



CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Mekanik och maritima vetenskaper
412 96 Göteborg

TME055 Strömningsmekanik

2020-08-28

Tentamen fredagen den 28 augusti 2020 kl 14:00-18:00

Ansvarig lärare: Henrik Ström

Ansvarig lärare (eller någon som företräder honom) kan under tentamen nås på mail henrik.strom@chalmers.se eller telefon 031-7721360.

Maximal poängsumma är 50. För godkänt krävs 20 poäng, för betyg 4 krävs 30 poäng och för betyg 5 krävs 40 poäng. **OBS! För godkänt betyg krävs utöver minst 20 poäng totalt även att minst 1 poäng erhållits per delområde (A-E).**

Skriv dina svar i en ordbehandlare (t ex Microsoft Word). Lämna in ditt dokument *allra helst som PDF* i Canvas innan tentan avslutas. Det är även möjligt att skriva svar på papper och scanna in med mobilen och ladda upp sådana bilder som PDF. Om du använder dig av något annat filformat än PDF, kontakta examinatoren via mail innan du lämnar in för att försäkra dig om att filformatet är OK! Inlämnade filer som inte går att läsa kan komma att ge noll poäng på tentan. Det är inte möjligt att byta ut sina filer efter att tentan avslutats.

Under tiden som du skriver tentan ska du vara inloggad i Zoom med kameran på.

Mötesrum: <https://chalmers.zoom.us/j/61700676622>

Lösenord: 358046

Använd inte Zoom för att kontakta examinatoren med frågor (detta görs via mail eller telefon). Logga ut ur Zoom först *efter* att du laddat upp dina lösningar i Canvas.

OBS! Notera att uppgifterna inte är ordnade efter svårighetsgrad.

Delområde A – Molekyler och kontinuum (10 p)

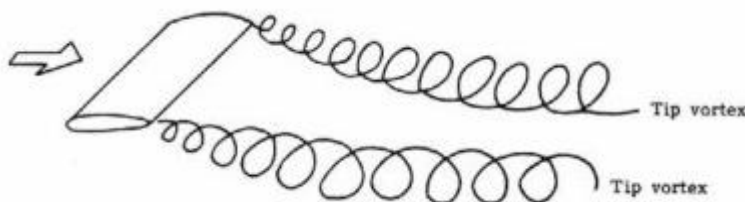
- 1) En vätska eller gas består av ett stort antal molekyler som rör sig i olika hastigheter och riktningar och kolliderar/interagerar med varandra. Medelmolekylhastigheten i luft vid atmosfärstryck och rumstemperatur är 486 m/s. Ändå kan vi uppleva att luften i ett rum är stillastående. Förklara hur detta är möjligt! (2 p)
- 2) Ge ett exempel på ett hastighetsfält som ser likadant ut i Eulerskt som Lagrangeskt betraktelsesätt, och ett hastighetsfält som ser olika ut! (2 p)
- 3) I en Newtonsk fluid är skjuvspänningen som ett fluidelement upplever proportionell mot deformationshastigheten. Proportionalitetskonstanten är en fluidegenskap som kallas viskositet. Skjuvspänningen kan tolkas som ett flöde av rörelsemängd per areaenhet. Förklara den fysikaliska bakgrunden till att deformation av ett fluidelement leder till transport av rörelsemängd! Vad är det som händer med molekylerna som ger denna effekt på fluidnivå? (3 p)
- 4) Tänk dig ett horisontellt plan en meter under havsytan ute på djupt vatten. Är trycket i vattnet i detta plan riktat uppåt eller nedåt? Motivera ditt svar! (1 p)
- 5) I en stillastående vätska brukar vi säga att tryckförändringen mellan två höjdnivåer (i z -riktning) är proportionell mot ρgh , där $h = z_2 - z_1$. I en gas är tryckförändringen istället proportionell mot $g \int_{z_1}^{z_2} \rho dz$. Förklara skillnaden i uttryck! (1 p)
- 6) Vattnet i en lugn sjö kan antas vara stillastående, vilket innebär att trycket ökar ju längre ner under ytan man befinner sig. Detta innebär att den uppåtriktade tryckkraften från vattnet på ett föremål som sänks ned i sjön är högre ju djupare föremålet är. Med andra ord är vattnets flytkraft större ju längre ner i vattnet man kommer. Är detta resonemang sant eller falskt? Motivera ditt svar! (1 p)

