Omtentamen i Hållfasthetslära och maskinelement I (TME060), 2010-08-24

Tid: 08:30 – 12:30, **Lokal**: M-salar
Lärare: Göran Brännare 031-772 1364

Hjälpmedel:
- Grundläggande hållfasthetslära, H Lundh, KTH Stockholm
- Utdrag ur lärobok in Maskinelement del A, M. Mägi och K. Melkersson, Chalmers.
- Motsvarande lärobok i hållfasthetslära på högskolenivå
- Publicerade matematiska, fysiska och tekniska formelsamlingar
- Handbok och formelsamling i hållfasthetslära, KTH, Stockholm
- Formelsamling i hållfasthetslära, M Ekh och P Hansbo, Tillämpad mekanik, Chalmers
- Valfri kalkylator i fickformat med tangentbord och sifferfönster i samma enhet
- Ordböcker
- Egna anteckningar får finnas på befintliga sidor i kursböckerna "Grundläggande hållfasthetslära" och "Utdrag ur lärobok in Maskinelement del A", dock får inga lösta exempel finnas. I övrigt tillåts inga egna anteckningar

OBS: Lösta räkneuppgifter och tentamensproblem samt separata egna anteckningar är alltså inte tillåtna som hjälpmedel

Lösningar: Anslås på kurshemsidan samt på tillämpad mekaniks anslagstavla senast 2010-08-24 (Hörsalsvägen 7, plan 3).

Granskning: Tentamensgranskning sker 2010-09-09 och 2010-09-10 kl. 12-13 på Institutionen för tillämpad mekanik, Avdelningen för material- och beräkningsmekanik, Hörsalsvägen 7, plan 3 (rum Newton).

Poängbedömning: Maximal poäng på tentamen är 25 poäng. För att få poäng måste lösningen vara läslig och uppställda ekvationer klart motiverade. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren. Om hjälpmedel används vid lösning av problem skall referens och sidhänvisning anges.

Betygslista: Anslås senast 2010-09-07 på kurshemsidan samt på tillämpad mekaniks anslagstavla (Hörsalsvägen 7).

Betygsgränser:
Underkänt: 0-9.5p | Betyg 3: 10-14.5p | Betyg 4: 15-19.5p | Betyg 5: 20p-

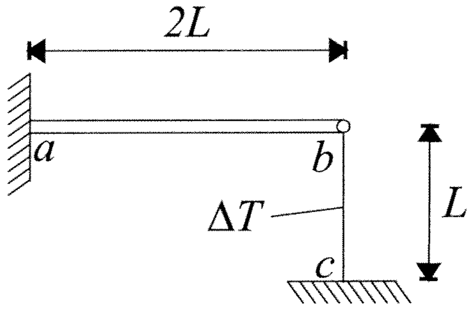
Omtentamen i Hållfasthetslära och maskinelement I (TME060) 2010-08-24

Uppgift 1. (5 poäng)

En balk *a-b* med längden $2L$ är fast inspänd i sin vänstra ände vid punkten *a* och ledat infäst vid *b* i en vertikal stång *b-c* med längden L. Både balken och stången är gjorda av samma material med elasticitetsmodul E, Poissons tal ν och termisk längdutvidgningskoefficient α. Vidare har balken ett cirkulärt tvärsnitt med diametern D och stången ett cirkulärt tvärsnitt med diametern $d=D/2$.

Stången värms så att dess temperatur ökar ΔT.

Bestäm stången *b-c*:s förlängning p.g.a. temperaturökningen ΔT.



