

ÖVNINGSSKRIVNING MEKANIK TD. 2023-11-14, kl. 8.00-9.45

Lösningar: anslås på kurshemsidan senast den 15/11.

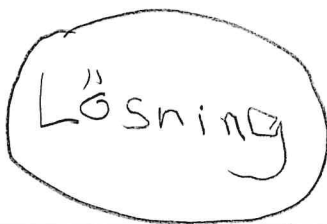
Rättningsresultat: anslås på hemsidan, senast 6/12.

Tillåtna hjälpmedel: Mekanikformler, M.M. Japp, (delas ut på skrivningen).
Matematiska tabeller (tex Beta eller Matte 5).
Typpgodkänd räknare (kontrolleras av lärare).

Poängbedömning: Maxpoäng på skrivningen är 15. För att få poäng måste det skrivna vara läsligt och uppställda ekvationer skall klart motiveras. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. För bonuspoängsgränser, se kurs-pm.

Både tesen och lösa papper kan användas vid presentation av lösningar. Skriv namn och personnummer på tesen. *Häfta ihop de lösa bladen med tesen!*

Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren.



Namn: _____

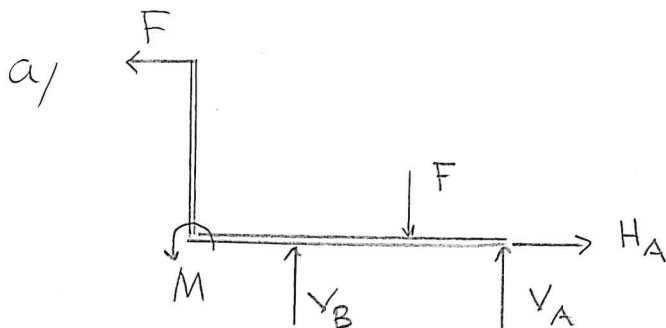
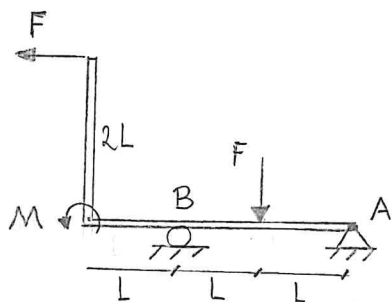
Personnummer: _____

Uppgifter

1 Figuren visar en böjd balk som är i jämvikt. Försumma balkens massa.

a) Frilägg balken. (1 poäng)

b) Bestäm stödkrafterna i A och B. (2 poäng)



b/ $\rightarrow : H_A - F = 0 \Rightarrow H_A = F //$

$\uparrow : V_A + V_B - F = 0 \Rightarrow V_A = F - V_B \quad (1)$

$\curvearrowleft A : F \cdot 2L + M - V_B \cdot 2L + F \cdot L = 0 \Rightarrow$

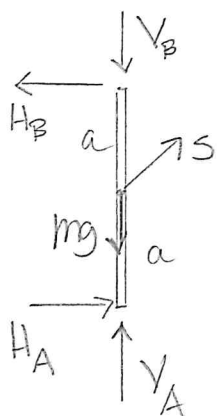
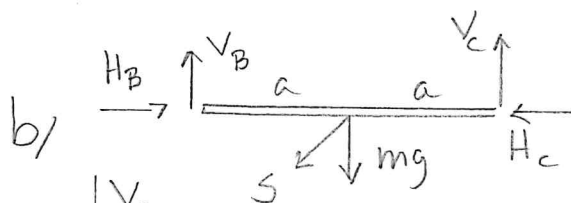
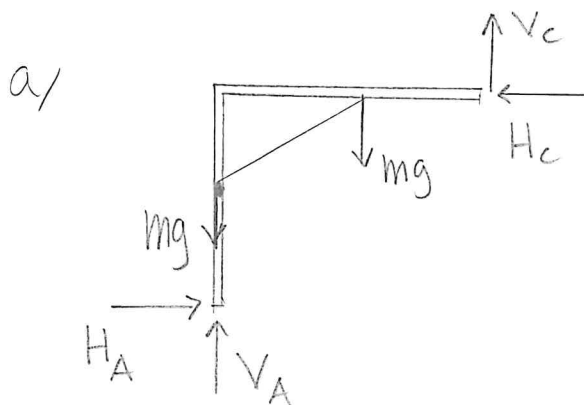
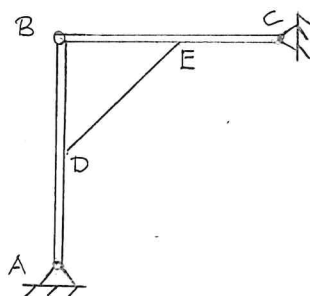
$V_B = \frac{3FL + M}{2L} //$ $(1) \Rightarrow V_A = -\frac{FL + M}{L} //$

