

Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för I3 (TME061), 2019-06-05

Tid: 0830 - 1230 **Lokal:** Johanneberg

Lärare: Lennart Josefson tel 7721507, Göran Brännare tel 7721364

Hjälpmedel:

- Grundläggande hållfasthetslära, H Lundh, Studentlitteratur
- Maskinelement, M Mägi, K Melkersson och M Evertsson, Studentlitteratur
- Formelsamling i hållfasthetslära, M Ekh, P Hansbo och J Brouzoulis, Chalmers
- Typgodkänd miniräknare
- Egna anteckningar får finnas på befintliga sidor i kursböckerna Grundläggande hållfasthetslära och Maskinelement, dock får inga lösta exempel finnas.

OBS: Lösta räkneuppgifter och tentamensproblem samt separata egna anteckningar är alltså inte tillåtna som hjälpmedel

Lösningar: Anslås på kurshemsidan 2019-06-06.

Granskning: Tentamensgranskning kan ske 2019-06-19 kl 1200-1300 på institutionen för industri- och materialvetenskap, Hörsalsvägen 7, plan 3.

Betygslista: skickas in senast 2019-06-24

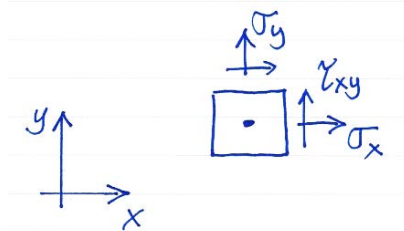
Poängbedömning: Maximal poäng på tentamen är 25 poäng. För att få poäng måste lösningen vara läslig och uppställda ekvationer vara klart motiverade. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren. Om hjälpmedel används vid lösning av problem skall referens och sidhänvisning anges.

Betygsgränser:

- 0-9 poäng: underkänt
- 10-14 poäng: betyg 3
- 15-19 poäng: betyg 4
- 20-25 poäng: betyg 5

Uppgift 1 (5 poäng)

På ytan av en kropp råder plant spänningstillstånd och i en punkt verkar spänningarna $\sigma_x = 4 \text{ MPa}$, $\sigma_y = -4 \text{ MPa}$ och $\tau_{xy} = 6 \text{ MPa}$.



Kan man vrida koordinatsystemet en vinkel ϕ relativt x-axeln så att normalspänningskomponenterna är noll och bara skjuvspänningskomponenten $\neq 0$? Bestäm isåfall denna riktning och värdet på skjuvspänningen.

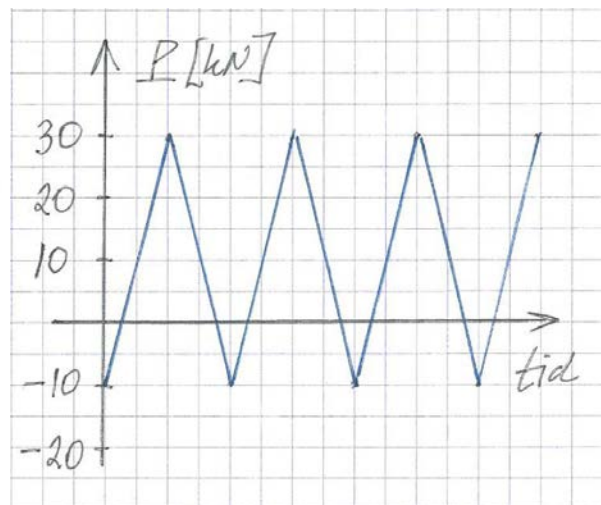
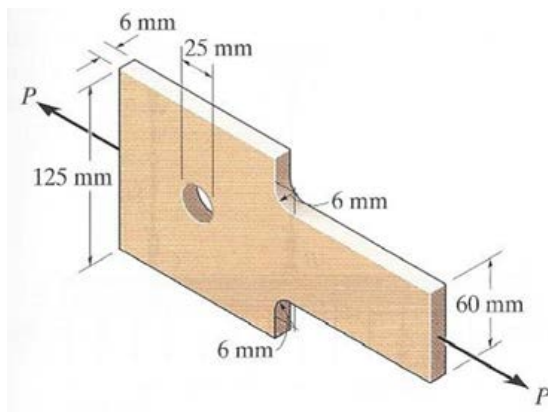
Uppgift 2 (5 poäng)

Stången i den vänstra figuren visar en stång belastas med en dragkraft P som varierar cykliskt i tiden enligt den högra figuren. Materialet i stången är SIS 1550-01 med data enligt:

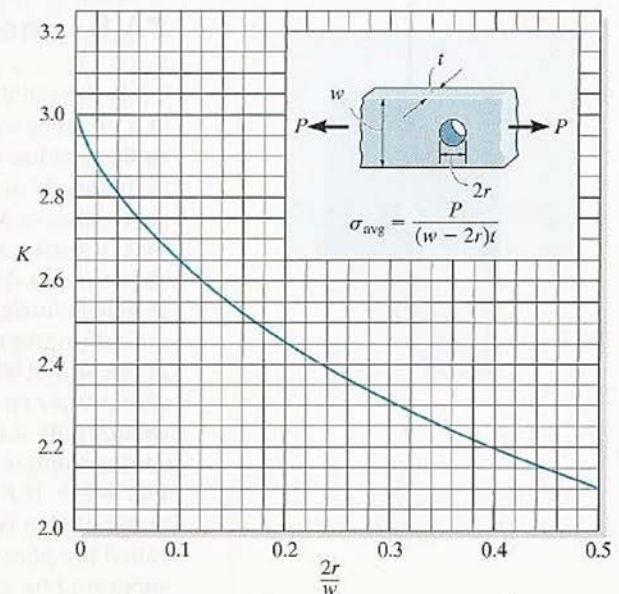
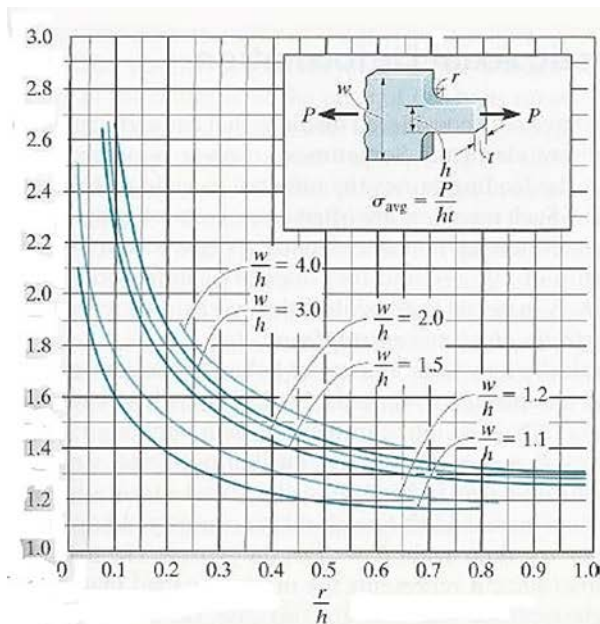
$\sigma_s = 270 \text{ MPa}$, $\sigma_B = 540 \text{ MPa}$, $\sigma_u = \pm 180 \text{ MPa}$ och $\sigma_{up} = 160 \pm 160 \text{ MPa}$.

Vidare antas att kälkänslighetsfaktorn $q = 0,8$, och att stångens yta är sådan att $\lambda/K_t K_d = 1$.

- Vilken punkt i stången får högst spänning? Utnyttja bifogade diagram. OBS: σ_{avg} motsvarar σ_{nom} i läroboken, Lundh Grundläggande hållfasthetslära. (2 poäng)
- Finns risk för utmattningsbrott, dvs finns risk att stången går sönder efter ett ändligt antal cykler, och inte har oändlig livslängd? (3 poäng)

