

## **Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för Z2 (TME016) och I3 (TME060), 2010-01-11**

**Tid:** 0830 - 1230    **Lokal:** M-salar

**Lärare:** Lennart Josefson tel 7721507, Göran Brännare tel 7721364

### **Hjälpmedel:**

- Grundläggande hållfasthetslära, H Lundh, KTH Stockholm
- Utdrag ur lärobok i Maskinelement del A, M Mägi och K Melkersson, Chalmers
- Motsvarande lärobok i hållfasthetslära på högskolenivå
- Publicerade matematiska, fysiska och tekniska formelsamlingar
- Handbok och formelsamling i hållfasthetslära, KTH, Stockholm
- Formelsamling i hållfasthetslära, M Ekh och P Hansbo, Tillämpad mekanik, Chalmers
- Valfri kalkylator i fickformat med tangentbord och sifferfönster i samma enhet
- Ordböcker
- Egna anteckningar får finnas på befintliga sidor i kursböckerna "Grundläggande hållfasthetslära" och "Utdrag ur Lärobok i Maskinelement del A", dock får inga lösta exempel finnas. I övrigt tillåts inga egna anteckningar

**OBS:** Lösta räkneuppgifter och tentamensproblem samt separata egna anteckningar är alltså inte tillåtna som hjälpmedel

**Lösningar:** Anslås på tillämpad mekaniks anslagstavla 2010-01-12 (Hörsalsvägen 7)

**Granskning:** Tentamensgranskning sker 2010-02-01 och 2010-02-02 kl 1200-1300 på institutionen för tillämpad mekanik, Hörsalsvägen 7, plan 3.

**Betygslista:** Anslås senast 2010-02-05 på tillämpad mekaniks anslagstavla

**Poängbedömning:** Maximal poäng på tentamen är 25 poäng. För att få poäng måste lösningen vara läslig och uppställda ekvationer klart motiverade. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren. Om hjälpmedel används vid lösning av problem skall referens och sidhänvisning anges.

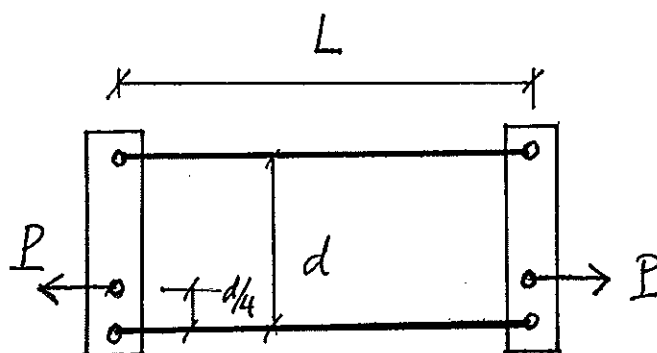
### **Betygsgränser:**

- 0-9 poäng: underkänt
- 10-14 poäng: betyg 3
- 15-19 poäng: betyg 4
- 20-25 poäng: betyg 5

**Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för Z2 (TME016) och I3 (TME060), 2010-01-11**

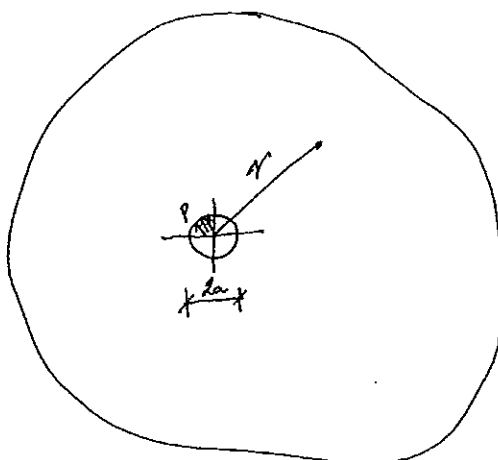
**Uppgift 1 (5 poäng)**

Två linjärt elastiska stänger (elasticitetsmodul  $E$ ) med samma längd  $L$ , men med tvärsnittsarea  $A$  respektive  $2A$  är ledat förenade med två stela ok enligt figuren. Oken belastas med två krafter  $P$  verkande på avståndet  $d/4$  från den smala stängen. Beräkna hur mycket kraftangreppspunkternas avstånd ökas.



