

Tentamen i TME010 Mekanik TD, 2023-04-05 kl. 8.30–12.30

Jourhavande: Peter Folkow tel. 1521 alt. 0729-617241 (salarna besöks 9.30 och 11.00)

Lösningar anslås på kurshemsidan senast den 6/4.

Preliminärt rättningsresultat anslås på M2 senast den 24/4.

Rättningsgranskning och utlämning av tentor sker på M2, avd. Dynamik, 26/4 samt 27/4 kl. 12.00–13.00.

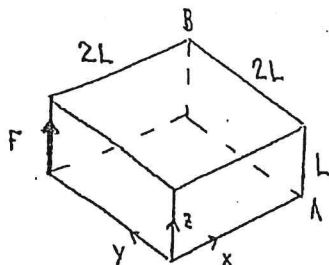
Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i mekanik av M.M. Japp (delas ut vid tentan),
Matematiska handböcker (t ex Beta, Matte 5) eller utdrag därur,
Chalmersgodkänd räknare är tillåten.

Betygsgränser: Uppgift 1-5 ger maximalt 3 poäng vardera. Uppgift 6-8 ger maximalt 5 poäng vardera. Betyget på tentamen ges enligt följande tabell:

		Poäng på uppgift 1–5 (inkl. bonuspoäng)						
		0–7	8	9	10	11	12	13–18
Poäng på uppgift 6–8	0–4	U	U	U	U	U	3	3
	5–8	U	U	U	U	3	3	4
	9	U	U	U	3	3	4	4
	10–11	U	U	3	3	4	4	5
	12–15	U	3	3	4	4	5	5

UPPSTÄLLDA EKVATIONER SKALL MOTIVERAS.

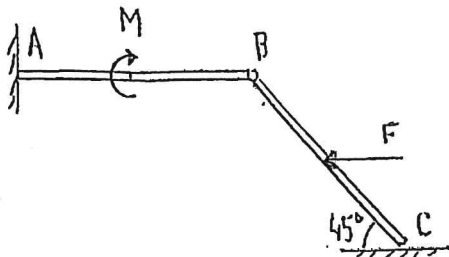
1.



En kraft har beloppet F och verkanslinje enligt figuren. Bestäm kraftens moment m.a.p.

- punkten A (1 p)
- samt axeln AB. (2 p)

2.

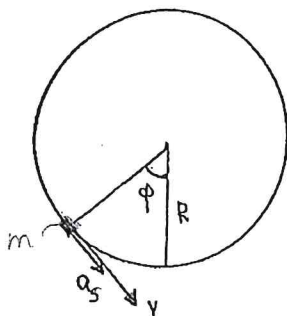


De två stängerna AB och BC har vardera längden L och är ihopsatta enligt figuren. I A är AB fast inspänd, i B är AB och BC momentfritt ledade och i C stöder BC mot det glatta horisontella underlaget. En kraft F och ett moment M angriper mitt på stängerna enligt figuren. Tyngdkrafterna på stängerna försummas.

- Frilägg AB och BC var för sig. (1 p)
- Ställ upp jämviktsekvationer för var och en av stängerna. (2 p)

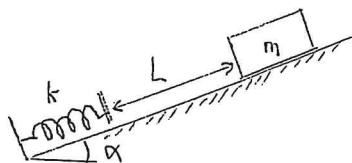
(För korrekt svar krävs att samtliga införda krafter ges konsekventa beteckningar, så att det i princip är möjligt att m h a jämviktsekvationerna bestämma samtliga obekanta. Observera att ekvationerna *inte* behöver lösas.)

3.



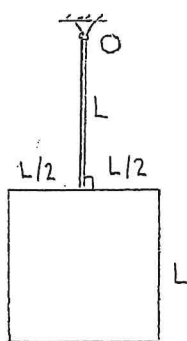
En partikel med massa m glider längs med en vertikal cirkelring med radie R . Friktion råder mellan partikeln och cirkelringen men storleken på denna är okänd. I ett visst läge med vinkeln φ enligt figuren har partikeln farten v och tangentialaccelerationen a_t . Frilägg partikeln i detta läge och bestäm normalkraften och friktionskraften på partikeln.