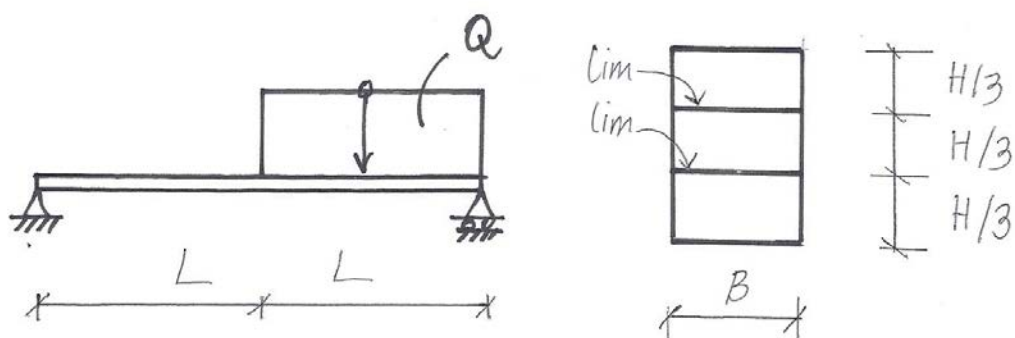


K_t



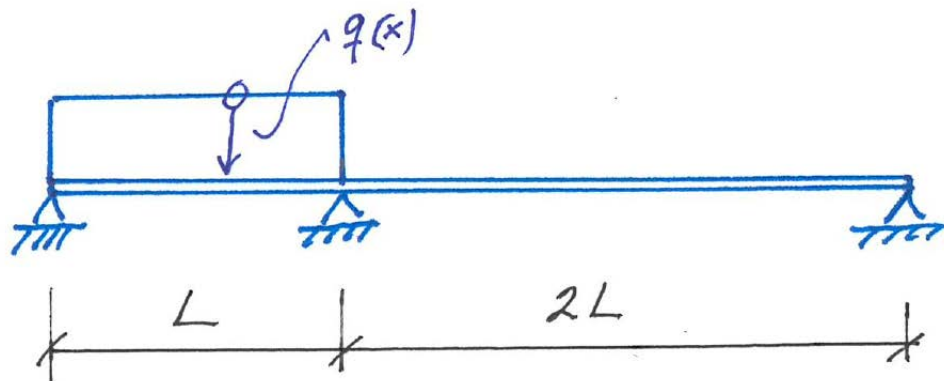
Uppgift 3 (5 poäng)

En balk är fritt upplagd på två stöd och belastad med utbredd last (total tyngd Q [N]) enligt figur. Balken har rektangulärt tvärsnitt $B \times H$ och är uppbyggd av tre plankor (med samma höjd) som limmats samman. Beräkna maximalt tillåten tyngd Q om tillåten skjuvspänning i limmet är τ_{lim} .



Uppgift 4 (5 poäng)

Figuren visar en kontinuerlig balk som belastas med en utbredd last som har totala tyngden Q [N]. Balken har böjstyvheten EI . Beräkna och rita böjmomentfördelningen $M(x)$ längs balken på grund av den utbredda lasten. Visa speciellt extrempunkter i momentdiagrammet.



Uppgift 5 (5 poäng)

En cylindrisk skruvfjäder med cirkulärt trådtvärsnitt skall fjädra 100 mm då den utsätts för en maximal tryckkraft på 1000 N. Fjädern skall optimeras så att den blir så liten som möjligt därvid gäller bland annat att:

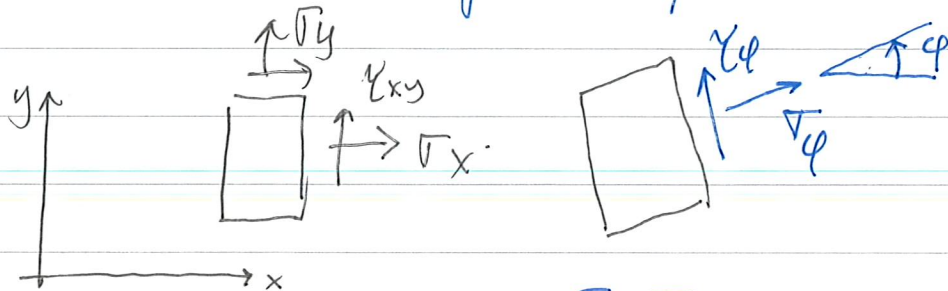
- Fjädern tillåts bottna för att minimera längden.
- Fjäderdiametern blir så liten som möjligt vilket är detsamma som att man ligger på gränsen för knäckning enligt Eulerfall II.
- Materialet utnyttjas maximalt så att vridskjuvspänningen (här skälig förenkling) skall uppgå till 570 MPa.

Bestäm fjädder diameter, tråddiameter (hela eller halva mm), antal verksamma varv, ospänd fjäderlängd och total korrigerad skjuvspänning. Fjäddermaterialet har skjuvmodulen 80 GPa.

Ledning: Av erfarenhet vet man att tråddiametern blir större än 5 mm.

Tentamen THE 061 190605

Ex 1 Vi har enligt LB p 170-171 eller FS p 15



$$\sigma_{\phi} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi + \tau_{xy} \sin 2\phi$$

$$\rightarrow \sigma_{\phi} = \frac{4 - 4}{2} + \frac{4 - (-4)}{2} \cos 2\phi + 6 \sin 2\phi$$

$$\sigma_{\phi} = 4 \cos 2\phi + 6 \sin 2\phi = 0 \Rightarrow$$

$$\tan 2\phi = -\frac{2}{3} \Rightarrow 2\phi = \arctan\left(-\frac{2}{3}\right) = -0.580$$

