

**Matematik Chalmers**  
**TMA970**

**Övningsskrivning i Inledande matematisk analys för F1 / TM1, HT 2025**

Datum: 27 september 2025, kl. 8:30 – 10:30.

Hjälpmedel: Inga.

Telefon: Jana Madjarova, ankn. 3531

=====

**1.** Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel och Taylorutvecklingar får ej användas)

$$\textbf{(a)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2 + e^{3x})}{\ln(3 + e^{2x})}; \quad (3\text{p})$$

$$\textbf{(b)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1 + x \sin x} - \sqrt{\cos x}}. \quad (3\text{p})$$

**2.** Använd matematisk induktion för att visa att olikheten

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$$

är sann för alla naturliga tal  $n > 1$ . (6p)

**3.** Bestäm alla reella  $x$  sådana att

$$\arccos x - \arctan \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \pi. \quad (6\text{p})$$

**4.** Visa att följden  $\{a_n\}_{n=1}^\infty$ , där

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n,$$

är växande och uppåt begränsad. (7p)

6p - 11p: 1 bonuspoäng  
12p - 17p: 2 bonuspoäng  
18p - 23p: 3 bonuspoäng  
24p - 25p: 4 bonuspoäng