

2011-01-10, Omtentamen i

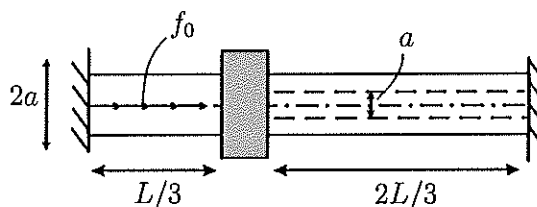
Hållfasthetslära och maskinelement för I3, TME060

Hållfasthetslära och maskinelement för Z2, TME016

- Tid: 8.30-12.30 Lokal: "Maskin"-salar
- Ansvarig lärare: Göran Brännare, tel 7721364
- Hjälpmedel
 - "Grundläggande hållfasthetslära", Hans Lundh, KTH, Stockholm.
 - Publicerade matematiska, fysikaliska och tekniska formelsamlingar.
 - "Handbok och formelsamling i hållfasthetslära", Inst. för hållfasthetslära, KTH, valfri upplaga
 - "Formelsamling i hållfasthetslära", Tillämpad mekanik, Ekh och Hansbo
 - Valfri kalkylator i fickformat med tangentbord och sifferfönster i samma enhet.
 - Ordböcker.
 - "Lärobok i Maskinelement" eller "Kompendium i Maskinelement", Mägi, M., Melkersson, K.
 - Egna anteckningar får finnas på befintliga sidor i "Grundläggande hållfasthetslära" och i "Lärobok i Maskinelement" eller "Kompendium i Maskinelement", dock inga lösta exempel. I övrigt tillåts inga egna anteckningar.
- Lösningar: Anslås 2011-01-10 på tillämpad mekaniks anslagstavla (Eklandagatan 86).
- Granskning: 2011-01-24 på institutionen för tillämpad mekanik.
- Resultat: Anslås senast 2011-01-24 på tillämpad mekaniks anslagstavla.
- Poängbedömning: Maxpoäng är 25. För att få poäng på en uppgift måste lösningen vara läslig och uppställda ekvationer klart motiverade. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren.
- Betygsgränser: 0-9.5p=underkänt, 10-14.5p= betyg 3, 15-19.5p= betyg 4, 20p= =betyg 5.

Uppgift 1 (5p)

En axelkonstruktion består av två axeldelar av samma material (aluminium) fast med olika tvärsnitt enligt figuren. Båda axeldelarna har cirkulära tvärsnitt; den vänstra delen är solid med diametern $2a$; den högra är ihålig med ytterdiametern $2a$ och innerdiametern a .



Axeldelarna sammanfogas med en stel skiva som utsätts för det fördelade vridande momentet f_0 på vänstra axeldelen. Bestäm vridningsvinkeln som uppkommer i mitten.

Givna data:

$$G_{\text{aluminium}} = 27 \cdot 10^3 \text{ [MPa]}, L = 8 \text{ [m]}, a = 100 \text{ [mm]}, f_0 = 25 \text{ [kN]}.$$

Uppgift 2 (5p)

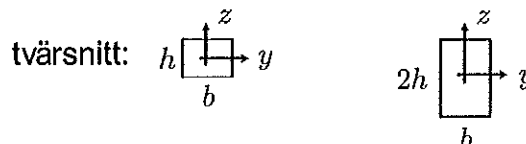
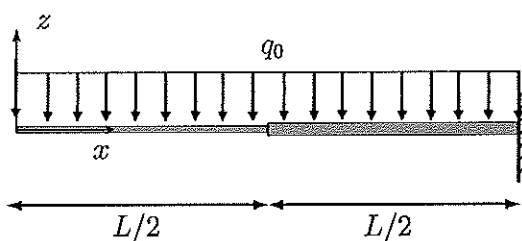
En fast inspänd balk utsätts för en uniformt utbredd last $q(x) = q_0$ [kraft/längd] enligt figuren. Balken är inhomogen på så sätt att den byter tvärsnittshöjd på mitten (h om $x < \frac{L}{2}$ och $2h$ om $x \geq \frac{L}{2}$).