Delområde B – Vardagliga fenomen, hastighet och tryck (10 p)

- 7) Vid inkompressibel strömning genom en kontraktion (se bild nedan) kan strömningen vara stationär samtidigt som fluiden accelererar. Förklara hur en fluid kan accelerera under stationära betingelser! (1 p)



- 8) Olika fordon upplever olika luftmotstånd (formmotstånd) när de färdas vid hög hastighet. Givet samma betingelser (dvs samma lufttemperatur och samma relativa hastighet till vägbana och omgivande luft), vilka egenskaper hos fordonet är det som påverkar motståndet? (2 p)
- 9) Förklara fenomenet ”korsdrag”, dvs att en öppen dörr eller fönster plötsligt kan slå igen om en dörr/fönster öppnas på andra sidan rummet/byggnaden! (2 p)
- 10) Enligt Bernoullis ekvation sjunker trycket då hastigheten ökar, t ex vid inkompressibel strömning genom en förträngning. När geometrin sedan expanderar tillbaka till den ursprungliga tvärsnittsarean säger Bernoullis ekvation att hastigheten sjunker till sitt ursprungliga värde och att trycket då också ska stiga till sitt ursprungliga värde. Experiment visar att detta nästan stämmer – i verkligheten blir trycket något lägre efter förträngningen jämfört med innan. Vad beror detta på? (1 p)
- 11) De flesta av oss associerar väderrapporter om kommande ”lågtryck” till dåligt väder, med till exempel kalla vindar och regn. Varför är dåligt väder och lågtryck så ofta sammanlänkande? (Ledning: Moln och regn bildas genom att vattenånga i luften kondenserar ut då luften kyls ned.) (2 p)
- 12) Fenomenet med roterande luftmassor bakom en flygplansvinge i luften kallas *wingtip vortices* och illustreras i figuren nedan. Fenomenet uppstår i situationer då vingen ger planet en positiv lyftkraft uppåt. En observatör placerad längst bak i flygplanet med blicken framåt kommer att se en virvel vid båda vingtipparna, där den till vänster kommer att rotera medurs och den till höger moturs. Ge en principiell förklaring till hur detta fenomen uppkommer! Virvlarna kan överleva många kilometer bakom flygplanet och utgör stor fara för andra flygplan, som kan kastas runt av dem. Förklara också vilket fysikaliskt fenomen som till slut gör att virvlarna försvinner! (2 p)



Delområde C – Dimensionsanalys och rörströmning (10 p)

- 13) En modell av en fallskärm har en diameter på 1.7 m. Modellen testas i en vindtunnel där den omströmmas av luft vid 20°C och atmosfärstryck ($\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$). Den uppmätta formmotståndskraften på modellfallskärmen är då 4226 N vid en lufthastighet på 52.9 m/s. Vilken lufthastighet och kraft motsvarar detta för en fullstor fallskärm vid dynamiskt lik strömning (i luft av samma temperatur och tryck)? Den fullstora fallskärmen är tio gånger så stor som modellen. (3 p)
- 14) Två ingenjörer simulerar strömning runt en cylinder. Den förste simulerar ett luftflöde ($\rho = 1 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1\text{e-}5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$) kring en cylinder vars diameter är 1 cm. Den andre simulerar ett vattenflöde ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1\text{e-}3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$) kring en cylinder med diametern 1 mm. I bägge fall är hastigheten 0.1 m/s. Vilka likheter respektive skillnader kommer de två ingenjörerna att observera i hastighetsfältet runt cylindern när de jämför sina resultat? (2 p)
- 15) Om man skriver om Navier-Stokes ekvationer på dimensionslös form kan man visa att dess lösningar karaktäriseras av ett enda dimensionslöst tal – Reynolds tal. Hur kan man veta att det över huvud taget är möjligt att skriva om Navier-Stokes ekvationer på dimensionslös form? Finns det några principiella skillnader mellan Navier-Stokes ekvationer på dimensionell respektive icke-dimensionell form? I så fall – vilka? (3 p)
- 16) Vid turbulent rörströmning kan ytråheten påverka tryckfallet, men i det laminära fallet är den ointressant. Varför är det så? (1 p)
- 17) En ingenjör ska montera ihop ett rörsystem bestående av en rak sektion och en ventil. Ventilen kommer att vara halvvägs öppen när systemet används. Innerdiametern i det raka röret och i ventilen är 1 cm. Det raka röret är 0.3 m långt. Vilket bidrag till de totala strömningsförlusterna kommer att vara störst – det från röret eller det från böjen? Motivera ditt svar! (1 p)

