

Matematik Chalmers
TMA970

Övningskrivning i Inledande matematisk analys för F1 / TM1, HT 2016

Datum: 24/9-2016, kl. 8:30-10:30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Johannes Borgqvist, ankn. 5325

=====

1. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \tan x$; (3p) (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 2n}{\sqrt{n^2 + 1}}$. (3p)

2. Bestäm alla reella x sådana att

$$\arcsin x = 2 \arctan \frac{x}{1 + \sqrt{1 - x^2}}. \quad (6p)$$

3.(a) Använd matematisk induktion för att visa olikheten

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} < 2 - \frac{1}{n},$$

gäller för alla naturliga tal $n \geq 2$. (5p)

(b) Visa att följderna $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$, där $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$, $n \in \mathbb{N}$, har ett gränsvärde när $n \rightarrow \infty$. (2p)

Anmärkning: Gränsvärdet ovan visar sig vara lika med $\frac{\pi^2}{6}$.

4. Visa att

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

Gör alla nödvändiga uppskattningar. (6p)

6p - 11p: 1 bonuspoäng
12p - 17p: 2 bonuspoäng
18p - 23p: 3 bonuspoäng
24p - 25p: 4 bonuspoäng