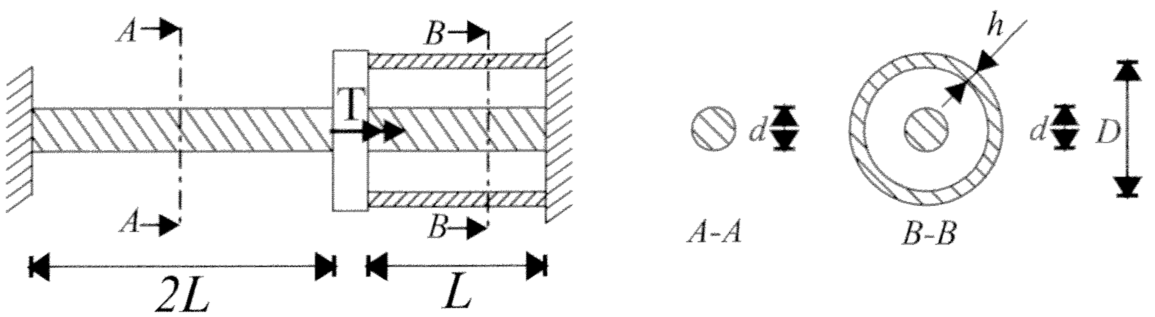
Uppgift 2. (5 poäng)

Två axlar med diametern d och med respektive längd $2L$ och L är sammanfogade med en *stel* skiva enligt figuren. Den andra sidan av respektive axel är fast inspänd i en vägg. Vidare sitter utanpå den kortare axeln en hylsa som också är fastsatt mellan vägg och skiva. Hylsan kan betraktas som ett tunnväggigt rör med medeldiametern D och väggtjockleken h. Hylsan och rören består av samma material med skjuvmodul G.

Ett vridmoment T läggs på den stela skivan enligt figur.

Bestäm maximal skjuvspänning i någon del av konstruktionen (OBS! Ej skivan).

Givna data: $G = 80$ GPa, $L = 1.0$ m, $d = 100$ mm,
$D = 200$ mm, $h = 4$ mm, T = 5 kNm.



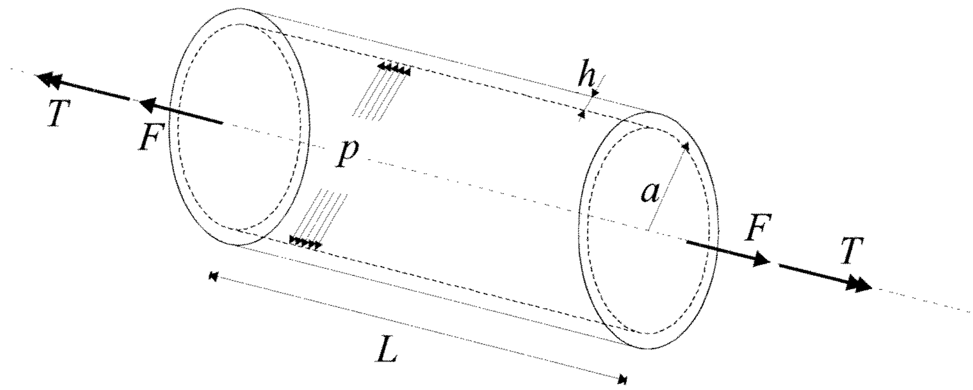
Omtentamen i Hållfasthetslära och maskinelement I (TME060) 2010-08-24

Uppgift 3. (5 poäng)

Betrakta en tunnväggig sluten cylinder med längden L, medelradien a och väggtjockleken h. Cylindern innehåller en gas och utsätts därmed för ett inre övertryck p. Dessutom utsätts cylindern för ytterligare yttre belastning i form av en dragkraft F och ett vridande moment T. Cylindern består av ett material med elasticitetsmodulen E och Poissons tal ν.

Bestäm huvudspänningarna för en punkt på mantelytan av cylindern.