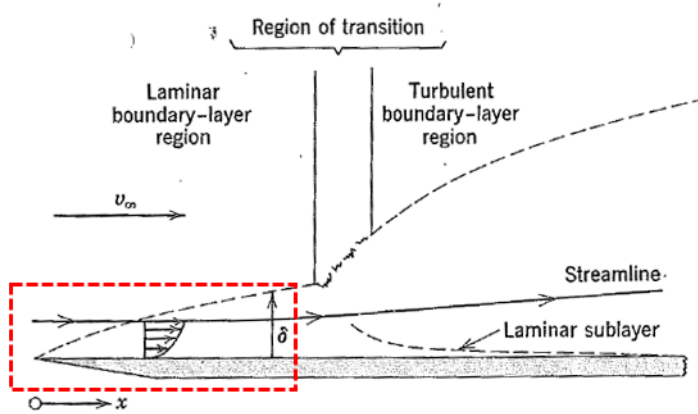
Delområde D – Turbulens (10 p)

- 18) Förklara principen bakom Reynoldsdekomponering och hur denna kan leda till Reynoldsmedelvärderade Navier-Stokes ekvationer. Vad vill man åstadkomma med denna omskrivning? (2 p)
- 19) Vad representerar Reynoldsspänningarna? Varför kallas de för spänningar? (2 p)
- 20) Boussinesq föreslog redan 1887 den analogi mellan turbulenta spänningar och molekylära spänningar som ligger till grund för merparten av nutida industriella simuleringar av turbulent strömning. Hans idé bygger på att effekten av turbulensen på medelhastighetsfältet kan beskrivas med en turbulent viskositet, liknande den molekylära viskositeten. Ange ett bra argument för och ett bra argument mot denna liknelse mellan turbulent och viskös transport av rörelsemängd! (2 p)
- 21) I turbulenta gränsskikt brukar man dela in hastighetsprofilen i olika delområden. Området längst in kallas för det *viskösa underlagret* och i området utanför detta gäller den så kallade *logaritmiska vägglagen*. I bägge dessa områden antar man att väggskjuvspänningen ungefärligen är konstant. Vad är det som skiljer områdena åt (i termer av antaganden om spänningar)? (2 p)
- 22) Kolmogorovs längdskala är $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$. Vad representerar denna längdskala fysikaliskt i ett turbulent flöde? (1 p)
- 23) Om man löser Navier-Stokes ekvationer numeriskt med den triviala initiallösningen att hastighet och tryck överallt är identiska med noll vid $t = 0$, hur kan då turbulens uppkomma vid senare tider i lösningen? (Det finns flera möjliga förklaringar, en räcker). (1 p)

Delområde E – Separation, gränsskikt och potentialströmning (10 p)

24) Tänk dig ett gränsskikt som bildas då en fluid ankommer en plan platta parallellt med plattans ovansida (se markerade området i bilden nedan). Gränsskiktet växer då initialt till och blir tjockare ju längre nedströms plattans framkant man kommer. Varför då?

(1 p)



25) Vilka termer i Navier-Stokes ekvationer kan strykas om vi vill härleda en hastighetsprofil för laminär, horisontell, inkompressibel, stationär rörströmning? Motivera ditt svar!