**Uppgift 2 (5 poäng)**

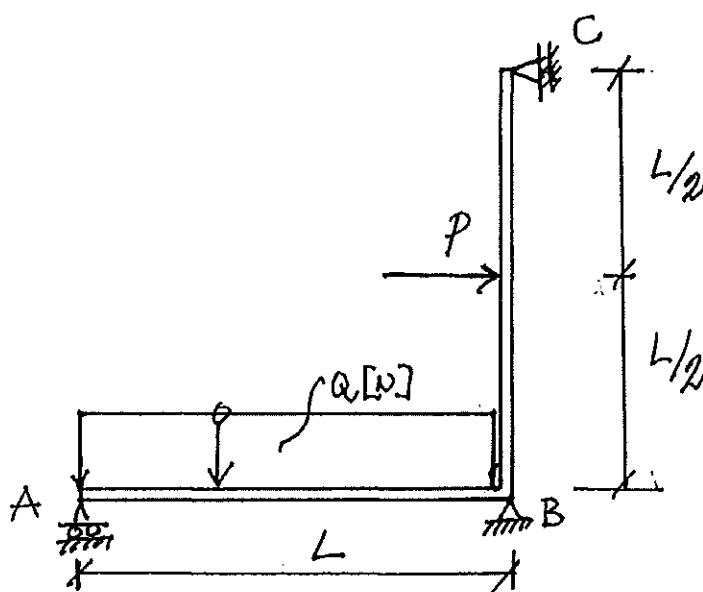
I en mycket stor tunn plan skiva finns ett litet cirkulärt hål med radien  $a$ . Skivan är tillverkad av ett linjärt elastiskt material och vi antar plant spänningstillstånd. Skivan belastas med ett inre övertryck  $p$  i hålet. Bestäm spänningskomponenterna och von Mises effektivspänning på avståndet  $r$  från hålets centrum.



**Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för Z2 (TME016) och I3 (TME060), 2010-01-11**

**Uppgift 3 (5 poäng)**

Ramen i figuren består av två balkar med längden  $L$  och yttröghetsmomentet  $I$ . Balkarna har svetsats ihop vid B (dvs vid deformation av ramen förblir vinkeln vid B rät). Ramen är lagrad i tre stöd A, B och C. Balkarna är tillverkade av ett linjärt elastiskt material med elasticitetsmodulen  $E$ , och den horisontella balken belastas med en jämnt utbredd last med tyngden  $Q$  [N]. För att minska vinkeländringen vid stödet B anbringas en punktkraft  $P$  mitt på den vertikala balken. För vilket värde på  $P$  blir vinkeländringen vid B noll?

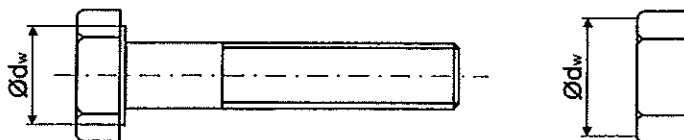


**Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för Z2 (TME016) och I3 (TME060), 2010-01-11**

**Uppgift 4 (5 poäng)**

En M12 skruv åtdrages med 124 Nm. Beräkna maximalt erhållen effektivspänning i skruvskافتet om både dragspänningen och vridmomentet (i gängan) medräknas. Friktionstalet i gängan samt mellan skruvskallen och underlaget ligger mellan 0,14 och 0,18.

[28] Kompletterande tabell för skruvdimensioner, skruvskallars och muttras anläggningsyta mot underlag.



	M5	M6	M8	M10	M12	M16
$d_w$ , skruvskalle [mm]	6,74	8,74	11,47	14,47	16,47	22,00
$d_w$ , mutter [mm]	6,90	8,90	11,47	14,60	16,60	22,50
	M20	M24	M30	M36	M42	M48
$d_w$ , skruvskalle [mm]	27,70	33,25	42,75	51,11	59,95	69,45
$d_w$ , mutter [mm]	27,70	33,25	42,75	51,11	59,95	69,45

**Uppgift 5 (5 poäng)**

En cylindrisk skruvfjäder med medeldiametern  $D$ , tråddiametern  $d$ , antal verk-samma varv  $n$ , obelastad fjäderlängd  $l$  och maximalt tillåten spänning  $\tau_{max}$  utsätts för en tryckkraft  $F$ . Beräkna utnyttjandegraden för både tryckkraften  $F$  och för maximalt tillåten tryckkraft (inget krav på luft mellan trådvarven). Utöver ren vrid-skjuvspänning i trådtvärsnittet skall hänsyn tagas till tvärkraft och fjädertrådens krökning.

