

ÖVNINGSSKRIVNING MEKANIK TD. 2021-11-16, kl. 8.00-9.45

Lösningar: anslås på kurshemsidan senast den 17/11.

Rättningsresultat: anslås på hemsidan, senast 7/12.

Tillåtna hjälpmedel: Mekanikformler, M.M. Japp, (delas ut på skrivningen).
Matematiska tabeller (tex Beta eller Standard Math. Tables.)
Typgodkänd räknare (kontrolleras av lärare)

Poängbedömning: Maxpoäng på skrivningen är 15. För att få poäng måste det skrivna vara läsligt och uppställda ekvationer skall klart motiveras. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. För bonuspoängsgränser, se kurs-pm. Både tesen och lösa papper kan användas vid presentation av lösningar. Skriv namn och personnummer på tesen.

Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren.

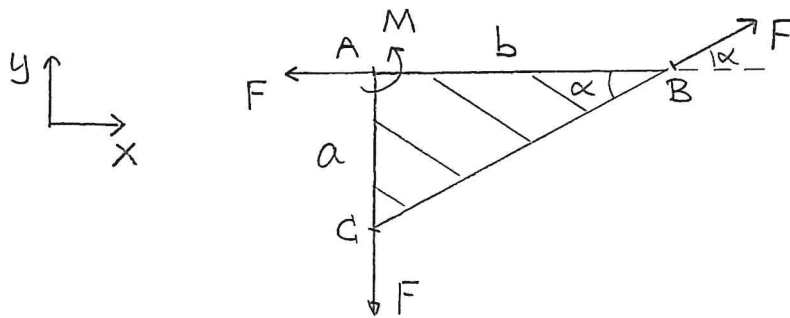
Lösning

Namn: _____

Personnummer: _____

Uppgifter

- 1 En triangulär yta ABC har mått enligt figur. På ytan verkar krafter i A, B och C, samt ett rent moment i A.
- Bestäm systemets kraftsumma (ange x - och y -komponenterna). (1 poäng)
 - Bestäm systemets momentsumma med avseende på A. (1 poäng)
 - Bestäm systemets momentsumma med avseende på B. (1 poäng)



$$a) \sum F_x = F \cos \alpha - F = F(\cos \alpha - 1) //$$

$$\sum F_y = F \sin \alpha - F = F(\sin \alpha - 1) //$$

$$b) \curvearrowleft A : M + F \sin \alpha \cdot b //$$

[Bara kraften i B bidrar]

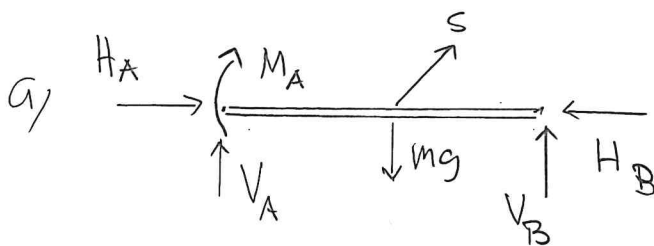
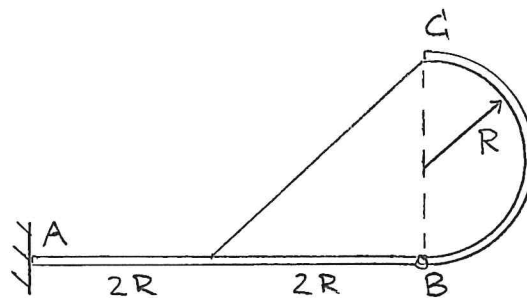
$$c) \curvearrowleft B : M + F b //$$

[Bara kraften i C bidrar]

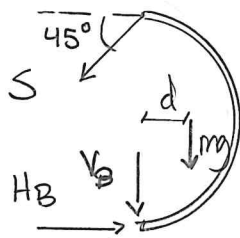
2 En struktur i jämvikt är sammansatt av två stänger, AB med massa m och längd $4R$, samt den böjda stängen BC med massa m och radie R . Strukturen är fast inspänd i A och friktionsfritt ledad i B. En lina fäster i C samt mitt på stängan AB. Punkten C är rakt ovanför B.

- a) Frilägg stängerna AB och BC separat. (2 poäng)
b) Bestäm linkraften. (1 poäng)

Notera: För korrekt svar krävs att samtliga införda krafter och moment ges konsekventa beteckningar i a), så att det i princip är möjligt att m.h.a. jämviktsekvationer bestämma samtliga obekanta krafter och moment. Observera att *inga* ekvationer behöver ställas upp i a).



(AB)



(BC)

Med $d = 2R/\pi$ [FS s.17 fall 4] fås 6 obek.

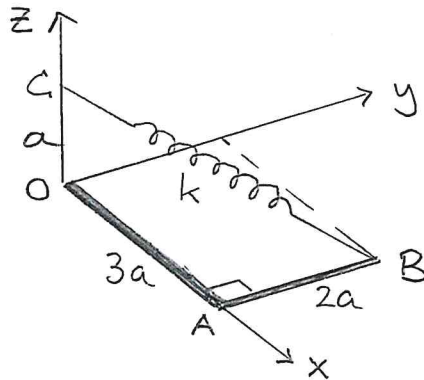
$[H_A, V_A, M_A, H_B, V_B, S]$ och $3+3=6$ jmv.ekv.

b/(BC) $\curvearrowright B: S/\sqrt{2} \cdot 2R - mg \cdot d = 0 \Rightarrow S = \sqrt{2}mg/\pi //$

3 Strukturen OAB ligger i xy -planet enligt figur. En fjäder med styvhet k och ospänd längd $3a$ fäster i strukturen i B. Fjäders andra ände är förankrad i punkten C på z -axeln enligt figur.