(2 p)

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \rho \mathbf{g}$$

26) Vi säger normalt att Reynolds tal anger den relativa styrkan mellan tröghetskrafter och viskösa krafter. Skriv av Navier-Stokes ekvationer (se uppgift 27) och markera tydligt vilken/vilka term/termer som representerar tröghetskrafter och vilken/vilka term/termer som representerar viskösa krafter!

(2 p)

27) För att erhålla kraften på ett omströmmat föremål måste man integrera upp hela spänningstensorn över föremålets yta. Vilken del av denna tensor tas det hänsyn till i potentialströmning och vilken del försummas där?

(1 p)

28) Tänk dig ett oändligt plan som kan lutas i vinkel θ mot gravitationsaccelerationens riktning. En tunn, laminär vätskefilm rinner över planet. Utgå från Navier-Stokes ekvationer och visa hur man tar fram ett uttryck för hastighetsprofilen i filmen!

(4 p)

Lösningsskiss för omtentamen TME055 28/8-2020

Notera att detta är ett översiktligt lösningsförslag, avsett att förklara vad svaret på de olika uppgifterna är. Det är inte en mall som visar fullständiga svar på samtliga uppgifter. Mer utbroderad text/beräkning kan behövas för full poäng på vissa uppgifter.

A-1

På makroskopisk nivå: fluidens hastighet = massmedelvägda medelhastigheten av alla molekyler i en tänkt volym kring punkten i fråga. Fluidens hastighet kan därmed vara noll utan att molekylerna står stilla.

A-2

Likadant: raka, parallella flödeslinjer

Olika: det mesta annat, t ex flöde genom förträngning

A-3

Deformation av fluidelement = man ”taggar” ett stycke fluid och om det föreligger hastighetsgradienter så kommer olika delar av elementet att translatera olika fort, gör att formen ändras

Molekylerna korsar ett tänkt plan ”slumpmässigt” från båda sidor, men finns det en hastighetsgradient är molekylerna på ena sidan i genomsnitt något snabbare (= har mer rörelsemängd) än de på andra sidan (= har mindre rörelsemängd). Den slumpmässiga transporten över planet tenderar därmed att vilja utjämna gradienten genom att transportera rörelsemängd (från regioner av hög till regioner av låg hastighet)

A-4

Trycket är en skalär och saknar riktning (tryckkraften däremot tas normal mot ytan med omvänt tecken)

A-5

Densiteten kan ofta betraktas som konstant i vätskor, medan detta är ett sämre antagande för gaser

A-6

Falskt, även den nedåtriktade tryckkraften ökar längre ned – flytkraften är konstant (givet att densiteten inte ändras)

B-7

Ett fluidelement som följer en strömlinje upplever acceleration (Lagrangeskt betraktelsesätt). I Eulerskt betraktelsesätt dyker denna acceleration upp som en förändring av hastighet i rummet (den konvektiva accelerationen), dvs det är fortfarande möjligt för det Eulerska hastighetsfältet att vara oförändrat över tid

B-8

Formmotstånd (= strömningsbild runt fordonet) och projicerad area relativt luften

B-9

Det blåser ute = trycket varierar

Tryckdifferens på två sidor av ett hus t ex driver ett vinddrag genom huset

Luften på ena sidan en öppen dörr rör sig och på andra sidan står det still → nettotryckkraft åt det håll trycket är lägre → vinddraget leder till att dörren vill slås igen

B-10

Viskösa dissipation

B-11

Lågt tryck = det blåser in till denna region

Inkommande luft och inkompressibelt → luften måste ta vägen någonstans → luften stiger

Vatteninnehållet i den stigande luften kondenserar ut och skapar moln och regn

B-12

Luftens väg på ovansidan är längre än på undersidan → högre hastighet på ovansidan än på undersidan (vid stationära betingelser) → lägre tryck på ovansidan än på undersidan

Vid vingkanten finns alltså en drivkraft för att flytta luft från undersidan (högre tryck) upp över kanten mot ovansidan (lägre tryck) → detta skapar en roterande rörelse och ger upphov till virvelbildningen

Virvlarna dör ut pga viskösa dissipation

C-13

Situationen beskrivs av den dimensionslösa formmotståndskoefficienten C_D som är en funktion av Reynolds tal. Dynamiskt lika = samma C_D och Re . Lös ut svaret.

