdot \sigma_e$$

$$\sigma_e = 0.5 \sigma_u = 0.5 \cdot 900 = 450 \text{ MPa}$$

$$m_L: \text{S 9 drag-tryck} \rightarrow m_L = 0.85$$

$$m_d: \text{S 9-10 vi har spanningskonc.} \rightarrow m_d = 1$$

$$m_S: \text{S 10-11 maskinbearbetad yta, } \sigma_u = 900 \Rightarrow$$

$$m_S = 0.8$$

3) forts

$$m_t: \text{ s ll ej gjuten } \Rightarrow m_t = 1$$

$$\Rightarrow \sigma_{er} = 0.85 \cdot 1 \cdot 0.8 \cdot 1 \cdot 450 = 306 \text{ MPa}$$

Beräkna spänningsamplitud, s 12

spänningskoncentration:

$$\left. \begin{aligned} \frac{s}{b} &= \frac{4}{32} = 0.125 \\ \frac{B}{b} &= \frac{40}{32} = 1.25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow k_t \approx 1.75$$

$$\text{Mittspänning: } \sigma_{a, \text{eff}} = \sqrt{\sigma_a \cdot \sigma_{\max}} = \sqrt{\sigma_a (2\sigma_a - \sigma_t)}$$

lugt utmattningsbrott ($N \rightarrow \infty$) $\Rightarrow$

$$\sigma_{a, \text{eff}} \leq \sigma_{er} \Rightarrow k_t \sqrt{\sigma_a (2\sigma_a - \sigma_t)} \leq \sigma_{er}$$

$$\sigma_a (2\sigma_a - \sigma_t) = \left(\frac{\sigma_{er}}{k_t} \right)^2$$

$$2\sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_t = \left(\frac{\sigma_{er}}{k_t} \right)^2 ;$$

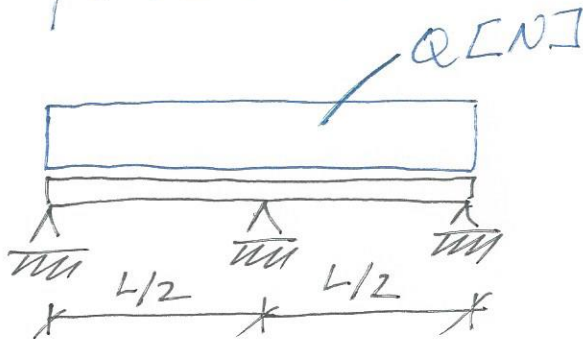
$$\sigma_a^2 - \frac{1}{2} \sigma_a \sigma_t = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{er}}{k_t} \right)^2$$

$$\sigma_a^2 - 150 \sigma_a - 15300 = 0$$

$$\sigma_a = 75 \pm \sqrt{75^2 + 15300} = 75 \pm 145$$

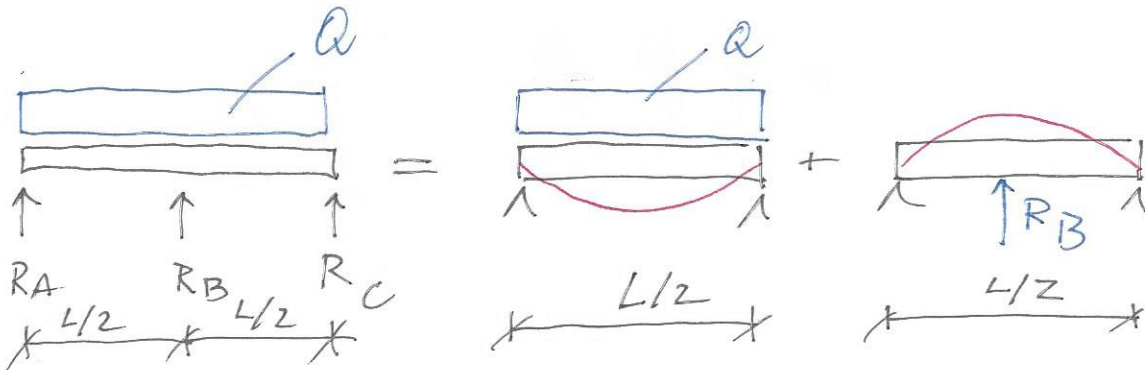
$$\begin{aligned} \sigma_a &= 220 \text{ MPa} \rightarrow P_a = \sigma_a \cdot b \cdot t = 220 \cdot 32 \cdot 2 \\ &= 14 \cdot 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