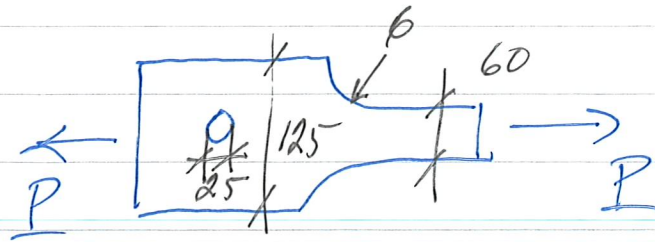
$$\rightarrow \phi = -16.6^\circ$$

$$\tau_{\phi} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi =$$

$$= -4 \sin 2\phi + 6 \cos 2\phi = 7.2 \text{ MPa}$$

TME061 kulanen 190605

Ex 2



a) Max spänning, se LB p 251-252
spänningskoncentration

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{avg}}}$$

För hål: $\frac{2r}{W} = \frac{25}{125} = 0.2 \rightarrow K_t = 2.5$

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{P}{(W-2r)t} = \frac{P}{(125-25) \cdot 6} = \frac{P}{600}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{2.5P}{600}$$

För anvisning (hål): $\left. \begin{array}{l} \frac{r}{h} = \frac{6}{60} = 0.1 \\ \frac{W}{h} = \frac{125}{60} = 2.1 \end{array} \right\} \Rightarrow K_t = 2.2$

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{P}{h \cdot t} = \frac{P}{60 \cdot 6} = \frac{P}{360}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{\max} = \frac{2.2 \cdot P}{360} \geq \underline{\underline{\sigma_{\max} \text{ hål}}}}}$$

Ex 2 Corts

b) Risk för utmattning, Rita Haighdiagram
LB p 248-255, 245För lasten: $P_{min} = -10 \text{ kN}$, $P_{max} = 30 \text{ kN}$

$$\rightarrow P_m = \frac{P_{max} + P_{min}}{2} = \frac{30 - 10}{2} = 10 \text{ kN}$$

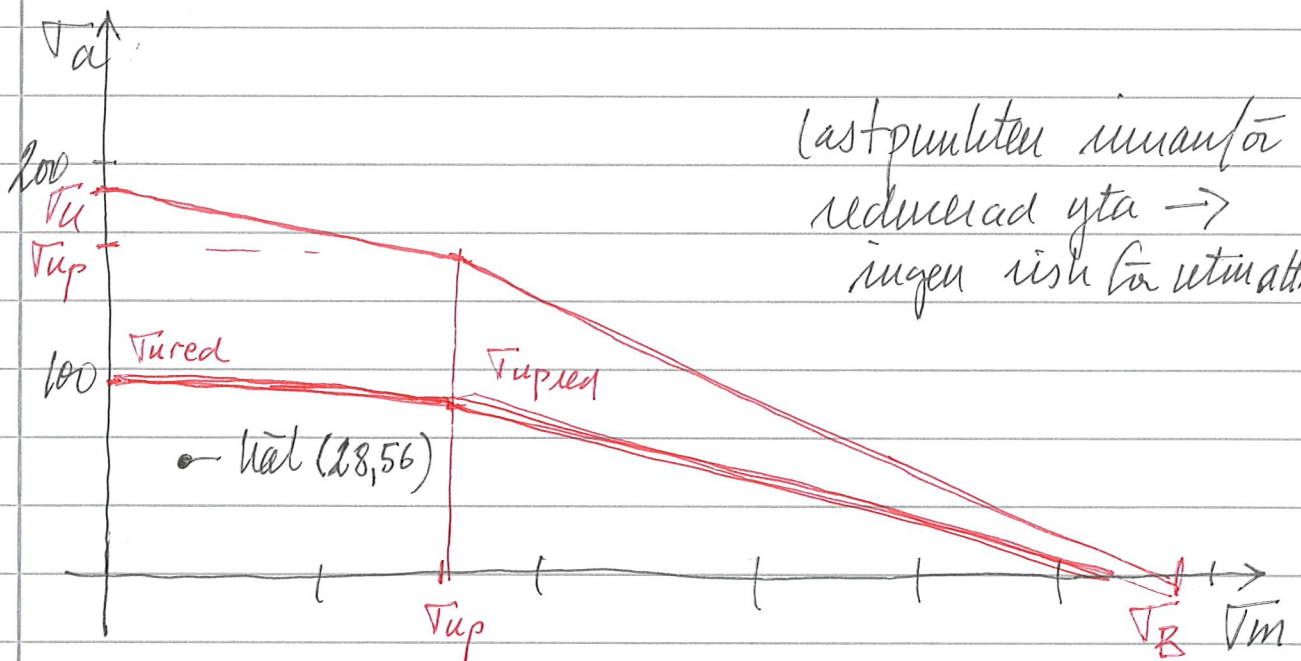
$$P_a = \frac{P_{max} - P_{min}}{2} = \frac{30 - (-10)}{2} = 20 \text{ kN}$$

$$\text{För hälen } \sigma_m = \frac{P_m}{A} = \frac{10 \cdot 10^3}{360} = 28 \text{ MPa}, \sigma_a = 56 \text{ MPa}$$

