

ÖVNINGSSKRIVNING MEKANIK TD/TM.

2024-11-18, kl. 13.15-15.00

Lösningar: anslås på kurshemsidan senast den 19/11.

Rättningsresultat: anslås på hemsidan, senast 9/12.

Tillåtna hjälpmedel: Mekanikformler, M.M. Japp (delas ut på skrivningen).
Matematiska tabeller t.ex. Beta eller Matte 4 (delas ut på skrivningen).
Typgodkänd räknare (kontrolleras av lärare).

Poängbedömning: Maxpoäng på skrivningen är 15. För att få poäng måste det skrivas vara läsligt och uppställda ekvationer skall klart motiveras. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. För bonuspoängsgränser, se kurs-pm. Både tesen och lösa papper kan användas vid presentation av lösningar. Skriv namn och personnummer på tesen. *Häfta ihop de lösa bladen med tesen!*

Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren.

Lösning

Namn:

Personnummer:

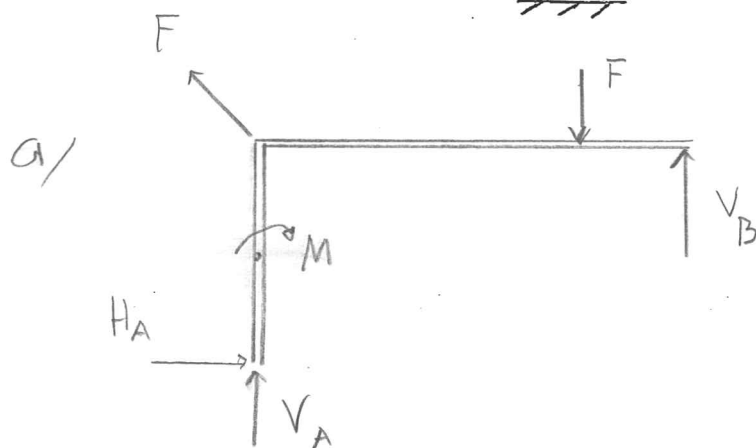
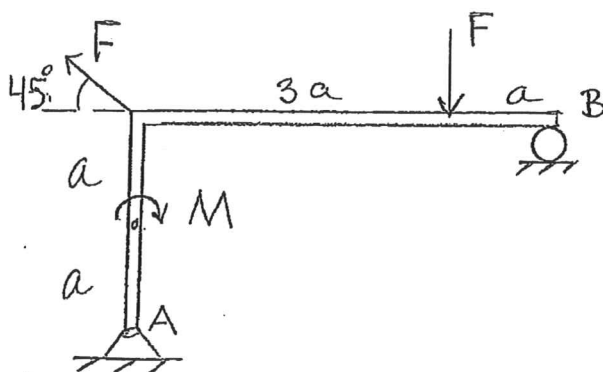
Program:

Uppgifter

1 Figuren visar en böjd balk som är i jämvikt. Balken utsätts för givna krafter F och moment M enligt figur. Försumma balkens massa.

a) Frilägg balken. (1 poäng)

b) Bestäm stödkrafterna i A och B. (2 poäng)



b/ $\rightarrow : H_A - F/\sqrt{2} = 0 \Rightarrow H_A = F/\sqrt{2} //$

$\uparrow : V_A + V_B - F + F/\sqrt{2} = 0 \quad (1)$

$\curvearrowright A : M - F/\sqrt{2} \cdot 2a + F \cdot 3a - V_B \cdot 4a = 0 \Rightarrow$

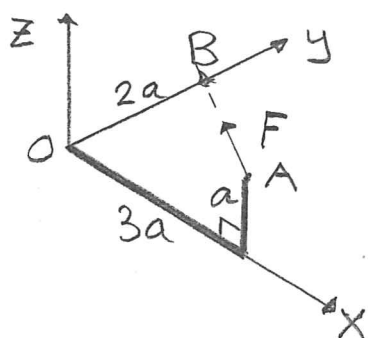
$V_B = M/4a + F(3 - \sqrt{2})/4 //$

$(1) \Rightarrow V_A = F(1 - \sqrt{2})/4 - M/4a //$

2 En böjd stång OA, längd $4a$, har en del längs med x -axeln och en del parallell med z -axeln enligt figur. En kraft med beloppet F verkar i A och är riktad mot B på y -axeln.

a) Uttryck kraften som en vektor. (1 poäng)

b) Bestäm kraftens moment med avseende på origo O. (2 poäng)



$$\begin{aligned} \text{a/ } \vec{F} &= F \vec{e}_{AB} \quad (1) \quad \vec{e}_{AB} = \frac{(-3a, 2a, -a)}{\sqrt{14}a} = \\ &= (-3, 2, -1) / \sqrt{14} \quad (2) \quad (2) \text{ i } (1) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\vec{F} = \frac{F}{\sqrt{14}} (-3, 2, -1) //$$

$$\begin{aligned} \text{b/ } M_O &= \vec{r} \times \vec{F} \quad (3) \quad \text{med } \vec{r} = \vec{OA} = (3a, 0, a) \\ \text{och } \vec{F} &\text{ ur a). Ekv. (3) ger} \end{aligned}$$

$$M_O = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ 3a & 0 & a \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \frac{F}{\sqrt{14}} = \frac{Fa}{\sqrt{14}} (-2, 0, 6) //$$