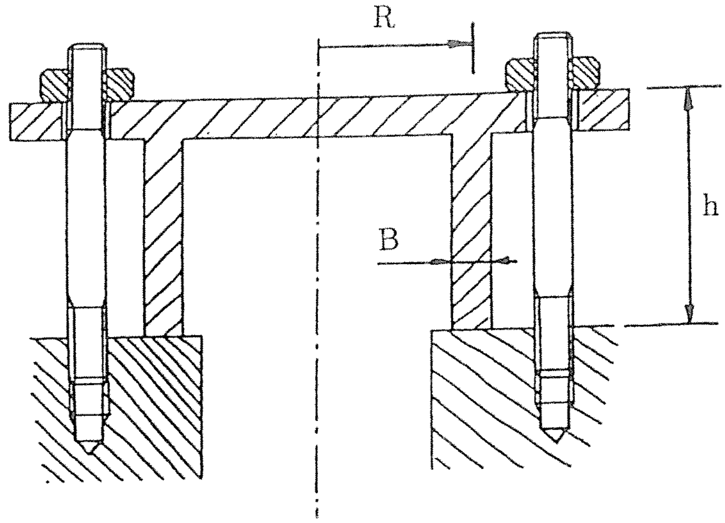
Givna data: $E = 210$ GPa, $\nu = 0.3$, $L = 2$ m,
$a = 250$ mm, $h = 4$ mm, $p = 1$ MPa,
$F = 200$ kN, $T = 70$ kNm.



Uppgift 4 (5 poäng)

En cirkulär manlucka är monterad med 24 st M12 dragstänger av material 10.9 enligt figur. Initialkraften i varje dragstång är 36,9 kN. Beräkna maximalt tillåtet inre övertryck med avseende på risk för läckage och otillåtet hög spänning i dragstängerna. Man kan anta att läckage undvikes om tätningens kontakttryck är åtminstone dubbla inre övertrycket och maximalt tillåten dragspänning i dragstängerna är 70 % av sträckgränsen. Manluckans fjäderkonstant är 450 kN/mm per skruvdelning.

Data: h = 0,18 m
R = 0,40 m
B = 0,015 m

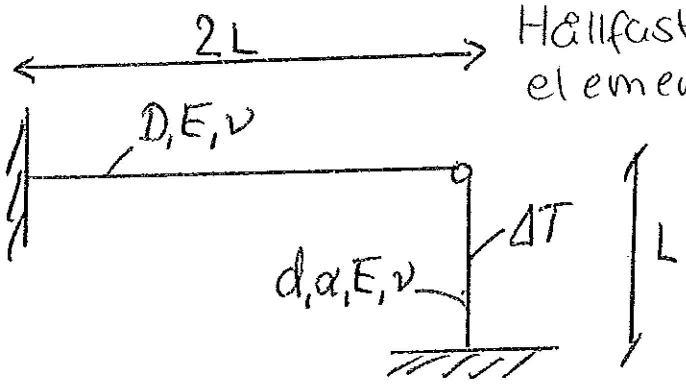


Uppgift 5 (5 poäng)

En skruvfjäder som utsätts för en tryckkraft på 400 N skall hoptryckas 23,3 mm. Fjädern skall tillverkas av en ståltråd med diametern 4 mm och skjuvmodulen $80 \cdot 10^9$ Pa. Maximal **total** skjuvspänning får (skall) uppgå till 520 MPa.

Beräkna antal verksamma varv och medeldiametern för fjädern. Beräkna även tillåten ospänd fjäderlängd l_0 med avseende på bottning och knäckning.

1.



Hållfasthetslära och maskinelement I TMEO60 (1)

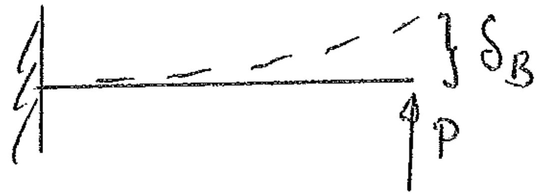
2010-08-24
Lösningar

Givet: $d = D/2$, endast stången värms.