- 4) Betrakta stenkolonnen som en balk (hög Q) på tre stöd



Sök punkt där M är maximal

Bestäm först stödreaktioner. Använd mittstödet R som obekant, Lundh s 98



Vid mittstödet $\delta_Q - \delta_{R_B} = 0$

$$\text{Fs 6.3} \Rightarrow \delta_Q = \frac{5}{384} \cdot \frac{QL^4}{EI} \Rightarrow$$
$$\delta_{R_B} = \frac{1}{48} \frac{R_B L^3}{EI}$$

$$\frac{5}{384} Q = \frac{1}{48} R_B \Rightarrow R_B = 0.63 Q$$

$$\Rightarrow R_A = R_C = 0.19 Q$$

Bestäm $T(x)$ och $M(x)$:

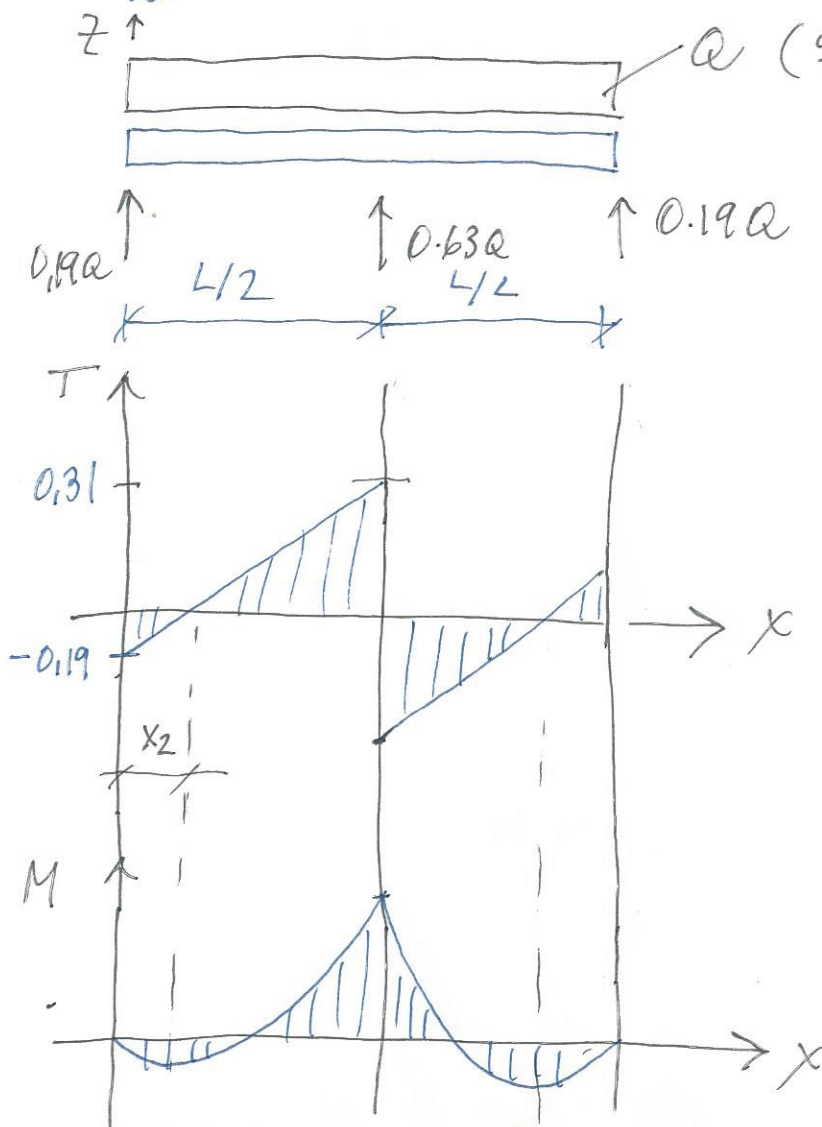
Använd Lundh s 70

Hållfasthetslära & Maskinel. 200603

60)

$$\frac{dT}{dx} = -q(x) \Rightarrow T(x_2) - T(x_1) = -\int_{x_1}^{x_2} q(x) dx$$

$$\frac{dM}{dx} = T(x) \Rightarrow M(x_2) - M(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} T(x) dx$$



$$T(x) = 0 \text{ för } x = x_2$$

$$0 - (-R_A) = -\int_0^{x_2} \frac{Q}{L} dx$$

$$R_A = \frac{Q}{L} x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{R_A L}{Q} = 0.19L$$

$$M(x_2) = M(0) + \int_0^{x_2} T(x) dx = 0 - \frac{0.19Q \cdot 0.19L}{2} = -0.018QL$$

$$M\left(\frac{L}{2}\right) = M(x_2) + \int_{x_2}^{L/2} T(x) dx = -0.018QL + \frac{0.31Q \cdot 0.31L}{2} = 0.03QL$$