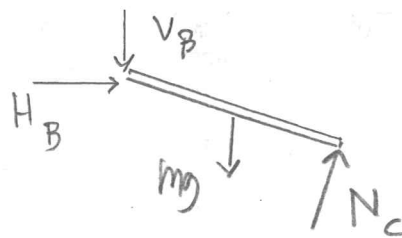
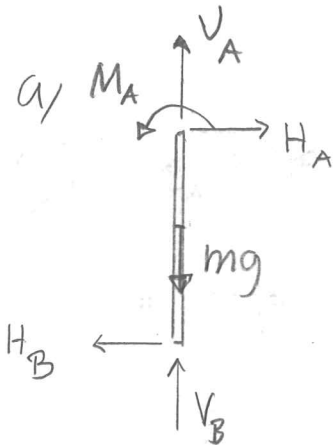
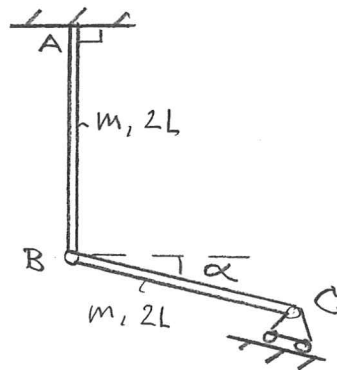
3 Två likadana balkar AB och BC har vardera längden $2L$ och massan m . Balkarna är förenade med en friktionsfri led i B.

a) Frilägg balkarna var för sig. (1 poäng)

b) Bestäm stödkraften som verkar på balken BC i C. (1 poäng)

c) Bestäm den vertikala kraften som verkar på balken AB i A. (1 poäng)

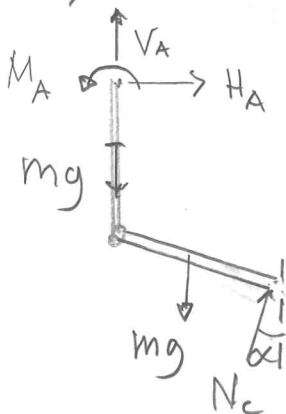
Ledning för c): studera hela systemet ABC.



b) Studera BC:

$$\curvearrowright B: N_C \cdot 2L - mgL \cos \alpha = 0 \Rightarrow N_C = mg \cos \alpha / 2 //$$

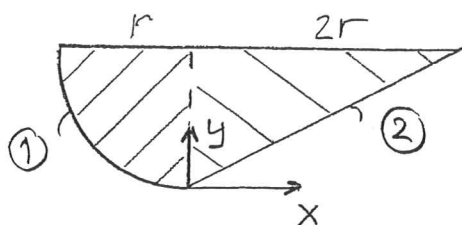
c) Studera ABC:



$$\uparrow: V_A - mg - mg + N_C \cos \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$V_A = mg(2 - \cos^2 \alpha / 2) // \text{ ur b)}$$

- 4 Figuren visar en homogen yta. Bestäm y -koordinaten för kroppens tyngdpunkt.
(3 poäng)



Dela upp enl. ovan. In för σ (massa/yta)

①: $m_1 = \sigma A_1 = \sigma r^2 \pi / 4$ Ur Fs sid 15 fall 4:
 $\left[\bar{x}_1 = -4r/3\pi \right] \quad \bar{y}_1 = r - 4r/3\pi = (3\pi - 4)r/3\pi$

②: $m_2 = \sigma A_2 = \sigma 2r^2/2 = \sigma r^2$ Ur Fs sid 16 fall 2:
 $\left[\bar{x}_2 = 2r/3 \right] \quad \bar{y}_2 = r - r/3 = 2r/3$

$$\bar{y} = \frac{m_1 \bar{y}_1 + m_2 \bar{y}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\sigma r^2 \pi / 4 \cdot (3\pi - 4)r/3\pi + \sigma r^2 \cdot 2r/3}{\sigma r^2 \pi / 4 + \sigma r^2} =$$

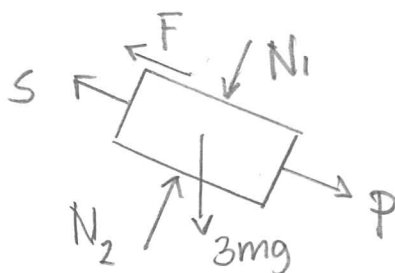
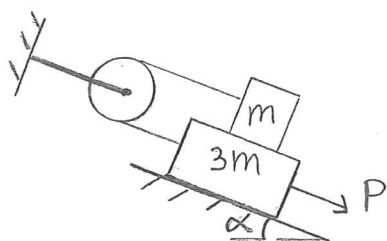
$$= \frac{r (\pi/4 + 1/3)}{\pi/4 + 1} \approx 0,63r //$$

5 Systemet i figuren befinner sig i jämvikt. Mellan kropparna råder friktion, medan det är friktionsfritt mellan underlaget och lådan med massa $3m$.

a) Frilägg lådorna var för sig. (1 poäng)

b) Ställ upp jämviktsekvationer för respektive låda, så att det i princip är möjligt att med hjälp av dessa bestämma samtliga obekanta storheter. (2 poäng)

(Observera att ekvationerna *inte* behöver lösas.)



b/ m:

$$\rightarrow : F - S + mg \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$\uparrow : N_1 - mg \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

3m:

$$\rightarrow : P - F - S + 3mg \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

$$\uparrow : N_2 - 3mg \cos \alpha - N_1 = 0 \quad (4)$$

4 ekv. och
4 obekanta

$[S, F, N_1, N_2]$

$$[N_1 = mg \cos \alpha, N_2 = 4mg \cos \alpha, S = \frac{P + 4mg \sin \alpha}{2}, F = \frac{P + 2mg \sin \alpha}{2}]$$