C-14

$Re = 100$ för båda situationerna, dvs de är dynamiskt lika. Simuleringarna ger exakt samma resultat (så när som på skillnader orsakade av numeriska fel).

C-15

N-S representerar ett fysikaliskt korrekt skeende och är dimensionellt homogen → går att skriva på dimensionslös form. Ingenting händer i princip av omskrivningen, men den slutliga formen är beroende av skalningen av trycket, vilket innebär att en illa vald skalning kommer att ge en form som är missvisande (alt inte generell).

C-16

Laminär strömning → störningar orsakade av geometriska detaljer dämpas ut av viskösa effekter. Turbulent strömning → störningar orsakade av geometriska detaljer dämpas inte utan kan interagera med resterande flöde under rätt förutsättningar

C-17

Genom att kasta ett getöga i en lista över K -faktorer för engångsförluster för en halvvägs öppen ventil kan man få en uppfattning om hur många rördiametrar förlusten motsvarar och ställa detta i förhållande till rörlängden

D-18

Reynoldsdekomponering = uppdelning av instantan variabel i medel + fluktuation
Genom att substituera in i NS och medelvärdera ekvationerna erhålles RANS
Tanken är att få ekvationer för medelfälten istf instantana fälten

D-19

Effekten av fluktuationerna på medelfältet
Ser matematiskt ut som spänningar, kan modelleras i analogi med skjuvspänningar

D-20

Finns väldigt många argument för och mot...

Exempel på argument för: ansätt molekyler = virvlar, transporterar rörelsemängd
”slumpmässigt” → finns en klar poäng i denna liknelse

Exempel på argument mot: viskositeten är en materialegenskap som gäller ”alltid”, turbulenta viskositeten är ett koncept som ibland fungerar OK ibland har uppenbara problem → sanningen måste vara mer komplex

D-21

Viskösa underlagret: totala väggskjuvspänningen domineras av viskösa effekter (skjuvspänningar)

Logaritmiska vägglagen: totala väggskjuvspänningen domineras av turbulenta effekter (Reynoldsspänningar)

D-22

Storleken på de minsta virvlarna, där virvlarna har blivit så små att de dör ut av viskös dissipation

D-23

Exempel: om man löser numeriskt kommer de mycket små avrundningsfel som den numeriska representationen alltid innehåller till slut att växa sig stora nog att trigga turbulens (vilken initial störning ”som helst” kommer ge denna effekt)

E-24

No-slip vid väggen → hastighetsgradient nära väggen utvecklas

Gränsskiktet = området upp till 99% av friströmshastigheten

Den fluid närmast ovanför väggen upplever uppbromsning av väggen

Fluiden ovanför denna upplever uppbromsning av den långsammare fluiden under, osv

Skjuvspänningen (= rörelsemängdstransport pga medelhastighetsgradient) ser till att effekten fortplantar sig utåt från väggen

E-25

Laminär = stryk konvektiva termerna

Horisontell = stryk effekten av gravitation

Inkompressibel = redan antaget i NS

Stationär = stryk tidsderivatan

Återstår: balans mellan tryckgradient och skjuvspänning

E-26

Tröghetskrafter = relaterade till accelerationen (fr a konvektiva)

Viskösa krafter = skjuvspänningen

E-27

Tas hänsyn till: tryckdelen

Försummas: skjuvspänningen (flödet glider längs ytor så finns ingen hastighetsgradient där)

E-28

Utgå från NS, stryk termer som kan försummas tills det blir en enkel diffekvation (jfr E-25)

Randvillkor: no-slip vid planet och ingen hastighetsgradient vid vätskeytan

Integrera upp och erhåll ett uttryck för hastighetsprofilen (som funktion av avståndet från plattan)