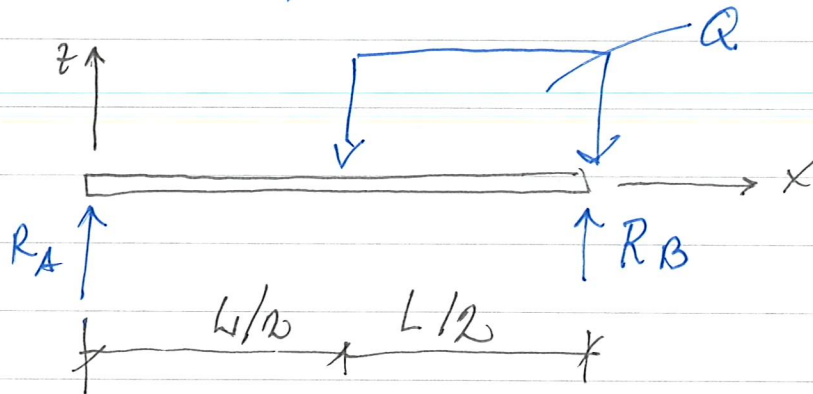
Reducering: Haighdiagram

$$K_f = 1 + 7(\chi_f - 1) = 1 + 0.8(2.2 - 1) \approx 2 \rightarrow \frac{\lambda}{k_f k_r k_d} = \frac{1}{2}$$

$$\sigma_{red} = \pm 0.5 \sigma_u, \quad \sigma_{up,red} = \sigma_{up} \pm 0.5 \sigma_{up}$$

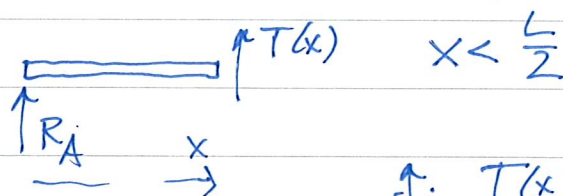


Ex 3 Inför stödcalltioner, bestäm maximal tvärkraft i balken

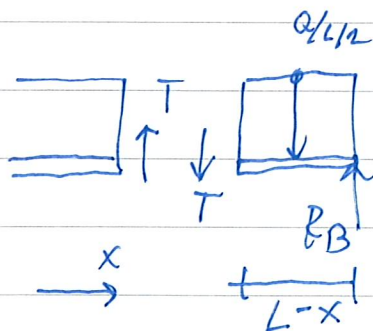


$$\begin{aligned} \uparrow \cdot R_A + R_B - Q &= 0 \\ \curvearrowleft \cdot R_B \cdot 2L - Q \cdot \frac{3L}{2} &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} R_A &= \frac{1}{4}Q \\ R_B &= \frac{3}{4}Q \end{aligned}$$