- (a) Bestäm tvärkraften $T(x)$ och böjmomentet $M(x)$ för $0 \leq x \leq L$.
(2p)

- (b) Bestäm maximal böjnormalspänning och maximal böjskjuvspänning i balken.
(3p)

Givna data:

$$q_0 = 10 \text{ [N/mm]}, b = 36 \text{ [mm]}, h = 52 \text{ [mm]}, L = 2 \text{ [m]}.$$



Uppgift 3 (5p)

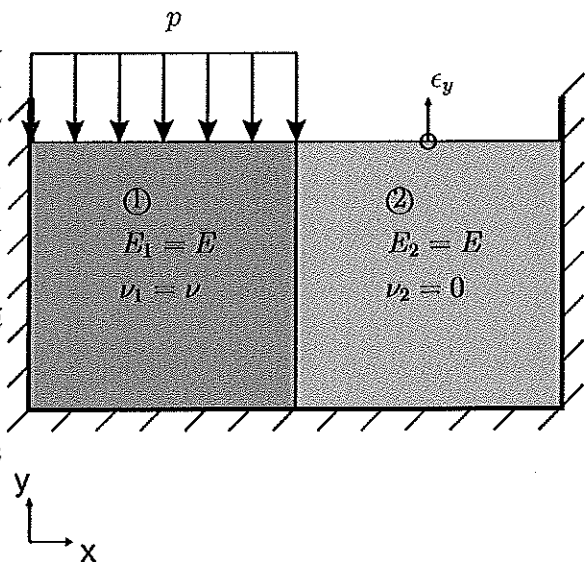
Två lika stora block är exakt inpassade utan friktion mellan väggar som kan betraktas som oändligt styva. Blocken är linjärt elastiska med materialegenskaper enligt figuren, (E, ν) respektive $(E, 0)$. Det vänstra blocket belastas med trycket p . Blocken har fria sidor i z -riktningen.

- (a) Bestäm samtliga normalspänningar i båda blocken.

(3p)

- (b) Bestäm vertikal normaltöjning ϵ_y i högra blocket.

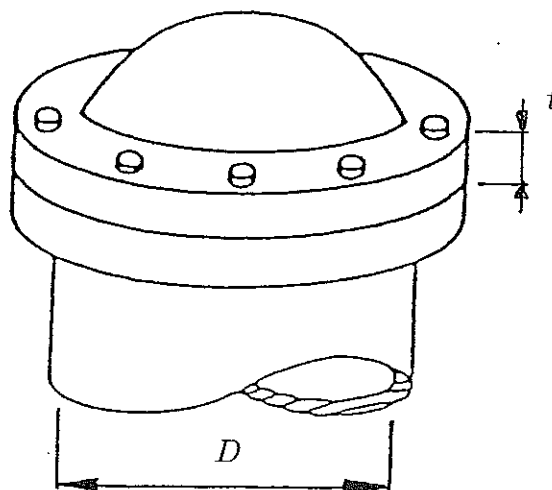
(2p)



Uppgift 4 (5 poäng)

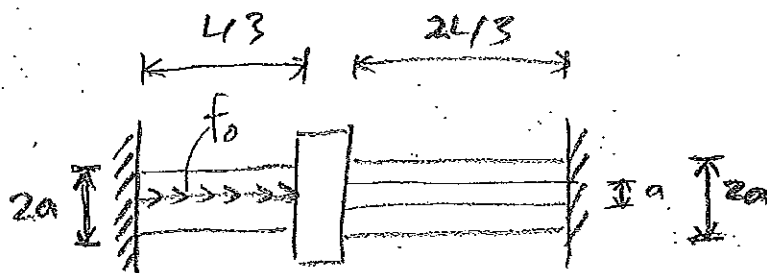
En autoklav enligt figur är dimensionerad för ett inre övertryck p . Gaveln som är löstagbar har en flänstjocklek t och skall skruvas direkt i flänsen på manteldelen med n st M20 skruvar med hållfasthetsklass 8.8. Beräkna tillåtet intervall för skruvarnas förspänningskraft om maximalt tillåten dragspänning för skruvmaterialet är 60 % av sträckgränsen och om den totala tätningskraften mellan flänsarna måste minst vara F . Underlagsstyvheten är c_k vid varje skruvhål. Vid beräkning av skruvstyvheten kan skruvskäften anses vara ögångade.