Bestäm: Stångens förlängning δ_S sfa temperaturökningen ΔT

Lösn: Studera deformationen av respektive del. Kontaktkraft P

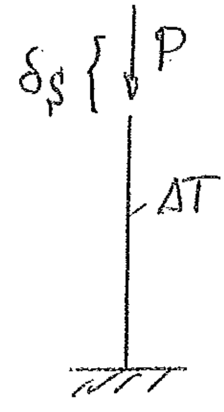
Balk:



Fs. el. fall 6.4 $\Rightarrow$ $\delta_B = \dfrac{P \cdot (2L)^3}{3EI}$ (1)

Fs s6 $\Rightarrow$ $I = \dfrac{\pi D^4}{64}$

Stång:



$\delta_S = \alpha \Delta T \cdot L - \dfrac{P \cdot L}{AE}$ (2)

$A = \dfrac{\pi d^2}{4}$

(2)

(1) $\Rightarrow$ $P = \dfrac{3EI}{8L^3}\,\delta_B$ (3)

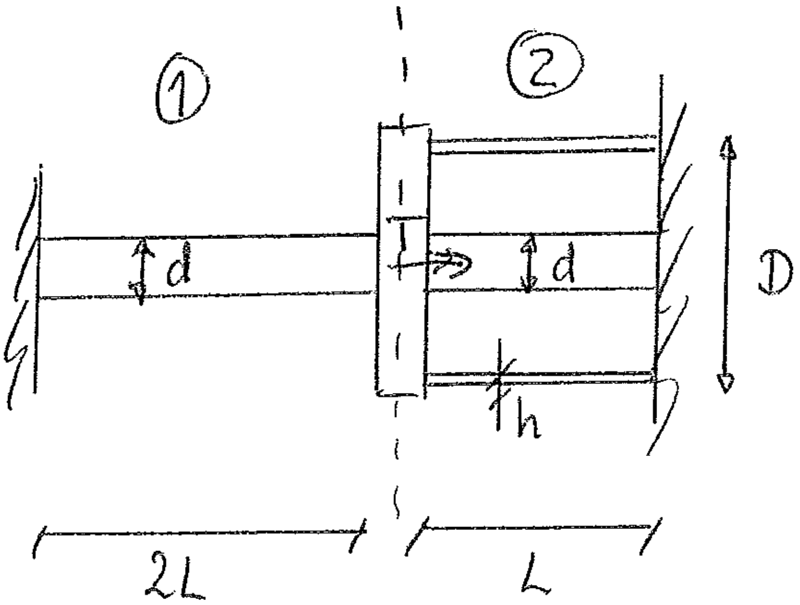
(3) i (2) med $\delta_{s} = \delta_B$ $\Rightarrow$

$$\delta_{s} = \alpha\Delta T \cdot L - \frac{3EI}{8L^3}\,\delta_{s} \cdot \frac{L}{AE}$$

$$\delta_{s}\left(1 + \frac{3\pi D^4 \cdot 4}{8 \cdot 64 \cdot L^2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2}\right) = \alpha\Delta T \cdot L$$

$$\underline{\underline{\delta_{s} = \frac{32\,\alpha\Delta T}{32 + 3(D/L)^2} \cdot L}}$$

2.



Givet: $G = 80\,GPa$, $L = 1{,}0\,m$, $d = 100\,mm$

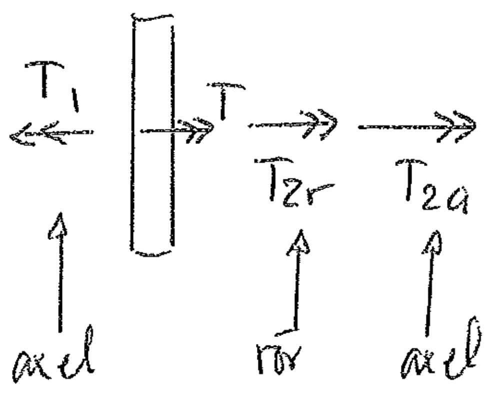
$D = 2d$, $h = 4\,mm$, $T = 5\,kNm$

Bestäm: Max skjuvspänning i konstruktionen

τ_{max}

Lösn:

Frilägg skivan

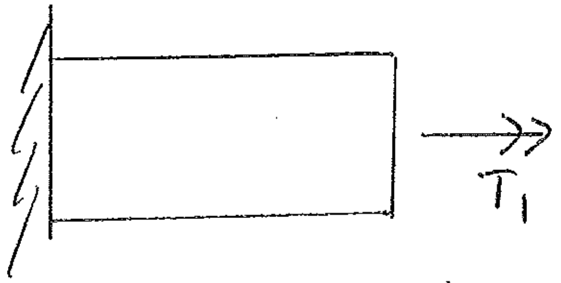


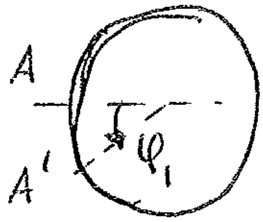
$\rightarrow$: $T + T_{2r} + T_{2a} - T_1 = 0$ (1)

Deformationssamband

Axel 1

Vy från höger



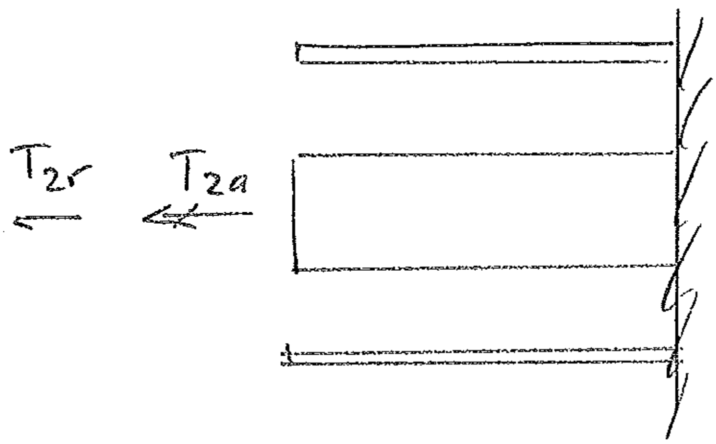


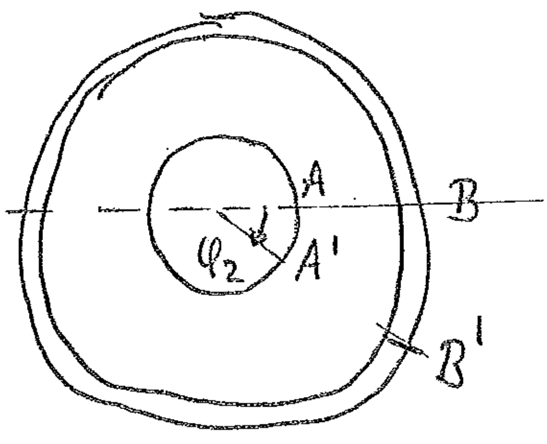
Vid belastn. flyttas A till A'

Vrids vinkeln φ_1

Axel & rör 2

Vy från vänster





Vid belastn. flyttas A till A'

& B till B'

Vrids vinkeln φ_2

$$\therefore \quad \varphi_1 = \varphi_2$$

5

Konstitutiva samband

med hänsyn till riktning på
vinkel & moment fås

$$\varphi_1 = \frac{T_1 \cdot 2L}{G \cdot K_1} \quad (3) \qquad K_1 = \frac{\pi d^4}{32} \text{ enl Fs s6}$$

$$\varphi_2 = -\frac{T_{2a} \cdot L}{G \cdot K_{2a}} = -\frac{T_{2r} \cdot L}{G \cdot K_{2r}} \quad (4)$$

$$K_{2a} = K_1$$

$$K_{2r} = \frac{\pi (2d)^3 \cdot h}{4}$$

$$(4) \Rightarrow \quad T_{2a} = \frac{K_{2a}}{K_{2r}} \cdot T_{2r} \quad (5)$$

$$(3) \,\&\, (4) \Rightarrow \quad T_1 = -\frac{1}{2} \frac{K_1}{K_{2r}} \cdot T_{2r} \quad (6)$$

$$(5), (6) \text{ i } (1) \Rightarrow \quad T + T_{2r} + \frac{K_{2a}}{K_{2r}} \cdot T_{2r} + \frac{1}{2} \frac{K_1}{K_{2r}} \cdot T_{2r} = 0 \quad (7)$$

