

CHALMERS

Maskinteknik & Teknisk fysik & Teknisk matematik

Dugga 1

9 september 2017,

Maskinteknik 12:00–14:00,
Teknisk fysik & Teknisk matematik 13:00–15:00

OBS! Studenterna som läser Maskinteknik får inte lämna salen före 13:30.

Skrivtid: 120 min

Inga hjälpmedel tillåtna.

OBS! Lämna *inte* in kladdpapper och lösningsskisser till uppgifterna 1–20.

Eventuella frågor kan ställas per telefon.

Anders Logg: 031-7725346 (främst M, 12:00–14:00)

Jana Madjarova: 031-7723531 (främst F och TM, 13:00–15:00)

Namn och program:

Personnummer:

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

1. Uttrycket $(a + 1)^{-1} + (b + 1)^{-1}$ är för $a = 3 - \sqrt{15}$, $b = 3 + \sqrt{15}$, lika med

(a) $2\sqrt{15}$; (b) 8; (c) $\frac{1}{2}$; (d) inget av (a)-(c).

2. Talet $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$ är lika med

(a) $2\sqrt{6}$; (b) $4\sqrt{3}$; (c) 6; (d) inget av (a)-(c).

3. Talet $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}} - \sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$ är lika med

(a) $2\sqrt{6}$; (b) $2\sqrt{3}$; (c) 12; (d) inget av (a)-(c).

4. Ekvationen $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 0$ har lösningarna
- (a) $\pm\sqrt{3}$; (b) $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$; (c) annat tal; (d) ekvationen har ingen reell lösning.
5. Den minsta positiva heltalslösningen till olikheten $\sqrt{x^2 + 4x - 5} > x - 6$, är
- (a) 6; (b) 3; (c) 2; (d) inget av (a)-(c).
6. För alla reella x gäller att
- (a) $16x^2 - 8x + 1 > 0$; (b) $8x^2 + 3x - 2 > 0$;
(c) $-2x^2 + 3x - 7 < 0$; (d) inget av (a)-(c).
7. Talet $4^{\log_{0,5} 3} + \log_3 \left(\frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{9} \right)$ är lika med är
- (a) $-\frac{2}{9}$; (b) $\frac{8}{3}$; (c) $\frac{1}{9}$; (d) inget av (a)-(c).
8. Den minsta lösningen till ekvationen $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x) = 1$ är
- (a) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$; (b) 1; (c) 0; (d) inget av (a)-(c).
9. Om $\sin \alpha = t$, och $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, så har $\cot \alpha$ värdet
- (a) $\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}$; (b) $-\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}$; (c) $-\frac{\sqrt{1-t^2}}{|t|}$; (d) annat värde.
10. Om α är vinkel i en triangel och $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = -3 \cos \alpha$, så är α lika med
- (a) $\frac{\pi}{3}$; (b) $\frac{2\pi}{3}$; (c) annan vinkel; (d) det finns ingen sådan vinkel.
11. Talet $\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}$ är lika med
- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{12}}$; (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{3\pi}{12}}$; (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{5\pi}{12}}$; (d) inget av (a)-(c).
12. Funktionen $f(x) = \log_{x-1}(2x^2 - x + 1)$ är definierad för
- (a) alla reella x ; (b) alla $x > 0$; (c) alla $x \geq 0$; (d) inget av (a)-(c).

13. Olikheten $x^2 - 6 > |x|$ har samma lösningar som olikheten
- (a) $x^2 - x - 6 > 0$; (b) $x^2 + x - 6 > 0$;
(c) $(x^2 - 6)^2 - x^2 > 0$; (d) ingen av (a)-(c).
14. En rätvinklig triangel har hypotenusan med längden 12 längdenheter. Höjden mot hypotenusan är då högst
- (a) 4 l.e.; (b) 6 l.e.; (c) 8 l.e.; (d) kan ej avgöras.
15. Om α och β är vinklar i en triangel och $\sin \alpha > \sin \beta$, så följer att
- (a) $\alpha > \beta$; (b) $\alpha = \beta$; (c) $\alpha < \beta$; (d) kan ej avgöras.

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

16. Beräkna

$$\frac{\frac{1}{7} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{21} + \frac{5}{14}}.$$

Ange svaret på formen $\frac{p}{q}$, där p, q är relativt prima heltal.

Svar:

17. Lös ekvationen

$$2^{\sqrt{x}} - 2^{1-\sqrt{x}} = 1.$$

Ange den minsta lösningen.

Svar:

18. Finn alla reella lösningar till ekvationen $\sqrt{x^2 + 9} - \sqrt{x^2 - 7} = 2$. Ange den minsta lösningen.

Svar:

19. Lös ekvationen $2 \cos^2 x + \cos 2x = 0$. Ange summan av alla lösningar som ligger i intervallet $[0, 2\pi]$.

Svar:

20. Om $\log_2 7 = a$ och $\log_2 11 = b$, uttryck och ange $\log_7 11$ i termer av a och b .

Svar:

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Lös olikheten

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} \leq \frac{8}{x^2-1}.$$

DUGGA 1, 9 SEPTEMBER 2017 - SVAR

A.

1b

2c

3d

4b

5d

6c

7a

8d

9b

10b

11c

12d

13d

14b

15a

B.

16: $-\frac{22}{17}$

17: 1

18: -4

19: 4π

20: $\frac{b}{a}$

C. *Lösning:* Vi flyttar över alla termer till vänsterledet och skriver uttrycket på gemensam nämnare. Vi får då olikheten

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{8}{x^2-1} = \frac{x^2-x-6}{x^2-1} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-1)(x+1)} \leq 0.$$

För att kvoten i vänsterledet ska vara negativ krävs att ett udda antal faktorer av de fyra är negativa. Eftersom likhet är tillåten kan täljaren även vara lika med 0. Teckenstudie i intervallen mellan faktorernas nollställen (och $\pm\infty$), som är

$$(-\infty, -2], \quad [-2, -1), \quad (-1, 1), \quad (1, 3], \quad [3, \infty),$$

ger att lösningsmängden till olikheten är

$$[-2, -1) \cup (1, 3].$$