Data: $D = 800$ mm
 $p = 40$ bar
 $t = 30$ mm
 $n = 32$
 $F = 300$ kN
 $c_k = 3 \cdot 10^9$ N/m

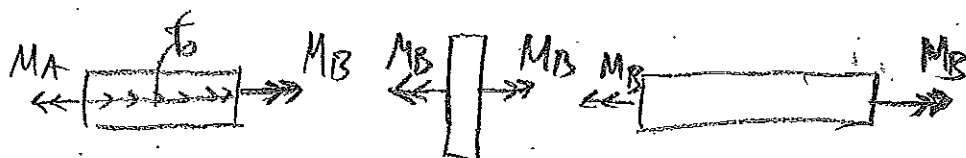


Uppgift 5 (5 poäng)

På en ihålig axel av stål med diametrarna 30 och 50 mm skall en hylsa krympas av samma material ($E=2,1 \cdot 10^{11}$ Pa) med ytterdiametern 100 mm och längden 45 mm. Beräkna tillåtet grepp om en effekt på 85 kW skall kunna överföras vid varvtalet 1480 rpm och maximalt tillåten materialpåkänning är 350 MPa (vridskjuvspänningen försummad). Friktionstalet mellan axeln och hylsan är minst 0,07.



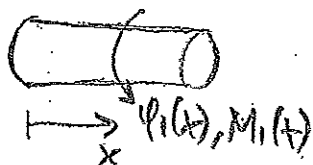
Frilagging:



Det jämviligt för skivan och den högra axeln används

Vi använder följande notation för vinklar och moment:

Vänstra axeln:



Högra:



Randvillkor:

$$\varphi_1(0) = 0 \quad (Bc1)$$

$$\varphi_1(L/3) = -\varphi_2 \quad (Bc2)$$

$$M_1(L/3) = GK_1 \frac{d\varphi_1}{dx}(L/3) = M_B \quad (Bc3)$$

För vänstra axeln:

$$-\frac{d}{dx} \left[GK_1 \frac{d\varphi_1}{dx} \right] = f_0 \Rightarrow \frac{d\varphi_1}{dx} = -\frac{f_0 x}{GK_1} + \frac{C_2}{GK_1}$$

$$\Rightarrow \varphi_1(x) = -\frac{f_0 x^2}{2GK_1} + C_2 x + C_3 \quad (1)$$

$$(Bc1) \& (1) \Rightarrow \underline{C_3 = 0}$$

1) Forts

För högra axeln:

(6-1) i Landh:

$$\varphi_2 = \frac{M_B (2L/3)}{GK_2} \quad (2)$$

(1) & (2) i (B(2)):

$$-\frac{f_0 (L/3)^2}{2GK_1} + C_2 (L/3) = \frac{2M_B L}{3GK_2} \Rightarrow$$

$$-\frac{f_0 L}{6GK_1} + C_2 = -\frac{2M_B}{3GK_2} \quad (3)$$

(1) i (B(3)):

$$-f_0 (L/3) + GK_1 C_2 = M_B \quad (4)$$

(4) i (3):