2 Figuren visar två likadana stänger, AB och BC, med massan m vardera som är förenade med en led i B. Stängerna är på mitten sammanbundna av en spänd elastisk lina DE, linkraft $S = mg$.

a) Frilägg hela stängsystemet ABC. (1 poäng)

b) Frilägg stängerna var för sig, och ställ upp respektive kropps jämviktsekvationer. (2 poäng)

(Ekvationerna behöver inte lösas, men det skall vara möjligt att ur ekvationerna bestämma samtliga obekanta storheter.)



$$\rightarrow : H_A - H_B + S/\sqrt{2} = 0$$

$$\uparrow : V_A - V_B - mg + S/\sqrt{2} = 0$$

$$\curvearrowright_B : H_A \cdot 2a + S/\sqrt{2} \cdot a = 0$$

$$\rightarrow : H_B - H_C - S/\sqrt{2} = 0$$

$$\uparrow : V_B + V_C - mg - S/\sqrt{2} = 0$$

$$\curvearrowright_B : V_C \cdot 2a - mg \cdot a - S/\sqrt{2} \cdot a = 0$$

$$H_A = H_C = -mg/2\sqrt{2}$$

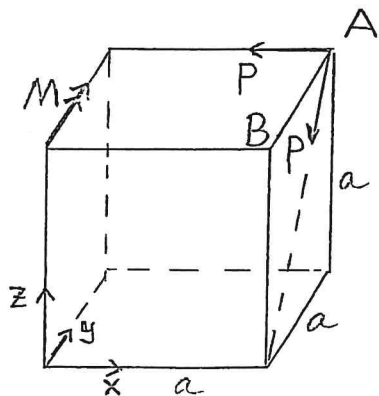
$$V_A = (3\sqrt{2} - 1)mg/2\sqrt{2}$$

$$V_C = (\sqrt{2} + 1)mg/2\sqrt{2}$$

$$H_B = mg/2\sqrt{2}$$

$$V_B = V_C$$

- 3 Ett kraftsystem består av två krafter, P vardera, och ett rent moment M såsom figuren visar. Bestäm systemets
- kraftsumma, (1 poäng)
 - momentsumma m.a.p. B, (1 poäng)
 - momentsumma m.a.p. axeln BA. (1 poäng)



a) Vi har krafter $P_1 = P(-1, 0, 0)$; $P_2 = P/\sqrt{2} (0, -1, -1)$

$$\Rightarrow P = P_1 + P_2 = -P/\sqrt{2} (\sqrt{2}, 1, 1) //$$

b) " $M = r \times F$ " för en kraft. Både P_1 och P_2 verkar i A.

$r = \overrightarrow{BA} = (0, a, 0)$. Så, $M_{A,P} = r \times P$ där P från a/:

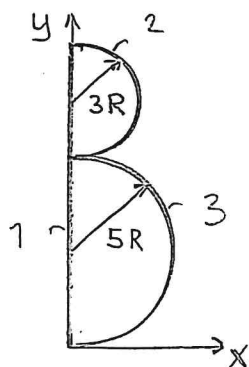
$$\begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ 0 & a & 0 \\ P_x & P_y & P_z \end{vmatrix} = (P_z, 0, -P_x)a. \text{ Det rena momentet } \bar{M} = (0, M, 0).$$

$$\Sigma M_B = M_{A,P} + M = (-Pa/\sqrt{2}, M, Pa) //$$

$$c) \Sigma M_{BA} = \Sigma M_B \cdot e_{BA} \text{ med } e_{BA} = e_y = (0, 1, 0)$$

$$(-Pa/\sqrt{2}, M, Pa) \cdot (0, 1, 0) = M // [\text{Alt. } \Sigma M_{BA} = \Sigma M_A \cdot e_{BA}]$$

- 4 En bokstav B består av en rak och två halvcirkulära tunna stänger, se figuren. Alla stängerna är tillverkade av samma material och har samma tvärsnittsarea, d.v.s. massorna är proportionella mot längderna.
Bestäm x -koordinaten för bokstavens tyngdpunkt.



