



CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Tillämpad Mekanik
412 96 Göteborg

Siniša Krajnović

100406

TME055 Strömningsmekanik

Tentamen tisdagen den 6 april 2010, kl. 08.30-12.30

OBS!

A calculator and a mathematical handbook (Beta) can be used.
(En miniräknare och boken Beta är tillåtna hjälpmedel)

- T1. a) Vad är en materiederivata (eng. substantial derivative) och vad är motivationen att man definierar den? Vilken fysikalisk tolkning har en materiederivata? (3p)
- b) Vad menas med att en fluid är Newtonisk? Hur får man ett förhållandet mellan skjuvspänning och viskositet för Newtoniska fluider? (3p)
- c) Härled rörelsemängdsekvationer! Vilket antagandet gör man efter härledningen av dessa ekvationer för att få fram Navier-Stokes ekvationer? (6p)
- d) Vad säger Bernoullis ekvation? När gäller den? (3p)
- T2. a) En strömfunktion ψ har en geometrisk och en fysikalisk tolkning. Vilka? OBS! Det krävs enkla bevis för dina påståenden! (3p)
- b) Betrakta stationär inkompressibel gränsskikt. Försumma gravitation. Då har vi följande ekvationer: (6p)

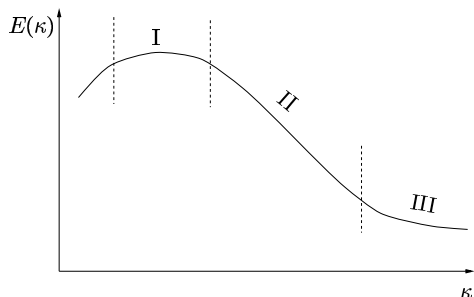
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0$$

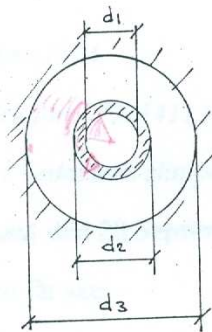
Antag att Reynolds talet är stort och härled gränsskikttekvationer!

T3. a) Energispektrum i en turbulent strömning kan se ut som figuren nedan (5p)



Beskriv de tre regionerna betecknade med I, II och III. Vad kalas turbulenta skalor i region III? Härled dessa skalor?

P1. a) För att bestämma viskositeten hos olika fluider, tex. oljor, använder man en anordning som består av två koncentriska rör med mått enligt nedanstående figur. (7p)



$d_1 = 18.0 \text{ mm}$, $d_2 = 20.0 \text{ mm}$, $d_3 = 100.0 \text{ mm}$, $n = 1200 \text{ rpm}$ och $L = 2.00 \text{ m}$.

Vid en korrekt mätning fylls fluid i ringspalten och det inre röret är luftfyllt (Luft har temperaturen 20° C). Man mäter därefter momentet på det roterande inre röret. Av misstag läckte fluid in i det inre röret, och man mätte vid detta tillfälle moment 0.1 Nm . Vid beräkning av viskositeten togs ingen hänsyn till läckan. Hur stort fel får man i sin bestämning av viskositeten? (Strömningen är laminär.)

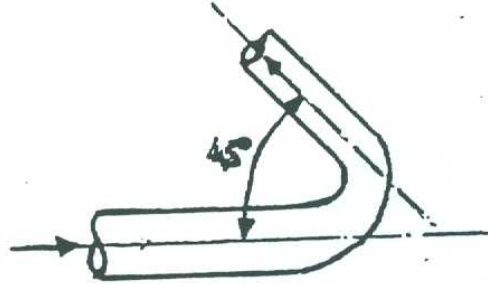
Hjälp! $\nu_{vatten} = 1.02 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\nu_{luft} = 1.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho_{vatten} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{luft} = 1.189 \text{ kg/m}^3$. Navier-Stokes ekvationer i cylindriska koordinater är:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + g_r$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} = \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + g_\theta$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z$$

- P2. a) I en rörböj enligt nedanstående figur sker en diameterminskning från 75 mm till 50 mm. Trycket i det grövre röret är 180 kPa och vattenflödet är 3.0 kg/s. Bestäm reaktionskraften på rörkröken i anströmningsriktningen. (7p)



- P3. a) Försumma inverkan av tyngdkraft och friktion. En kropp, vilken är symmetrisk kring y -axeln, anströmmas med hastigheten U . För potentialströmningen kring kroppen gäller: (7p)

$$\Psi = Ux + K \arctan(y/x)$$

Bestäm stagnationspunktens läge, och ange för vilken y -koordinat trycket på kroppsytan är lika med det statiska strycket i den ostörda strömningen?

Under tentamen kan ansvarig lärare (Siniša Krajnović) nås på telefon: 0703 452956

Maximal poängsumma är 50. För godkänt krävs 20 poäng; för betyg 4: 30 poäng; för betyg 5: 40 poäng.