Rita tvärkraftdiagram, gör snitt



$$\uparrow \cdot T(x) + R_A = 0 \rightarrow T(x) = -R_A$$

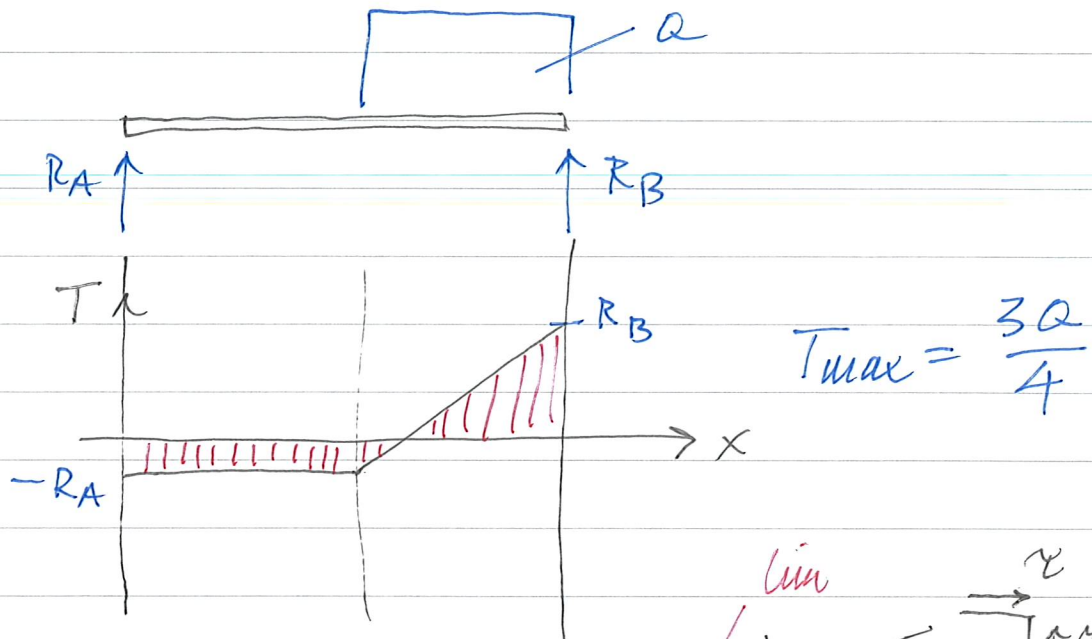


$$\uparrow \cdot R_B - T - \frac{2Q}{L}(L-x) = 0$$

$$\rightarrow T(x) = R_B - \frac{2Q}{L}(L-x)$$

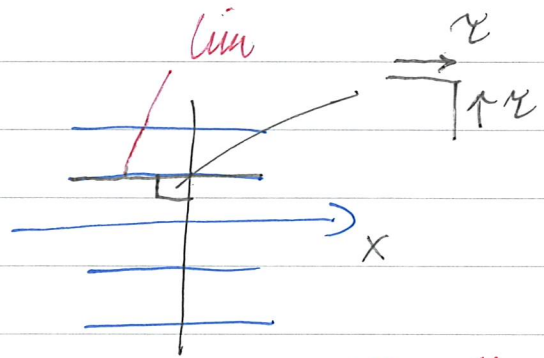
Tentamen TME061 190605 5(10)

Ex 4 forts



LBp 87-88 $\Rightarrow$

$$\gamma = \frac{T \cdot s^*}{b \cdot I}$$

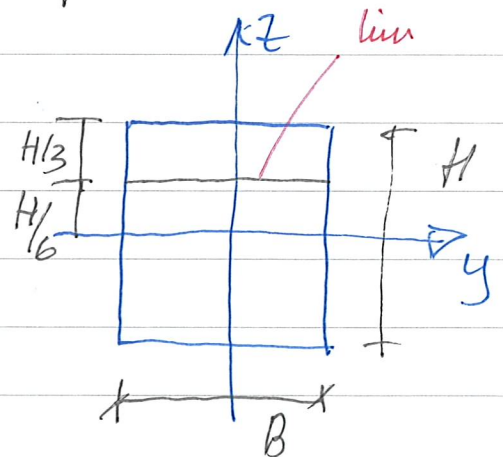


LBp 89 (FS p7) $\rightarrow$

$$I_y = \frac{BH^3}{12}$$

$$s^* = \int_{H/6}^{H/2} z dA = \int_{H/6}^{H/2} Bz dz$$

$$= \frac{B}{2} \left(\left(\frac{H}{2} \right)^2 - \left(\frac{H}{6} \right)^2 \right) = \frac{BH^2}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) = \frac{BH^2}{9}$$

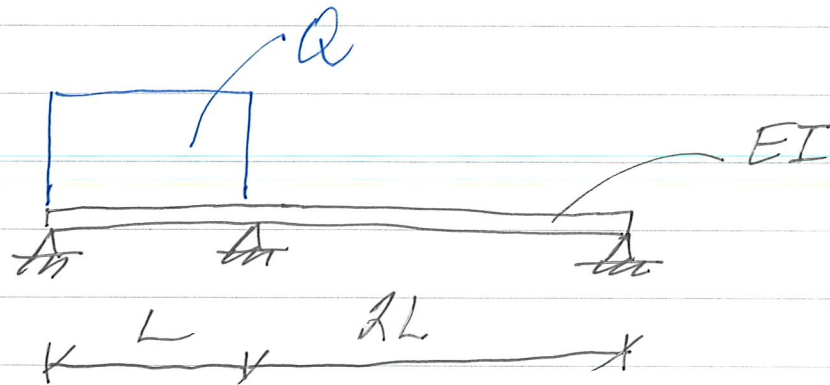


naamed $\gamma_{\max} = \frac{3Q}{4} \frac{BH^2}{9} \frac{12}{B \cdot BH^3} = \frac{Q}{BH} \leq \gamma_{\text{lim}}$

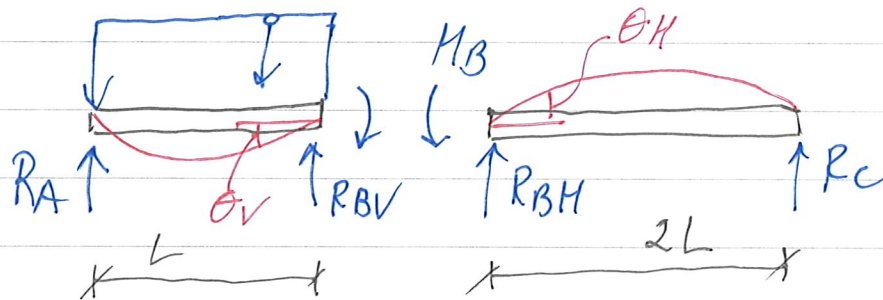
$$\rightarrow Q < \gamma_{\text{lim}} BH$$