Massan proport. mot längden, inför λ (massa/längd).

$$\textcircled{1}: m_1 = \lambda L_1 = \lambda 16R \quad \bar{x}_1 = 0$$

$$\textcircled{2}: m_2 = \lambda L_2 = \lambda 3R\pi \quad \bar{x}_2 = \frac{2(3R)}{\pi} = \frac{6R}{\pi} \quad [\text{FS s. 17 fall 4, alt. s. 15 fall 1 eller 2}]$$

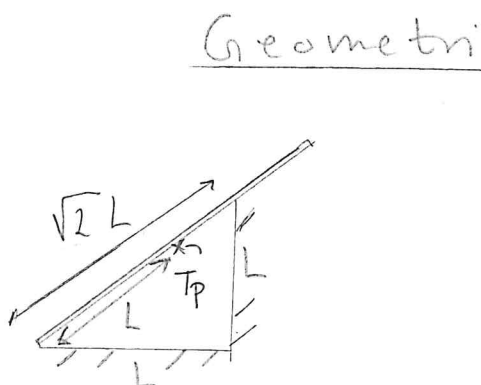
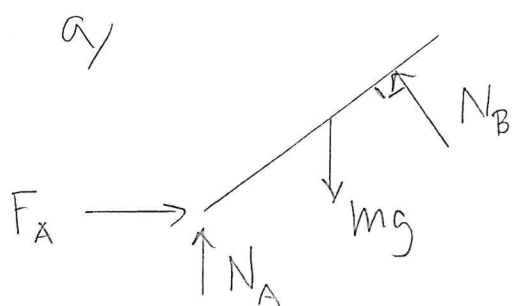
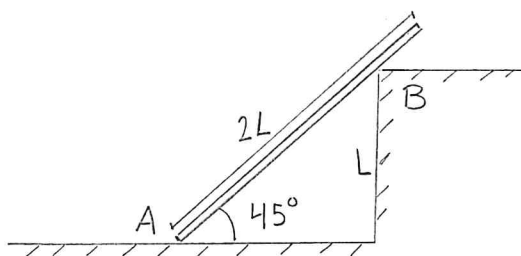
$$\textcircled{3}: m_3 = \lambda L_3 = \lambda 5R\pi \quad \bar{x}_3 = \frac{2(5R)}{\pi} = \frac{10R}{\pi}$$

$$\bar{x} = \frac{m_1 \bar{x}_1 + m_2 \bar{x}_2 + m_3 \bar{x}_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0 + \lambda 3R\pi \cdot 6R/\pi + \lambda 5R\pi \cdot 10R/\pi}{\lambda (16R + 3R\pi + 5R\pi)} =$$

$$= \frac{17R}{4 + 2\pi} \approx 1,65R //$$

- 5 En stång stöder mot ett strävt golv vid A och mot en glatt kant B enligt figur.
- Frilägg stängen. (1 poäng)
 - Ställ upp de ekvationer som krävs för att kunna erhålla ett villkor för friktionskoefficienten vid A. (2 poäng)

(Observera att ekvationerna *inte* behöver lösas)



b/ $\rightarrow F_A - N_B / \sqrt{2} = 0 \quad (1)$

$\uparrow : N_A - mg + N_B / \sqrt{2} = 0 \quad (2)$

$\hat{A} : N_B \cdot \sqrt{2} L - mg L / \sqrt{2} = 0 \quad (3)$

$\mu_A \geq F_A / N_A \quad (4)$

$\left[N_B = mg / 2 ; N_A = mg(2\sqrt{2} - 1) / 2\sqrt{2} ; F_A = mg / 2\sqrt{2} \right]$

$\mu_A \geq \frac{1}{2\sqrt{2} - 1}$