Med $K_{2a} = K_1$ & $\frac{K_1}{K_{2r}} = \frac{d}{64h}$ fås ur ⑦ (6

att:

$$T_{2r} = \frac{-128\,Th}{128h + 3d} \quad ⑧$$

⑥, ⑧ $\Rightarrow$ $$T_1 = \frac{Td}{128h + 3d}$$

, ⑧ $\Rightarrow$ $$T_{2a} = \frac{-2Td}{128h + 3d}$$

Då $|T_{2a}| > |T_1|$ fås max skjuvsp. i axeln eller röret till höger

$$\tau^{②}_{axel} = \frac{|T_{2a}|}{W_{va}}, \quad W_{va} = \frac{\pi (d/2)^4}{d} \text{ enl } (6-16)$$

W_{va} ← vridmotstånd

$$\tau^{②}_{axel} = \dots = \frac{32T}{\pi d^2 (128h + 3d)} \quad //$$

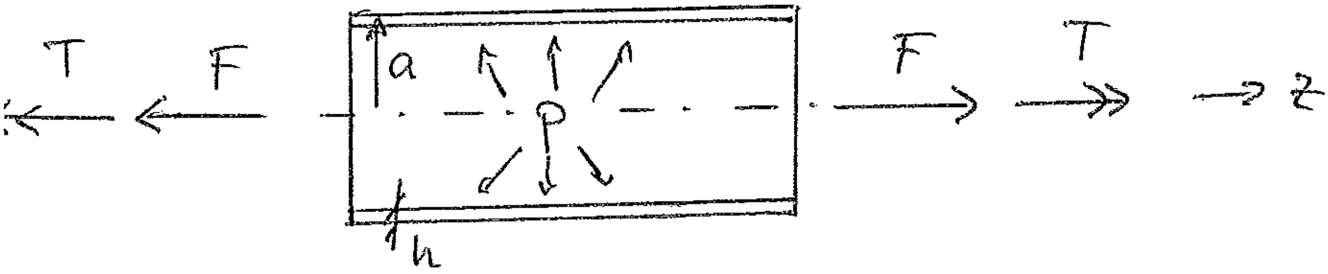
$$\tau_{rör} = \frac{|T_{2r}|}{W_{vr}}, \quad W_{vr} = 2\pi d^2 h \text{ enl } (6-5)$$

$$\tau_{rör} = \dots = \frac{64T}{\pi d^2 (128h + 3d)} > \tau^{②}_{axel}$$

$\therefore \tau_{max} = \tau_{rör} =$

$\underline{\underline{= 12{,}5 \text{ MPa}}}$

3.



Bestäm: Huvudspänningarna på mantelytan

Givet: $E = 210\ GPa$, $\nu = 0.3$, $L = 2m$

$a = 250\ mm$, $h = 4mm$, $p = 1\ MPa$

$F = 200\ kN$, $T = 70\ kNm$

Lösn: Bestäm först spänningskomponenter i ett cylindriskt koordinatsystem r, φ, z

kraften F:

$$\sigma_{z,F} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \cdot 2a \cdot h}, \quad \text{resten} = 0$$

vridmomentet T:

$$\tau_{z\varphi} = \frac{T}{W_v} = \frac{T}{2\pi a^2 h} \quad \text{med } W_v = 2\pi a^2 h \text{ enl (6-5)}$$

resten = 0

trychet p

$$(9\text{-}105)\quad \begin{cases} \sigma_{z,p} = \dfrac{pa}{2h} \\ \sigma_{\varphi,p} = \dfrac{pa}{h} \\ \sigma_r = 0 \end{cases} \qquad \text{resten} = 0$$