- Bestäm kraften i fjädern (belopp). (1 poäng)
- Uttryck kraften från fjädern som verkar på strukturen i B som en vektor. (1 poäng)
- Bestäm momentet i O från fjäderkraften som verkar på strukturen i B. (1 poäng)

Ledning: Kalla beloppet av fjäderkraften för F i b) och c), där F är beräknad enligt a).



a) $F = k \Delta$ (1) där Δ är fjäderförlängning
[se FS s. 6]

Fjäderlängd enl. Pyth.: $[9a^2 + 4a^2 + a^2]^{1/2} = \sqrt{14}a$

Så, $\Delta = (\sqrt{14} - 3)a$ där (1) ger F .

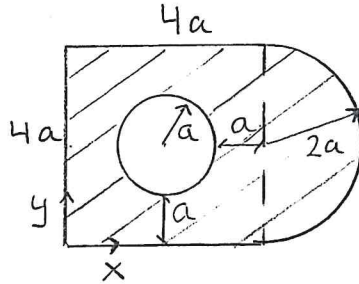
b) $\vec{F}_B = F \vec{e}_{BC}$ (2) $\vec{e}_{BC} = \frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|} =$

$= \frac{(-3a, -2a, a)}{\sqrt{14}a} = \frac{(-3, -2, 1)}{\sqrt{14}}$ Ins. i (2) ger $\vec{F}_B$.

c) $M_O = \vec{r} \times \vec{F}_B$ med $\vec{r} = \vec{OB} = (3a, 2a, 0)$

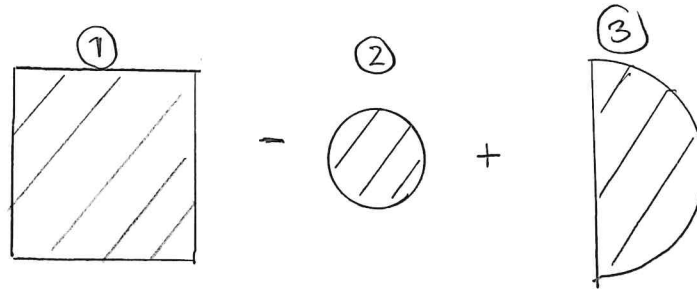
$M_O = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 3a & 2a & 0 \\ -3 & -2 & 1 \end{vmatrix} \frac{F}{\sqrt{14}} = \frac{Fa}{\sqrt{14}} (2, -3, 0) //$

- 4 Figuren visar en yta med ett hål; mått enligt figur. Bestäm tyngdpunktens läge $(\bar{x}, \bar{y})$.
(3 poäng)



Delar upp:

$[\sigma \text{ massa/ytenhet}]$



$$\bar{X} = \frac{m_1 \bar{x}_1 - m_2 \bar{x}_2 + m_3 \bar{x}_3}{m_1 - m_2 + m_3} \quad (1)$$

$$\bar{y} = 2a \quad (\text{Symmetri}).$$

$$m_1 = \sigma A_1 = \sigma 16a^2 \quad \bar{x}_1 = 2a$$

$$m_2 = \sigma A_2 = \sigma a^2 \pi \quad \bar{x}_2 = 2a$$

$$m_3 = \sigma A_3 = \sigma (2a)^2 \pi / 2 = \sigma 2a^2 \pi \quad \bar{x}_3 = 4a + 4 \cdot 2a / 3 \pi \quad \text{obs!}$$

$$= (4 + 8/3\pi) a \quad [\text{FS s. 17 fall 2}]$$

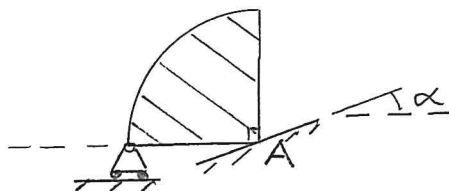
$$(1) \Rightarrow \bar{X} = \frac{\sigma 16a^2 \cdot 2a - \sigma a^2 \pi \cdot 2a + \sigma 2a^2 \pi (4 + 8/3\pi) a}{\sigma 16a^2 - \sigma a^2 \pi + \sigma 2a^2 \pi} =$$

$$= a \frac{(16 + 8/3 + 6\pi)}{16 + \pi} \approx 2.9a //$$

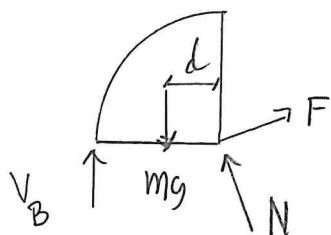
5 Figuren visar en kvartscirkelyta med massa m och radie R . Kroppen är i jämvikt och vilar mot ett strävt lutande underlag i A enligt figur.

Bestäm minsta tillåtna friktionskoefficienten μ_s i A.

(3 poäng)



Frilägg:



$d = 4R/3\pi$ ur FS s. 15 tab 4.

$$\uparrow: N - mg \cos \alpha + V_B \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

$$\nearrow: F - mg \sin \alpha + V_B \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$\hat{A}: V_B \cdot R - mgd = 0 \quad (3)$$

$$(3) \Rightarrow V_B = mg \cdot 4/3\pi \approx 0,58 mg \quad (4)$$

$$\mu_{\min} = \frac{|F|}{|N|} = \text{ins. (1) \& (2)} = \frac{(mg - V_B) \sin \alpha}{(mg - V_B) \cos \alpha} = \tan \alpha //$$

[Behöver inte V_B ur (4). Svaret kan fås direkt ur

$$\rightarrow: F \cos \alpha - N \sin \alpha = 0 \Rightarrow F/N = \tan \alpha]$$