

Matematik Chalmers

TMA970

Övningsskrivning i Inledande matematisk analys för F1/TM1, HT 2024

Datum: 28 september 2024, kl. 8.30 – 10.30.

Hjälpmedel: Inga.

Telefon: Anna Karlsson, 0721-575850.

Beräkningar ska motiveras och redovisas utförligt och fullständigt.

1. Bestäm gränsvärdena (l'Hospitals regel och Taylorutvecklingar får ej användas)

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \frac{2\sqrt{2}}{\pi}x}{x - \frac{\pi}{2}}, \quad (3\text{p})$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\arctan x}. \quad (3\text{p})$

2. Låt $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Visa att för alla $n \in \mathbb{N}$ gäller

$$\sum_{k=0}^n kx^k = \frac{nx^{n+2} - (n+1)x^{n+1} + x}{(1-x)^2}. \quad (6\text{p})$$

3. Bestäm alla reella x sådana att

$$\arctan \frac{2x}{5} + \arctan \frac{2x}{x^2 + 1} = \arctan \frac{2x(x^2 + 6)}{x^2 + 5}. \quad (6\text{p})$$

4. Formulera och bevisa differentialkalkylens medelvärdessats (Lagranges sats). (7p)

6p – 11p: 1 bonuspoäng
12p – 17p: 2 bonuspoäng
18p – 23p: 3 bonuspoäng
24p – 25p: 4 bonuspoäng