Tentamen TME061 190605

Ex 4



Del upp balken, inför snittmomentvid
mitt stödet, använd kontinuitetsvillkor, LB_p



$$FS\ 6.3 \Rightarrow W_1 = Q/h$$

$$\theta_V = \frac{Q}{L} \frac{L^3}{24EI} - \frac{M_B L}{3EI}$$

$$\theta_H = \frac{M_B 2L}{3EI}$$

$$\theta_V = \theta_H \Rightarrow \frac{QL}{24} - \frac{M_B}{3} = \frac{2M_B}{3} \Rightarrow M_B = \frac{QL}{24}$$

Testamen THE061 190605

Ex 4 (cont)

Stödräktioner

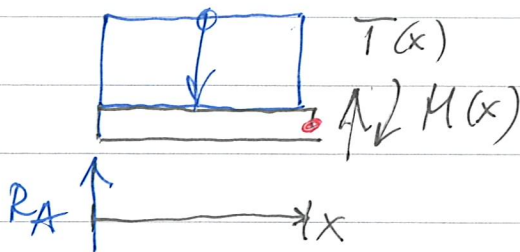
$$R_A = \frac{Q}{2} - \frac{M_B}{L} = \frac{Q}{2} - \frac{Q}{24} = \frac{11}{24} Q$$

$$R_{BV} = \frac{Q}{2} + \frac{M_B}{L} = \frac{Q}{2} + \frac{Q}{24} = \frac{13}{24} Q$$

$$R_{BH} = \frac{M_B}{2L} = \frac{Q}{48} \rightarrow R_B = \frac{26}{48} + \frac{1}{48} = \frac{27}{48} Q$$

$$R_z = -\frac{M_B}{2L} = -\frac{Q}{48} \quad (\Sigma R = \frac{22+27-1}{48} Q \text{ OK})$$

Moment diagram: (x-axel från stöd A)



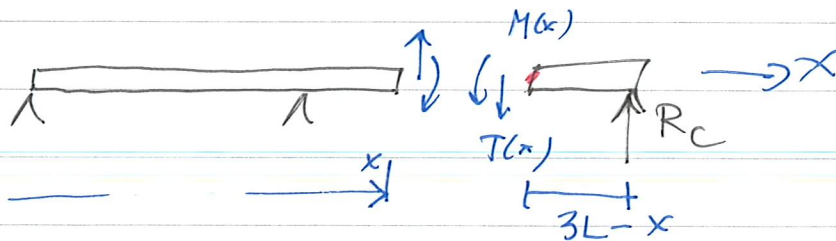
$$\uparrow \cdot R_A - \frac{Q}{L} x + T(x) = 0$$