Totalt:

en huvudsp. = 0

$$\begin{bmatrix} \sigma_r & \tau_{r\varphi} & \tau_{rz} \\ \tau_{\varphi r} & \sigma_\varphi & \tau_{\varphi z} \\ \tau_{zr} & \tau_{z\varphi} & \sigma_z \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \dfrac{pa}{h} & \dfrac{T}{2\pi a^2 h} \\ 0 & \dfrac{T}{2\pi a^2 h} & \dfrac{F}{2\pi a h} + \dfrac{pa}{2h} \end{array}\right]$$

Resten bestäms av

$$\begin{vmatrix} \sigma_\varphi - \sigma & \tau_{\varphi z} \\ \tau_{\varphi z} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = (\sigma_z - \sigma)(\sigma_\varphi - \sigma) - \tau_{z\varphi}^2 = 0$$

$$\iff \sigma^2 - \sigma(\sigma_z + \sigma_\varphi) + \sigma_z\sigma_\varphi - \tau_{z\varphi}^2 = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_\varphi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_\varphi}{2}\right)^2 + \tau_{z\varphi}^2} \quad (\text{jmfr } 6\text{-}9)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{F}{2\pi a h} + \frac{pa}{2h} + \frac{pa}{h}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\left(\frac{F}{2\pi a h} - \frac{pa}{2h}\right)\right)^2 + \left(\frac{T}{2\pi a^2 h}\right)^2}$$

9

$$\sigma_{1,2} = 62{,}8 \pm 44{,}6 \text{ MPa}$$

$$\therefore \quad \sigma_1 = 107{,}4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 18{,}2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = 0 \text{ MPa}$$

Uppgift nr 4	Hållfasthetslära och maskinelement Z2, TME016, 2010-08-24	Sida 1(2)

Lösning

sökt:

Bestäm maximalt tillåtet inre övertryck, p, så att:

A. kontakttrycket i tätningsytan är $p_{tät} \geq 2p_{max}$.
B. spänningen i skruvarna är mindre än 70 % av sträckgränsen σ_s.

antaganden:

Antag att locket är tunt så att lastens angreppspunkt kan approximeras med en punkt direkt under skruvskallen. Antag att materialet i skruven är stål med E-modul, $E = 206$ GPa.

lösningsgång:

Beräkningarna utförs per skruv.

Betrakta F-Δ–diagrammet för en skruv:

Tätningskravet ger ett maxvärde på yttre lasten. Också spänningen i skruven ger ett maxvärde på yttre lasten. Sök det lägsta av dessa två maxvärden.

A. Tätningskravet:

Tätningskravet ges av att $p_{tät} = 2p_{max}$. Nu kan tätningskraften per skruv bestämmas.

$$F_{K,min} = \frac{2p^A_{max}A_K}{24} = \frac{p^A_{max}\pi RB}{6} \tag{2}$$

Yttre lasten beräknas enligt

$$F_N = \frac{p^A_{max}A_{cylinder}}{24} = \frac{p^A_{max}\pi(R-B/2)^2}{24} \tag{3}$$

Läroboken sid 77 ekv 2.22

$$F_K = F_0 - \frac{c_K}{c_S + c_K}F_N \tag{4}$$

där underlagsstyvheten är känd, $c_K = 450 \cdot 10^6$ N/m. Däremot behövs ett uttryck för skruvstyvheten. Skruvstyvheten beräknas för den ogängade fria skruven som

$$c_S = \frac{EA_{skruv}}{h} = \frac{E\pi d^2_{skruv}}{4h} = \frac{206 \cdot 10^9 \pi \left(12 \cdot 10^{-3}\right)^2}{4 \cdot 0,18} \approx 129,4 \text{ MN/m}$$