$$-\frac{f_0 L}{6GK_1} + C_2 = \frac{2}{3} \frac{f_0 L}{GK_2} - 2 \frac{K_1}{K_2} C_2 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{2}{3} K_2 + \frac{1}{6} K_1 \right) \frac{f_0 L}{G} = C_2 \left(1 + 2 \frac{K_1}{K_2} \right) \Rightarrow$$

$$(4K_1 + K_2) \frac{f_0 L}{G} = C_2 (6K_1 K_2 + 12K_1^2)$$

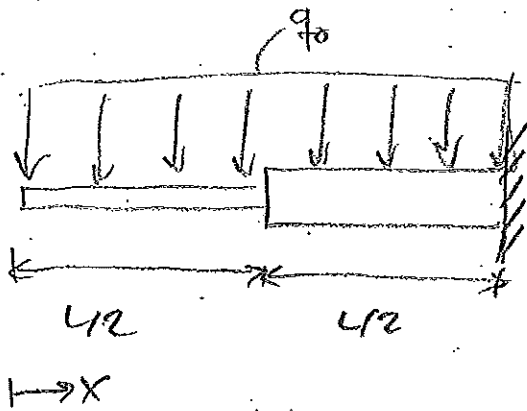
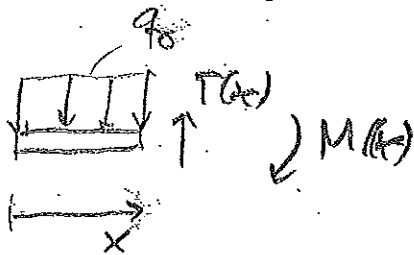
$$\Rightarrow C_2 = \frac{f_0 L}{GK_1} \frac{4K_1 + K_2}{12K_1 + 6K_2}$$

$$(4) \Rightarrow \varphi_1 \left(\frac{L}{3} \right) = -\frac{f_0 L^2}{18GK_1} + C_2 \frac{L}{3}$$

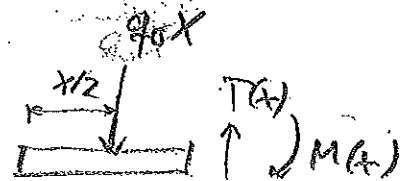
$$(6-12) \text{ i Landh: } K_1 = \frac{\pi}{2} a^4, \quad K_2 = \frac{\pi}{2} \left(a^4 - \left(\frac{a}{2} \right)^4 \right) = \frac{15}{32} \pi a^4$$

Ins. av siffror ger $\varphi_1(L/3) \approx 0,0143 \approx 0,818^\circ$

2)

a) Snitt vid godtyckligt x :

eller



Jmv:

$$\uparrow: T(x) - q_0 x = 0 \Rightarrow \underline{T(x) = q_0 x}$$

$$\curvearrowright: -M(x) + \left(\frac{x}{2}\right) q_0 x = 0 \Rightarrow \underline{M(x) = \frac{q_0}{2} x^2}$$

Ovanstående uttryck gäller för hela balken, dvs. för $0 < x < L$.

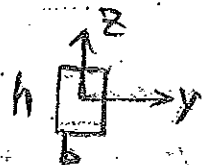
b) B-normalspänning:

(7-26):

$$\sigma = \frac{Mz}{I_y}$$

 $0 < x < L/2$:

$$I_y = \{(7-35)\} = \frac{bh^3}{12}$$



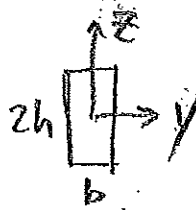
$$\Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M\left(\frac{L}{2}\right) \pm \frac{h}{2}}{\frac{bh^3}{12}} = \frac{\frac{q_0}{2} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \pm \frac{h}{2}}{\frac{bh^3}{12}} = \pm \frac{3}{4} \frac{L^2 q_0}{bh^2}$$

forts

2) forts

$$\frac{1}{2} < x < L:$$

$$I_y = \frac{b(2h)^3}{12} = \frac{2}{3}bh^3$$



$$\sigma_{\max} = \frac{M(L) \pm h}{\frac{2}{3}bh^3} = \pm \frac{\frac{q_0}{2}L^2h}{\frac{2}{3}bh^3} = \pm \frac{3}{4} \frac{L^2q_0}{bh^2}$$