4.



En kropp med massa m kan glida friktionsfritt längs ett lutande plan med lutningsvinkel α . Kroppen släpps utan begynnelsehastighet och glider sträckan L innan den fastnar i en fjäder med styvhet k . Hur långt trycks fjädern ihop?

5.

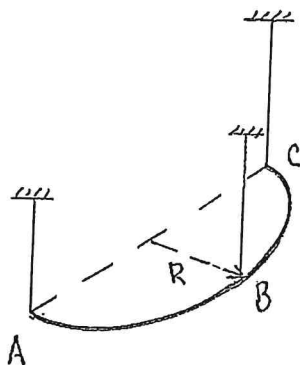


En pendel består av en smal stång med massa m och längd L samt en kvadratisk skiva med massa $2m$ och sida L enligt figuren.

a) Bestäm avståndet från O till pendelns tyngdpunkt. (1 p)

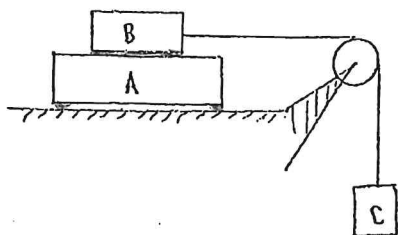
b) Bestäm pendelns tröghetsmoment I_O med avseende på axeln O (vinkelrät mot papperets plan). (2 p)

6.



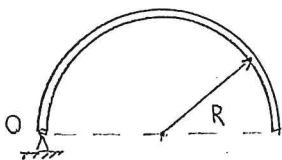
Kroppen ABC har massan m och formen av en halvcirkelbåge med radien R . Kroppen hänger i horisontellt läge med hjälp av tre vertikala linor, en som är fäst i mittpunkten och en i vardera ändan. Bestäm linkrafterna.

7.



Tre kroppar A, B och C är arrangerade enligt figuren. A har massan $2m$ medan B och C vardera har massan m . Mellan A och underlaget är det friktionsfritt medan det mellan A och B råder friktion med friktionskoefficient μ . Systemet släpps från vila. Vilket är det största värde μ kan ha för att A och B ska få olika accelerationer?

8.



En tunn tråd har formen av en halvcirkelbåge med radien R och massan m och är fritt vridbar kring en horisontell axel O i ena ändpunkten. Halvcirkelbågen släpps från vila i läget i figuren. Vilket är den största vinkelhastighet som uppnås i den efterföljande rörelsen?

①

$$\mathbf{F} = (0, 0, F) \quad \mathbf{r} = (-2L, 2L, 0) \quad \mathbf{M}_A = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = (2FL, 2FL, 0)$$

$$\mathbf{M}_{AB} = \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{r}_{AB} = (2FL, 2FL, 0) \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}(0, 2, 1) = \frac{4}{\sqrt{5}}FL$$

②

Stång AB:

$$\uparrow: V_A + V_B = 0$$

$$\rightarrow: H_A - H_B = 0$$

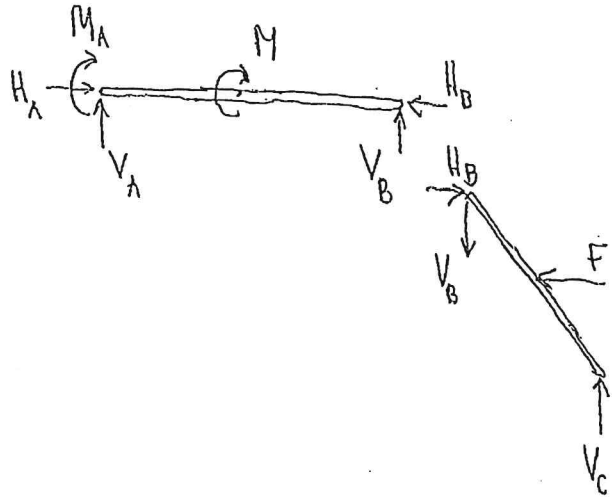
$$\odot: M_A + M - V_B \cdot L = 0$$

Stång BC:

$$\uparrow: V_C - V_B = 0$$

$$\rightarrow: H_B - F = 0$$

$$\odot: F \cdot \frac{L}{2\sqrt{2}} - V_C \frac{L}{\sqrt{2}} = 0$$



③

Newton 2

$$\rightarrow N - mg \cos \varphi = m \frac{v^2}{R} \quad N = mg \cos \varphi + \frac{mv^2}{R}$$

$$\rightarrow mg \sin \varphi - F = m a_s \quad F = mg \sin \varphi - m a_s$$



④

Kalla fjäderns maximala tryckning för x. Energikonservering:

$$mg(L+x) \sin \alpha = \frac{1}{2} k x^2$$

$$x = \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(1 \pm \sqrt{\left(\frac{mg \sin \alpha}{k} \right)^2 + \frac{2mgL \sin \alpha}{k}} \right)$$

⑤

$$\bar{x} = \frac{m L/2 + 2m 3L/2}{m + 2m} = 7L/6 //$$

$$I_o = \frac{1}{3} mL^2 + \frac{1}{12} 2m(L^2 + L^2) + 2m(3L/2)^2 = 31mL^2/6 //$$

6

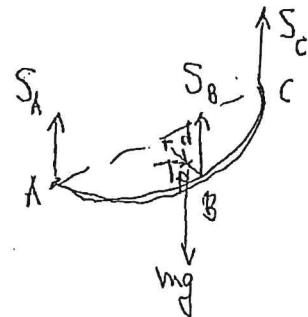
T_p : avstånd från AC enligt tabell $d = \frac{2R}{\pi}$

Momentjämvikt kring AC:

$$R_c: mgd - S_B R = 0 \Rightarrow S_B = \frac{2}{\pi} mg$$

Vertikal kraftjämvikt:

$$S_A + S_B + S_C - mg = 0 \Rightarrow S_A = S_C = \frac{1}{2} mg \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)$$



7

Frilägg alla kropparna.

$$\uparrow N - N_B - 2mg = 0$$

$$\rightarrow F = 2ma_A$$

$$\uparrow N_B - mg = 0$$

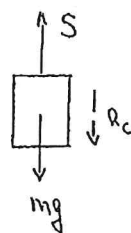
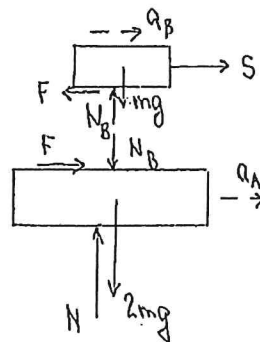
$$\rightarrow S - F = ma_B$$

$$\downarrow mg - S = ma_C$$

Frictionsvillkor $F = \mu N_B$

Kinematiskt villkor $a_B = a_C$. Max μ då $a_A = a_B$.

Lös för $\mu = \frac{1}{2}$



8

Max w då T_p rakt under O.

$$\text{Enligt FS } \bar{x} = \frac{2}{\pi} R \quad \bar{r} = R \sqrt{1 + \left(\frac{2}{\pi}\right)^2}$$

$$\text{Enligt definitionen } I_A = mR^2$$

$$\text{Steiner } I_O = \bar{I} + m\bar{r}^2 = I_A - m\bar{x}^2 + m\bar{r}^2$$

$$= I_A + mR^2 = 2mR^2$$

Energikonservering

$$mg\bar{x} = \frac{1}{2} I_O \omega^2 - mg\bar{r}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mg(\bar{x} + \bar{r})}{I_O}} = \sqrt{\frac{g(\bar{x} + \bar{r})}{R^2}} = 1,35 \sqrt{\frac{g}{R}}$$