$$T(x) = \frac{Q}{L} x - R_A = \frac{Q}{L} x - \frac{11}{24} Q$$

$$\curvearrowright \frac{Q}{L} x \cdot \frac{x}{2} - R_A x - M(x) = 0$$

$$M(x) = \frac{Q}{L} \frac{x^2}{2} - \frac{11}{24} Q x$$

Ex 4 forts



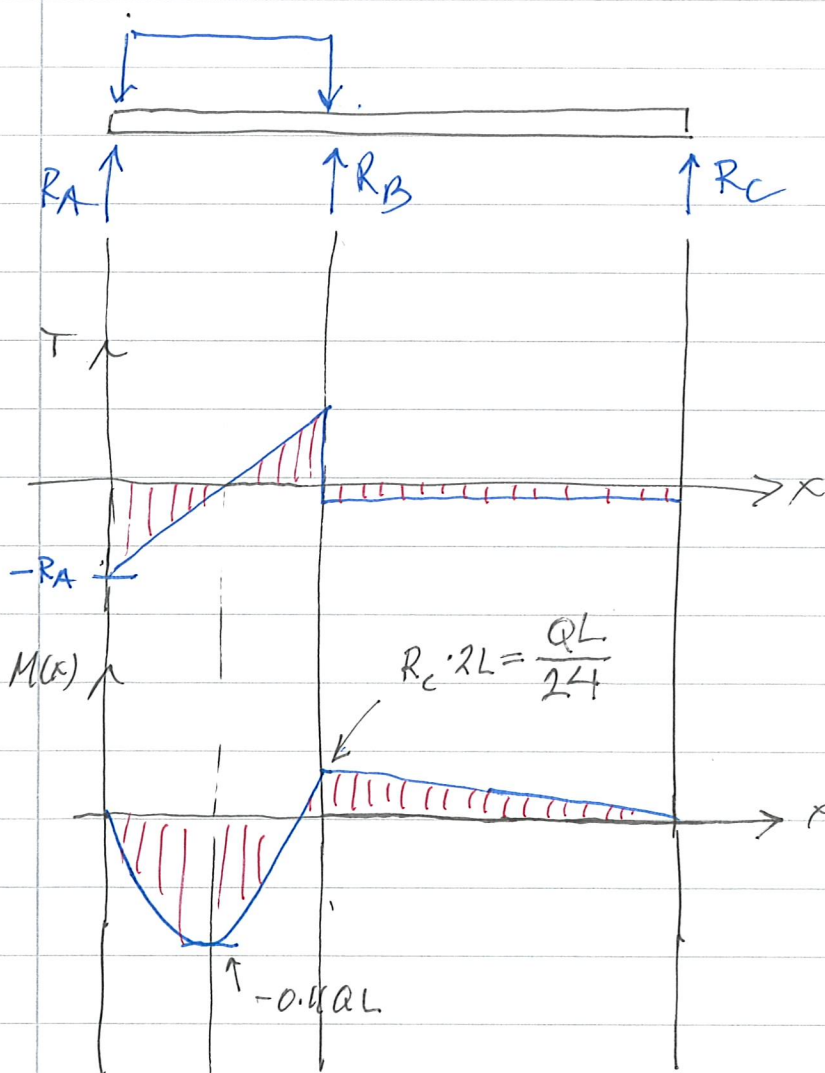
Jämvikt för höger del

$$\uparrow \cdot R_C - T(x) = 0$$

$$T(x) = R_C = -\frac{Q}{48}$$

$$\curvearrowright M(x) + R_C(3L-x) = 0$$

$$M(x) = R_C(x-3L)$$



$$T(x) = 0 = \frac{dM}{dx} \rightarrow$$

$$\frac{Q}{L}x - \frac{11Q}{24} = 0 \rightarrow x = \frac{11}{24}L$$

$$M\left(\frac{11}{24}L\right) =$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{11}{24}\right)^2 QL - \left(\frac{11}{24}\right)^2 QL$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{11}{24}\right)^2 QL = -0.11QL$$

Lösning; Hänvisningar till lärobok i maskinelement

$$F = C \cdot \delta; \quad C = \frac{F}{\delta} = \frac{1000}{0,1} = 10^4 \left[\frac{N}{m} \right]$$

Sid 129 ekv 3.15

$$C = \frac{Gd^4}{8nD^3}; \quad n = \frac{GD^3}{8Cd^4} = 1000 \cdot \frac{d^4}{D^3} \quad d \text{ och } D \text{ i [mm]} \quad (1)$$

Sid 128 ekv 3.12 ospänd fjäderlängd

inre utan 1

$$l_0 = 1,25(n+1)d + |\delta|_{\max} = (n+1)d + 100 \text{ [mm]} \quad (2)$$

Sid 130 ekv 3.17 vridskjuvspänningen

$$\tau_v = \frac{8FD}{\pi d^3}; \quad D = \frac{\tau_v \pi d^3}{8F} \approx 0,2238 d^3 \quad (3)$$

Sid 128 ekv 3.13 knäckning (Euler II)

$$l_0 = 2,6 D \quad \text{gränsen för knäckning} \quad (4)$$

Fyra ekv (en ekv och tre olikheter) och

fyra obekanta (d, D, n och l_0)

Lämpligt med passningsräkning med ledning

$d > 5 \text{ [mm]}$ + helt antal halva diametrar.

Börja med $d = 6 \text{ [mm]}$ (mest logiskt)

d [mm]	6	6,5	7	
(3) $D \approx 0,2238 d^3$ [mm]	48,35	61,47	76,78	
(1) $n = 1000 \frac{d^4}{D^3}$	11,47	7,68	5,31	
(2) $l_0 = (n+1)d + w_0$ [mm]	174,2	156,5	144,1	mindre än men ca 70% som möjligt
(4) $2,6D$ [mm]	125,7	159,8	199,6	

$\therefore D = 61,5$ [mm], $d = 6,5$ [mm], $n = 7,7$ [varv] och

$$l_0 = 156,5$$

$$\tau_{tot, korv} = k \cdot \frac{2FD}{\pi d^3} = k \cdot 570 \text{ [MPa]}$$

$$k = 1 + \frac{5}{4} \frac{d}{D} + \frac{7}{8} \left(\frac{d}{D}\right)^2 + \left(\frac{d}{D}\right)^3 = \dots = 1,143$$

$$\tau_{tot, korv} = \dots = 652 \text{ [MPa]}$$