∴ Bøjnormalspændingen er maksimal ved $x = \frac{L}{2}, z = \pm \frac{h}{2}$
och vid $x=L, z = \pm h$ och den er $\pm \frac{3}{4} \frac{L^2q_0}{bh^2} \approx \underline{0,31 \text{ GPa}}$

Bøjskjuvspænding:

$$\tau = \frac{TS_{A^*}}{I_y b(z)} \quad \text{konstant}$$

$0 < x < L/2:$

$$S_{A^*}(z) = b \int_z^{h/2} z dz = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right)$$

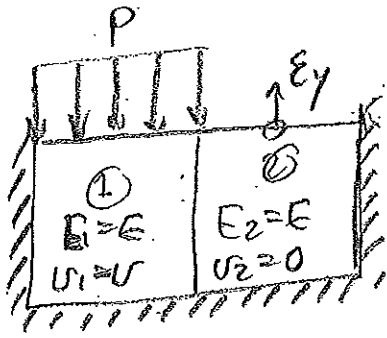
$$\Rightarrow \tau_{\max} = \frac{T(\frac{L}{2}) S_{A^*}(0)}{I_y b} = \frac{(q_0 \frac{L}{2}) (\frac{b}{2} \frac{h^2}{4})}{\frac{bh^3}{12} b} = \frac{3}{4} \frac{q_0 L}{bh}$$

$L/2 < x < L:$

$$S_{A^*}(z) = b \int_z^h z dz = \frac{b}{2} (h^2 - z^2)$$

$$\Rightarrow \tau_{\max} = \frac{T(L) S_{A^*}(0)}{I_y b} = \frac{(q_0 L) (\frac{b}{2} h^2)}{\frac{2}{3} bh^3 b} = \frac{3}{4} \frac{q_0 L}{bh}$$

∴ Bøjskjuvspændingen er maksimal ved $x = \frac{L}{2}, z=0$ och
vid $x=L, z=0$ och den er $\frac{3}{4} \frac{q_0 L}{bh} \approx \underline{8,0 \text{ MPa}}$



a)

Kant:

①:

$$\sigma_{1,y} = -p$$

$$\sigma_{1,z} = 0$$

②:

$$\sigma_{2,y} = \sigma_{2,z} = 0$$

Kompatibilitet:

$$\sigma_{1,x} = \sigma_{2,x} \quad (1)$$

$$\epsilon_{1,x} = -\epsilon_{2,x} \quad (2)$$

(10-7) i landh och (2):

$$\frac{1}{E}(\sigma_{1,x} - \nu(-p)) = -\frac{1}{E}(\sigma_{2,x} - 0) \Rightarrow \{1\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sigma_{1,x} = -\nu p \Rightarrow \sigma_{1,x} = \sigma_{2,x} = -\frac{\nu p}{2}$$

Svar:

$$\sigma_{1,x} = -\frac{\nu p}{2}$$

$$\sigma_{2,x} = -\frac{\nu p}{2}$$

$$\sigma_{1,y} = -p$$

$$\sigma_{2,y} = 0$$

$$\sigma_{1,z} = 0$$

$$\sigma_{2,z} = 0$$

b) (10-8):

$$\epsilon_{2,y} = \frac{1}{E}(0 - 0) = \underline{0}$$

Lösning:

Hänvisningar till lärobok i maskinelement

$$F_{s,max} = F_{0,max} + F_N \frac{C_s}{C_s + C_k} \quad \text{ekv 2.21} \quad \left. \vphantom{F_{s,max}} \right\} \text{sid 77}$$

$$F_{k,min} = F_{0,min} - F_N \frac{C_k}{C_s + C_k} \quad \text{ekv 2.22}$$

Omskrivas:

$$F_{0,max} = F_{s,max} - F_N \frac{C_s}{C_s + C_k}$$

$$F_{0,min} = F_{k,min} + F_N \frac{C_k}{C_s + C_k}$$

ekv 2.24 sid 82

$$F_{s,max} = \sqrt{F_{t1} \cdot A_s} = 0,6 \cdot 800 \cdot 0,8 \cdot \frac{11 \cdot (17,294 + 18,376)}{16} = 95933 \text{ [N]} \quad \text{1306870 med}$$

$$F_N = \frac{P \cdot D^2}{4 \cdot n} = \frac{40 \cdot 10^5 \cdot 11 \cdot 0,8^2}{4 \cdot 32} = 62832 \text{ [N]} \quad \text{tab 2.1 sid 62}$$

$$C_s = \frac{E \cdot A}{L} = \frac{211 \cdot 10^{11} \cdot 11 \cdot 0,02^2}{4 \cdot 0,03} = 2,20 \cdot 10^9 \text{ [N/m]}$$

$$F_{k,min} = \frac{300 \cdot 10^3}{32} = 9375 \text{ [N]}$$

$$F_{0,max} = 95933 - 62832 \cdot \frac{32}{22+32} = 69350 \text{ [N]}$$

$$F_{0,min} = 9375 + 62832 \cdot \frac{3}{22+32} = 15624 \text{ [N]}$$

Lösning:

Tillåtet kontaktryck (p_{max}) se lb sid 104 tabell 2.5

Tresca för hylsan:

$$\sigma_{e,nav} = \frac{2P}{1-\beta^2} \text{ omskrives } p = \frac{\sigma_e(1-\beta^2)}{2}$$

$$p = \frac{350(1-(50/100)^2)}{2} = 131 \text{ [MPa]}$$

Tresca för axeln

$$\sigma_{e,axel} = \frac{2P}{1-\beta_0^2} \text{ omskrives } p = \frac{\sigma_e(1-\beta_0^2)}{2}$$

$$p = \frac{350(1-(30/50)^2)}{2} = 112 \text{ [MPa]}$$

$$\therefore p_{max} = 112 \text{ [MPa]}$$

Erforderligt kontaktryck (p_{min}) lb sid 101 ekv 2.43-2.45

$$\frac{2M_v}{d} = \mu p \pi d l \quad \text{där } M_v = \frac{P}{\omega} = \frac{30P}{\pi n} = \frac{30 \cdot 85000}{\pi \cdot 1480} = 548 \text{ [Nm]}$$

$$\text{Omskrives } p_{min} = \frac{2M_v}{\mu \pi d^2 l} = \frac{2 \cdot 548}{0,07 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot 0,045}$$

$$p_{min} = 44,3 \cdot 10^6 \text{ [Pa]}$$

Forts.

Samband mellan grepp och kontaktryck se Ib
sid 105 ehv 2,54 (samma material)

$$\Delta = \frac{pd}{E} \left[\frac{1+\mu^2}{1-\mu^2} + \frac{1+\mu_0^2}{1-\mu_0^2} \right] \quad p_{\max} \text{ ger } \Delta_{\max}, \quad p_{\min} \text{ ger } \Delta_{\min}$$

$$\Delta_{\max} = \frac{112 \cdot 0,05}{2,1 \cdot 10^5} \left[\frac{1+0,5^2}{1-0,5^2} + \frac{1+0,6^2}{1-0,6^2} \right] = 101 \cdot 10^{-6} \text{ [m]}$$

$$\Delta_{\min} = \frac{44,3 \cdot 0,05}{2,1 \cdot 10^5} \left[\text{---} \parallel \text{---} \right] = 40 \cdot 10^{-6} \text{ [m]}$$

Svar: $40 \mu\text{m} < \Delta < 101 \mu\text{m}$