Data:  $D$  = 50 mm  
 $d$  = 5 mm  
 $n$  = 5,5  
 $\tau_{max}$  = 750 N/mm<sup>2</sup>  
 $F$  = 300 N  
 $l$  = 70 mm



CHALMERSKA  
Huset

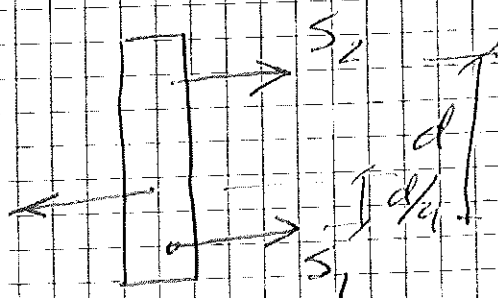
1( )

# Hållfasthetsanalys 2010-01-11

1)

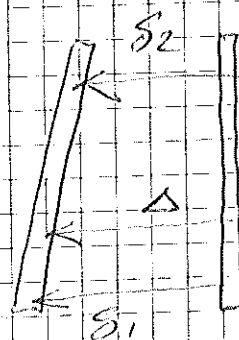
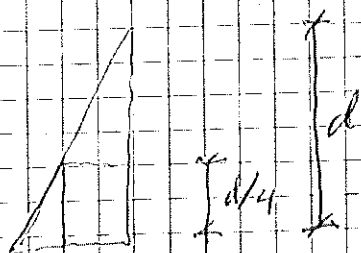
Ställ upp jämvikt

$$\Rightarrow \sigma_1 + \sigma_2 - P = 0 \quad \vee \quad \frac{P}{A}$$



4)  $\frac{P \cdot d}{4} - \sigma_2 \cdot d = 0$  2)

Deformations samband  
P.g. för flytning är  $\Delta$



triangeln  $\rightarrow$

$$\frac{\sigma_1 - \Delta}{d/4} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{d} \Rightarrow \sigma_1 - \Delta = \frac{1}{4} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad 3)$$

Materielsamband för stång

$$\sigma_1 = \frac{S_1 L}{EA} \quad 4)$$

$$\sigma_2 = \frac{S_2 L}{E \cdot 2A} \quad 5)$$

2)  $\Rightarrow \sigma_2 = \frac{P}{4}$  nämnd 1)  $\rightarrow \sigma_1 = \frac{3P}{4}$

Då lös av 3) - 5)

$$\Delta = \frac{3}{4} \sigma_1 + \frac{1}{4} \sigma_2 = \frac{PL}{EA} \left[ \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \right] = \frac{19}{32} \frac{PL}{EA}$$



CHALMERSKA  
HUSET

20)

## Hållfz maskinelement 2010-01-11

2) För en tunn plan skiva med rotations-symmetrisk last gäller ent LB p 213

$$\begin{cases} \sigma_r(r) = A - \frac{B}{r^2} \\ \sigma_\phi(r) = A + \frac{B}{r^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_r(r) = A - \frac{B}{r^2} \\ \sigma_\phi(r) = A + \frac{B}{r^2} \end{cases}$$

Här gäller RV

$$\sigma_r(a) = -p \quad 1)$$

$$\sigma_r(\infty) \rightarrow 0 \quad 2)$$

varmed

$$2) \rightarrow A = 0 \quad 1) \rightarrow -p = -B/a^2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sigma_r(r) = -p \left(\frac{a}{r}\right)^2 \\ \sigma_\phi(r) = p \left(\frac{a}{r}\right)^2 \end{cases} \quad \text{tunn skiva} \Rightarrow \tau_z = 0$$

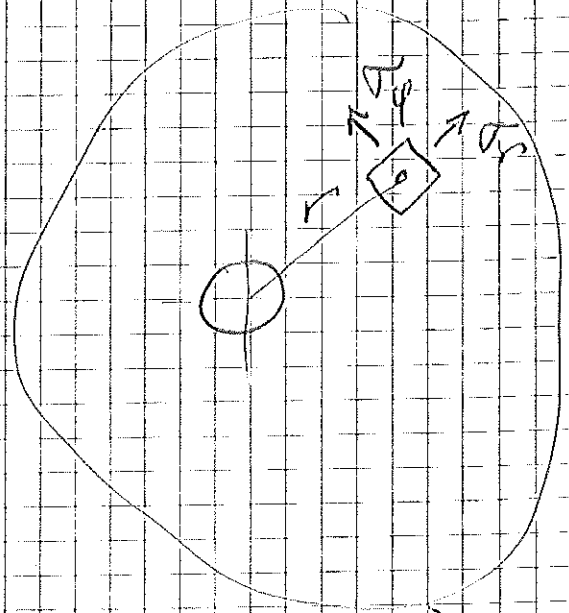
$$\begin{cases} \sigma_r(r) = -p \left(\frac{a}{r}\right)^2 \\ \sigma_\phi(r) = p \left(\frac{a}{r}\right)^2 \end{cases}$$