$M(L/2)$ är störst $\Rightarrow T$ störst $\Rightarrow$ här går kolonnen
sänder

Lösning: Potentiell energi före = elastisk energi efter

$$mg(h+\Delta) = \frac{F_{fsp} + F_{max}}{2} \cdot \Delta$$

$$F_{max} = \frac{2mg(h+\Delta)}{\Delta} - F_{fsp} = \frac{2 \cdot 75 \cdot 9(100+40)}{40} - 750$$

$$F_{max} = 4400 \text{ [N]}$$

$$C = \frac{F_{max} - F_{fsp}}{\Delta} = \frac{4400 - 750}{40} = 9,25 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}} \right] \quad (1)$$

$$\tau_{tot, horr} = k \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (2)$$

Lämplig beräkningsgång: Börja med att sätta $k \approx 1$ och $D = D_y = 50 \text{ [mm]}$ för att få ett närmervärde på d . Ändra sedan d till en jämn multipel av $0,5 \text{ [mm]}$, $D = D_y - d$ och $k = 1 + \frac{5}{4} \frac{d}{D} + \frac{7}{8} \left(\frac{d}{D} \right)^2 + \left(\frac{d}{D} \right)^3$. Kontrollera därefter att $\tau_{tot, horr} \leq \tau_{tillåten}$ och att fjädern inte bottenar dvs $200 - \Delta = 160 > (n+1)d$

$$n \text{ fås ur uttrycket på } C = \frac{Gd^4}{8nD^3}; \quad n = \frac{Gd^4}{8cD^3} \quad (3)$$

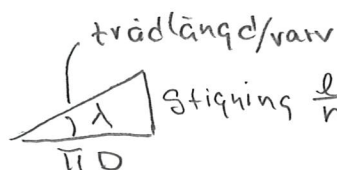
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{E}{2,6} \quad (4)$$

τ_{till} [MPa]	$d \approx 3 \sqrt{\frac{8FD_y}{\pi \tau_{till}}} \text{ [mm]}$	Välj $d \text{ [mm]}$	$D = D_y - d$ [mm]	k	$\tau_{tot, horr}$ [MPa]	n	$(n+1)d$ [mm]
800	8,9	9	41	1,327	836 Nej		
700	9,3	9,5	40,5	1,354	717 Nej		
700	9,3	10	40	1,383	620	17,3	183 Nej
750	9,07	9,5	40,5	1,354	717	13,6	139 ok!

$$\eta = \frac{W_{\text{verklig}}}{W_{\text{max}}} \quad (5)$$

$$W_{\text{verklig}} = \frac{F^2}{2c} = \frac{4400^2}{2 \cdot 91,25} = 106 \cdot 10^3 \text{ [Nmm]} \quad (6)$$

$$W_{\text{max}} = \frac{\tau_{\text{max}}^2 \cdot V}{2G} \quad (7)$$



$$\text{stigning } \frac{p}{n} = \frac{200}{13,6}$$

$$\lambda = \arctan \frac{p}{\pi D} =$$

$$\arctan \frac{200}{13,6 \cdot \pi \cdot 40,5} = 6,6^\circ$$

$$V = \text{trådlängd} \cdot \text{tvärsnittsarea}$$

$$V = \frac{\pi D \cdot n}{\cos \lambda} \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 40,5 \cdot 13,6}{\cos 6,6} \cdot \frac{\pi \cdot 9,5^2}{4} = 123,5 \cdot 10^3 \text{ [mm}^3\text{]}$$

$$W_{\text{max}} = \frac{750^2 \cdot 123,5 \cdot 10^3}{2 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^5}{2,6}} = 430 \cdot 10^3 \text{ [Nmm]}$$

$$\eta = \frac{106}{430} = 0,247$$

Svar: $\tau_{\text{trefkott}} = 750 \text{ (717) MPa}$, $d = 9,5 \text{ [mm]}$, $D = 40,5 \text{ [mm]}$,

$$n = 13,6 \text{ och } \eta = 0,247$$

Använda ehv: (1) lärobok i maskinelement sid 124

(2) — " — 131

(3) — " — 129

(5),(6) och (7) — " — 125

(4) lärobok i hållf sid 22