Ekv. 2 och 3 i 4 ger

$$p^A_{max} = \frac{6F_0}{\pi} \cdot \frac{1}{RB + \frac{c_K}{c_S + c_K} \cdot \frac{(R-B/2)^2}{4}} \tag{6}$$

$$p^A_{max} = \frac{6 \cdot 36,9 \cdot 10^3}{\pi} \cdot \frac{1}{0,4 \cdot 0,015 + \frac{450}{129,4 + 450} \cdot \frac{0,3925^2}{4}} \approx 1,96 \text{ MPa}$$

B. Spänningskravet:

Den tillåtna spänning i skruvarna, $\sigma_{skruv,max} \leq 0,7 \cdot \sigma_s$, ger ett villkor på yttre lasten. Sträckgränsen för hållfasthetsklass 10.9 är enligt läroboken sidan 82 $\sigma_s = 900$ MPa. För att bestämma kraften i skruven behövs skruvens spänningsarea. Läroboken sidan 82 ekv 2.24

$$A_s \approx \frac{\pi(d_1 + d_2)^2}{16} \tag{8}$$

Läroboken sid 62 tabell 2.1 ger för M12

$$\begin{cases} d_1 = & 10,106 \text{ mm} \\ d_2 = & 10,863 \text{ mm} \end{cases} \tag{9}$$

Nu kan ett uttryck för den maximala skruvkraften ställas upp.

$$F_{S,max} = 0,7 \cdot \sigma_s \cdot A_s = 0,7 \cdot \sigma_s \cdot \frac{\pi(d_1 + d_2)^2}{16} \tag{10}$$

Läroboken sid 77 ekv 2.21

$$F_S = F_0 + \frac{c_S}{c_S + c_K} F_N \tag{11}$$

Ekv. 3 och 10 i 11 ger

$$p^B_{max} = \frac{0,7 \cdot \sigma_s \cdot \frac{\pi(d_1 + d_2)^2}{16} - F_0}{\pi(R - B/2)^2} \cdot \frac{24(c_S + c_K)}{c_S} \tag{12}$$

$$p^B_{max} = \frac{0,7 \cdot 900 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi\left(10,106 \cdot 10^{-3} + 10,863 \cdot 10^{-3}\right)^2}{16} - 36,9 \cdot 10^3}{0,3925^2 \pi} \cdot \frac{24(129,4 + 450)}{129,4}$$

$$p^B_{max} \approx 3,88 \text{ MPa}$$

<u>svar:</u>

Det största tillåtna övertrycket blir $p_{max} = 1,96$ MPa (kontakttrycket är bestämmande).

Uppgift nr 5	Hållfasthetslära och maskinelement Z2, TME016, 2010-08-24	Sida 1(1)

Lösning: Hänvisningar till lärobok i mask el

$$\tau_{tot} = \frac{8 F_a D}{\pi d^3}\left(1 + \frac{2d}{3D}\right)$$ ekv 3.18 sid 136 Lös ut D

$$D = \frac{\tau_{tot} \cdot \pi \cdot d^3}{8F} - \frac{2d}{3} = \frac{520 \cdot \pi \cdot 4^3}{8 \cdot 400} - \frac{2 \cdot 4}{3} = 30\ [mm]$$

$$c = c_{drag} = \frac{F_a}{\delta_a} = \frac{Gd^4}{8nD^3}$$ ekv 3.24 sid 142 lös ut n

$$n = \frac{Gd^4 \delta}{8FD^3} = \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 4^4 \cdot 23{,}3}{8 \cdot 400 \cdot 30^3} = 5{,}5$$

$l_{0,min}$ map bottning ekv 3.12 sid 134

1,25 → 1 vid bottning $l_{0,min} = (n+1)d + \delta$

$$l_{0,min} = (5{,}5 + 1)4 + 23{,}3 = 49{,}3\ [mm]$$

$l_{0,max}$ map knäckning ekv 3.13 sid 134

$$l_{0,max} = 2{,}6D = 2{,}6 \cdot 30 = 78\ [mm]$$

Svar: $D = 30\ [mm]$, $n = 5{,}5\ [varv]$, $l_{0min} = 49{,}3\ [mm]$

och $l_{0,max} = 78\ [mm]$