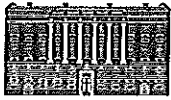
Von Mises effektivspänning fas ent LB p

235

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\phi^2 - \sigma_r \sigma_\phi} = \left(\frac{a}{r}\right)^2 \sqrt{p^2 + p^2 - (-p)p}$$

$$\sigma_e = \sqrt{3} p \left(\frac{a}{r}\right)^2$$





### Hälf 2 maskinelement 2010-01-11

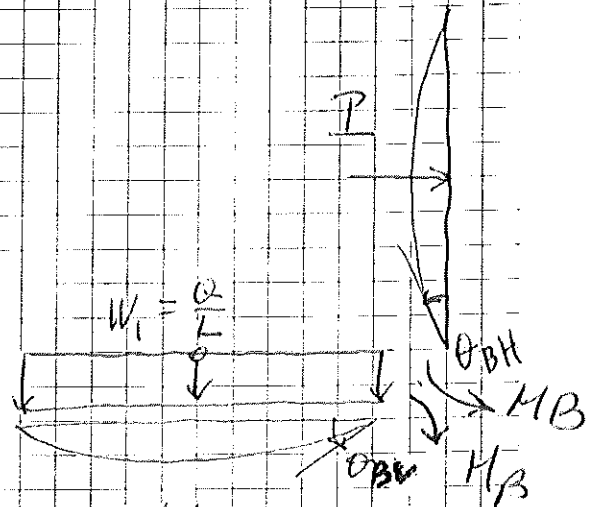
3) Använd elementarfäll FS 6.3  
snitta rumen vid B, inlös snittmoment  $M_B$

Kontinuitet vid B  $\rightarrow$

$$\theta_{BV} = \theta_{BH}$$

$$\theta_{BV} = \frac{QL^2}{24EI} - \frac{M_B L}{3EI}$$

$$\theta_{BH} = -\frac{PL^2}{16EI} + \frac{M_B L}{3EI}$$



$$\Rightarrow \frac{QL^2}{24EI} - \frac{M_B L}{3EI} = -\frac{PL^2}{16EI} + \frac{M_B L}{3EI}$$

$$\frac{2}{3} \frac{M_B L}{EI} = \frac{QL^2}{24EI} + \frac{PL^2}{16EI} \Rightarrow M_B = \frac{QL}{16} + \frac{3}{32} PL$$

Stätt  $\theta_{BV} = 0 \Rightarrow$

$$\frac{QL^2}{24EI} - \frac{M_B L}{3EI} = 0 = \frac{QL^2}{24EI} - \frac{L}{3EI} \left( \frac{QL}{16} + \frac{3PL}{32} \right)$$

$$Q \left( \frac{1}{24} - \frac{1}{48} \right) - P \cdot \frac{1}{32} = 0 \Rightarrow P = \frac{2}{3} Q$$

Lösning:

Lb sid 71 elv 2,10 skruvdata sid 62

$$M_{tot} = F_{ax} (0,16 P + 0,58 \mu d_2 + r_m \mu_b) \quad \text{där } r_m = \frac{d_w + d_h}{4} = \frac{16,47 + 18,5}{4} = 7,49 \text{ mm}$$

omskrivet och med siffror då  
 $\mu = \mu_{min}$  som ger  $F_{ax, max}$

$$F_{ax, max} = \frac{124}{(0,16 \cdot 1,75 + 0,58 \cdot 0,14 \cdot 10,863 + 7,49 \cdot 0,14)} 10^3 = 56,09 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

Momentet i skruvskattet (endast de två första termerna)  
 tas nu som

$$M_v = 56,09 (0,16 \cdot 1,75 + 0,58 \cdot 0,14 \cdot 10,863) = 65,2 \text{ [Nm]}$$

Effektivspänningen se bla lb sid 170

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{F_{ax, max}}{A_{sp}}\right)^2 + 3\left(\frac{M_v}{W_v}\right)^2} \quad \text{där } W_v = \frac{\pi d^3}{16}$$

Spänningsarean för skruven se lb sid 72

$$A_{sp} = \frac{\pi (d_1 + d_2)^2}{16} = \frac{\pi (10,106 + 10,863)^2}{16} = 86,33 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Vid beräkning av vridmotståndet  $W_v$  använd

