

Matematik Chalmers
TMA970

Övningskrivning i Inledande matematisk analys för F1 / TM1, HT 2021

Datum: 25 september 2021, kl. 8:30 – 10:30.

Hjälpmedel: Inga.

Telefon: Jana Madjarova, ankn. 3531

=====

1. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel och Taylorutvecklingar får ej användas)

(a1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}); \quad (1p)$

(a2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}} \right); \quad (2p)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\varphi + 2x) - 2\cos(\varphi + x) + \cos \varphi}{x^2} \quad (\varphi \in \mathbb{R}). \quad (3p)$

2. Använd matematisk induktion för att visa att olikheten

$$\frac{(2n)!}{(n!)^2} \geq \frac{4^n}{n+1}$$

är sann för alla naturliga tal n . (6p)

3. Bestäm alla reella x sådana att

$$\arccos \frac{1-x^2}{1+x^2} - \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi. \quad (6p)$$

4.(a) Ge definitionerna för växande och avtagande funktion. (2p)

(b) Funktionen $f : I_1 \rightarrow I_2$ är en bijektion, där I_1 och I_2 är intervall. Givet att f är växande, visa att dess invers $f^{-1} : I_2 \rightarrow I_1$ är växande. (3p)

(c) Betrakta funktionen $f : X \rightarrow Y$, där $f(x) = 2 - x^2$. Välj intervall X och Y sådana att f är en bijektion och hitta inversen. (2p)

6p - 11p: 1 bonuspoäng
12p - 17p: 2 bonuspoäng
18p - 23p: 3 bonuspoäng
24p - 25p: 4 bonuspoäng