



CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Tillämpad Mekanik
412 96 Göteborg

Siniša Krajnović

081220

TME055 Strömningsmekanik

Tentamen lördagen den 20 december 2008, kl. 8.30-12.30

OBS!

A calculator and a mathematical handbook (Beta) can be used.
(En miniräknare och boken Beta är tillåtna hjälpmedel)

- T1. a) Vad är en materiederivata (eng. substantial derivative) och vad är motivationen att man definierar den? Vilken fysikalisk tolkning har en materiederivata? (3p)
- b) Vad menas med att en fluid är Newtonisk? Hur får man ett förhållandet mellan skjuvspänning och viskositet för Newtoniska fluider? (3p)
- c) Härled rörelsemängdsekvationer! Vilket antagandet gör man efter härledningen av dessa ekvationer för att få fram Navier-Stokes ekvationer? (6p)
- d) Vad säger Bernoullis ekvation? När gäller den? (3p)
- T2. a) En strömfunktion ψ har en geometrisk och en fysikalisk tolkning. Vilka? OBS! Det krävs enkla bevis för dina påståenden! (3p)
- b) Betrakta stationär inkompressibel gränsskikt. Försumma gravitation. Då har vi följande ekvationer: (6p)

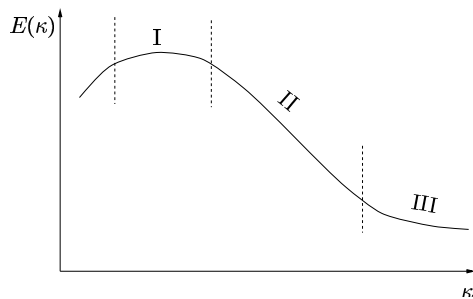
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0$$

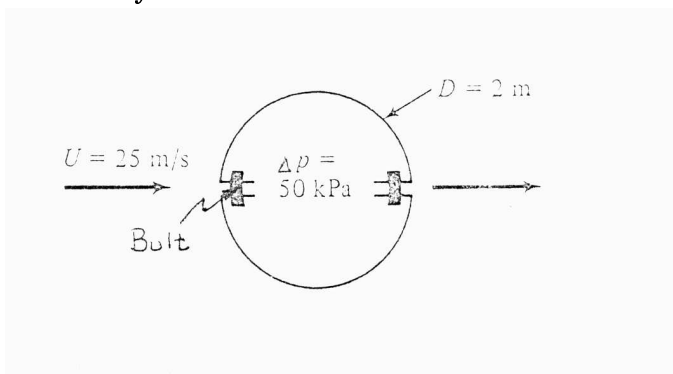
Antag att Reynolds talet är stort och härled gränsskikttekvationer!

T3. a) Energispektrum i en turbulent strömning kan se ut som figuren nedan (5p)



Beskriv de tre regionerna betecknade med I, II och III. Vad kalas turbulenta skalor i region III? Härled dessa skalor?

P1. a) Encylinderns fläkttrumma är konstruerad av tvåhalvcylindriska skal som är sammantvåade. Det finns 10 bultar per meter på varje sida. Luften inne i trumman har 50 kPa övertryck. (7p)



Strömningen utanför cylindern kan anses vara friktionsfri. Beräkna vilken dragkraft som erhålls i bultarna.

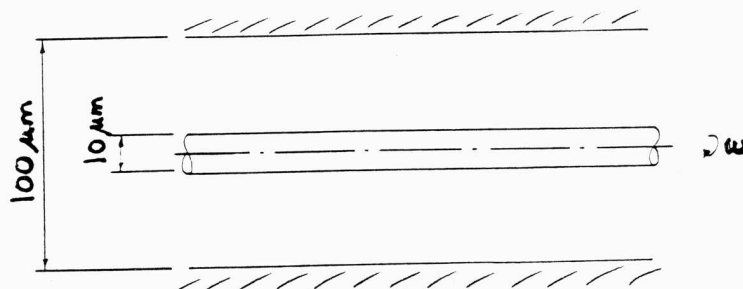
Hjälp! Luft har $\rho = 1.189 \text{ kg/m}^3$. Navier-Stokes ekvationer i cylindriska koordinater är:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + g_r$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} = \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + g_\theta$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z$$

- P2. a) En liten fläkt används för att kyla elektronikkomponenter i en mikroprocessor. Fläkten har en axel med diametern $10 \mu\text{m}$ som är 1.0 mm lång och roterar med varvtalet 1000 varv/minut. Axeln roterar inne i ett större rör med diametern $100 \mu\text{m}$. Se Figuren (7p)

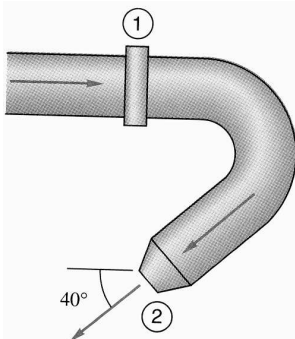


nedan.

Den roterande axeln ger upphov till en laminär strömning i ringspalten, som orsakar ett moment på yttre röret. Bestäm det moment som det yttre röret kommer att utsättas för. Mediet i ringspalten är luft 20°C .

Hjälp! Momentet på det yttre röret är $M = Fr_2$ där r_2 är ytterdiametern. Se hjälp i P1 för Navier-Stokes ekvationer i cylindriska koordinater!

- P2. a) Vatten 20°C strömmar genom ett rör och ut i atmosfären. Röret har diametern $D_1 = 10 \text{ cm}$ och $D_2 = 3 \text{ cm}$. Man har uppmätt ett tryck $p_1 = 230 \text{ kPa}$ vid strömningens massflöde 150 N/s . Uppskatta kraften på bultarna i positionen 1. Försumma vattnets och rörets (7p)



vikt.

Hjälp! $\nu_{\text{vatten}} = 1.02 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\nu_{\text{luft}} = 1.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho_{\text{vatten}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{luft}} = 1.189 \text{ kg/m}^3$.

Under tentamen kan ansvarig lärare (Siniša Krajnović) nås på telefon: 0703 452956

Maximal poängsumma är 50. För godkänt krävs 20 poäng; för betyg 4: 30 poäng; för betyg 5: 40 poäng.