Samma diameter som för  $A_{sp}$  dvs  $\frac{d_1 + d_2}{2}$

$$W_v = \frac{\pi \left(\left(\frac{10,106 + 10,863}{2}\right) 10^{-3}\right)^3}{16} = 0,2263 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^3\text{]}$$

$$\sigma_e = \sqrt{\left(\frac{56,09 \cdot 10^3}{86,33 \cdot 10^{-6}}\right)^2 + 3\left(\frac{65,2}{0,2263 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 819 \cdot 10^6 \text{ [Pa]}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{650 \cdot 10^6} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{288 \cdot 10^6}$

Svar:  $\sigma_e = 819 \text{ [MPa]}$



Lösning:

Lb sid 131 ekv 3.6 och 3.5

$$\eta = \frac{W_{\text{verkl}}}{W_{\text{max}}} \quad (1)$$

$$W_{\text{max}} = \frac{\tau_{\text{max}}^2 \cdot V}{2G} \quad \text{maximalt materialutnyttjande}$$

$V$  = fjädertrådens volym med stigningens inverkan

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot l_t \quad \text{där trådlängden } l_t = n \frac{\pi D}{\cos \lambda}$$

$$\Rightarrow W_{\text{max}} = \frac{\tau_{\text{max}}^2 \cdot \pi^2 d^2 D \cdot n}{8G \cos \lambda} \quad (2)$$

$$l = \pi n D \tan \lambda + d \quad \text{lb sid 134 ekv 3.10}$$

$$\tan \lambda = \frac{l - d}{\pi n D} = \frac{70 - 5}{\pi 5,5 \cdot 50} \Rightarrow \lambda = 4,3026^\circ$$

Yttre arbete för linjär fjäder lb sid 130 ekv 3.4

$$W_{\text{verkl}} = \frac{F^2}{2c}$$

$$c = \frac{Gd^4}{8nD^3} \quad \text{lb sid 135 ekv 3.14}$$

$$\left. \begin{array}{l} W_{\text{verkl}} = \frac{F^2}{2c} \\ c = \frac{Gd^4}{8nD^3} \end{array} \right\} W_{\text{verkl}} = \frac{4F^2 n D^3}{G d^4} \quad (3)$$

(1) (2) och (3) ger:

$$\eta = \frac{32 F^2 D^2 \cos \lambda}{\pi^2 d^6 \tau_{\text{max}}^2}$$

Fall 1  $F = 300 \text{ N}$

$$\eta = \frac{32 \cdot 300^2 \cdot 50^2 \cos 4,3026}{\pi^2 5^6 750^2} = 0,08277$$

Fall 2  $F$  så stor att  $\tau_{\text{tot, korr}} = \tau_{\text{max, till}} = 750 \text{ MPa}$

$$\tau_{\text{tot, korr}} = k \frac{8FD}{\pi d^3} \quad \text{lb sid 136 ekv 3.14}$$

$$k = 1 + \frac{5d}{4D} + \frac{7(d/D)^2}{8} + \left(\frac{d}{D}\right)^3 = 1 + \frac{5 \cdot 5}{4 \cdot 50} + \frac{7 \left(\frac{5}{50}\right)^2}{8} + \left(\frac{5}{50}\right)^3 = 1,1348$$

$$F(\Sigma_{\max}) = \frac{\Sigma_{\max} \cdot \pi d^3}{k \cdot 8 \cdot D} = \frac{750 \cdot \pi \cdot 5^3}{1,1348 \cdot 8 \cdot 50} = 648,9 \text{ N}$$

$$\eta = \frac{32 \cdot 648,9^2 \cdot 50^2}{\pi^2 \cdot 5^6 \cdot 750^2} \cos 4,3026 = 0,8872$$

Fall 3:  $F = F(\Delta_{\min}) = F(\Delta_{\text{botten}})$

$$\Delta_{\min} = d(n+1) = l - \Delta_{\text{botten}}$$

$$\Delta_{\text{botten}} = l - d(n+1) = 70 - 5(5,5+1) = 37,5 \text{ mm}$$

$$F_{\text{botten}} = C \cdot \Delta_{\text{botten}} = \frac{Gd^4}{8nD^3} \Delta_{\text{botten}} = \frac{\frac{2,1 \cdot 10^5}{2,6} \cdot 5^4}{8 \cdot 5,5 \cdot 50^3} \cdot 37,5$$

$$F_{\text{botten}} = 344 \text{ N} = F_{\max}$$

$$\eta_{\max} = \frac{32 \cdot 344^2 \cdot 50^2}{\pi^2 \cdot 5^6 \cdot 750^2} \cos 4,3 = 0,1089$$

Svar:

$$\eta = 0,083 \quad \text{för } F = 300 \text{ N}$$

$$\eta = 0,109 \quad \text{för bottenad fjäder}$$