

Skrivtid: 60 min

Alla hjälpmedel tillåtna. Man får dock varken samarbeta eller ta hjälp av andra.

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

Fråga 1.

Talet $\sqrt{(2 - \sqrt{11})^2} - \sqrt{11} + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right) \cdot \frac{28}{10}$ är lika med

- (a) $-\frac{9}{8}$; (b) $\frac{25}{8}$; (c) $\frac{25}{8} - 2\sqrt{11}$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (a)

=====

Talet $\sqrt{(2 - \sqrt{11})^2} - \sqrt{11} + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right) \cdot \frac{28}{10}$ är lika med

- (a) $\frac{25}{8}$; (b) $-\frac{9}{8}$; (c) $\frac{25}{8} - 2\sqrt{11}$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (b)

=====

Talet $\sqrt{(2 - \sqrt{11})^2} - \sqrt{11} + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right) \cdot \frac{28}{10}$ är lika med

- (a) $-\frac{25}{8}$; (b) $\frac{9}{8}$; (c) $-\frac{25}{8} + 2\sqrt{11}$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (d)

=====

Talet $\sqrt{(2 - \sqrt{11})^2} - \sqrt{11} + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right) \cdot \frac{28}{10}$ är lika med

- (a) $\frac{9}{8}$; (b) $-\frac{9}{8}$; (c) $\frac{25}{8} - 2\sqrt{11}$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (b)

=====

Talet $\sqrt{(2 - \sqrt{11})^2} - \sqrt{11} + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right) \cdot \frac{28}{10}$ är lika med

- (a) $\frac{25}{8}$; (b) $\frac{25}{8} - 2\sqrt{11}$; (c) $-\frac{9}{8}$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (c)

Fråga 2.

Talen $1 + \sqrt{5}$ och $1 - \sqrt{5}$ är lösningar till ekvationen

- (a) $x^2 - 2x - 4 = 0$; (b) $x^2 + 2x + 4 = 0$; (c) $x^2 - 2x + 4 = 0$; (d) ingen av (a)-(c).

Rätt svar: (a)

=====

Talen $1 + \sqrt{5}$ och $1 - \sqrt{5}$ är lösningar till ekvationen

- (a) $x^2 - 2x - 4 = 0$; (b) $x^2 + 2x - 4 = 0$; (c) $x^2 - 2x + 4 = 0$; (d) ingen av (a)-(c).

Rätt svar: (a)

=====

Talen $1 + \sqrt{5}$ och $1 - \sqrt{5}$ är lösningar till ekvationen

- (a) $x^2 + 2x + 4 = 0$; (b) $x^2 + 2x - 4 = 0$; (c) $x^2 - 2x + 4 = 0$; (d) ingen av (a)-(c).

Rätt svar: (d)

=====

Talen $1 + \sqrt{5}$ och $1 - \sqrt{5}$ är lösningar till ekvationen

- (a) $x^2 + 2x - 4 = 0$; (b) $x^2 - 2x - 4 = 0$; (c) $x^2 - 2x + 4 = 0$; (d) ingen av (a)-(c).

Rätt svar: (b)

=====

Talen $1 + \sqrt{5}$ och $1 - \sqrt{5}$ är lösningar till ekvationen

- (a) $x^2 - 2x + 4 = 0$; (b) $x^2 + 2x + 4 = 0$; (c) $x^2 - 2x - 4 = 0$; (d) ingen av (a)-(c).

Rätt svar: (c)

Fråga 3.

Den minsta lösningen till ekvationen $(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) = 0$ är

- (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (d)

Den minsta lösningen till ekvationen $(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) = 0$ är

- (a) -1 ; (b) -2 ; (c) -3 ; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (d)

Den minsta lösningen till ekvationen $(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) = 0$ är

- (a) -2 ; (b) -3 ; (c) -4 ; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (c)

Den minsta lösningen till ekvationen $(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) = 0$ är

- (a) -4 ; (b) -2 ; (c) 1; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (a)

Den minsta lösningen till ekvationen $(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) = 0$ är

- (a) -2 ; (b) -4 ; (c) 1; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (b)

Fråga 4.

Antalet reella lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} y + 1 = x^2 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$ är

- (a) 0; (b) 2; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (b)

Antalet reella lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} x + 1 = y^2 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$ är

- (a) 0; (b) 2; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (b)

Antalet reella lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} y + 3 = x^2 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$ är

- (a) 0; (b) 2; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (c)

Antalet reella lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} y - 2 = x^2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ är

- (a) 0; (b) 2; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (d)

Antalet reella lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2 = y^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ är

- (a) 0; (b) 2; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (a)

Fråga 5.

Antalet heltalslösningar till olikheten $\frac{7x-5}{x+2} < 3$ är

- (a) 2; (b) 3; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (c)

=====

Antalet heltalslösningar till olikheten $\frac{7x-1}{x+2} < 3$ är

- (a) 2; (b) 3; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (b)

=====

Antalet heltalslösningar till olikheten $\frac{7x-1}{x} < 3$ är

- (a) 2; (b) 3; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (d)

=====

Antalet heltalslösningar till olikheten $\frac{7x-5}{x} < 3$ är

- (a) 2; (b) 3; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (d)

=====

Antalet heltalslösningar till olikheten $\frac{7x-3}{x+1} < 3$ är

- (a) 2; (b) 3; (c) 4; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (a)

Fråga 6.

Om $m \boxplus n = m^{-2} + n^{-2} - (mn)^{-2}$, för alla positiva heltal m, n , så gäller att

- (a) $3 \boxplus 2 = 2 \boxplus 3$; (b) $1 \boxplus 2 = 0$; (c) $5 \boxplus 4 = 1$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (a)

=====

Om $m \boxplus n = m^{-2} + n^{-2} - (mn)^{-2}$, för alla positiva heltal m, n , så gäller att

- (a) $3 \boxplus 1 = 2 \boxplus 3$; (b) $2 \boxplus 5 = 5 \boxplus 1$; (c) $5 \boxplus 4 = 4 \boxplus 5$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (c)

=====

Om $m \boxplus n = m^{-2} + n^{-2} - (mn)^{-2}$, för alla positiva heltal m, n , så gäller att

- (a) $3 \boxplus 2 = 3 \boxplus 1$; (b) $1 \boxplus 1 = 1$; (c) $100 \boxplus 100 = 1$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (b)

=====

Om $m \boxplus n = m^{-2} + n^{-2} - (mn)^{-2}$, för alla positiva heltal m, n , så gäller att

- (a) $1 \boxplus 1 = 2$; (b) $100 \boxplus 100 = 1$; (c) $5 \boxplus 4 = 0$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (d)

=====

Om $m \boxplus n = m^{-2} + n^{-2} - (mn)^{-2}$, för alla positiva heltal m, n , så gäller att

- (a) $100 \boxplus 100 = 1 \boxplus 1$; (b) $1 \boxplus 2 = 0$; (c) $5 \boxplus 4 = 4 \boxplus 5$; (d) inget av (a)-(c).

Rätt svar: (c)

Fråga 7.

Om $\sin \alpha = p$, och $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, så har $\tan \alpha$ värdet

- (a) $\pm \frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (b) $-\frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (c) $-\frac{|p|}{\sqrt{1-p^2}}$; (d) annat värde.

Rätt svar: (c)

Om $\sin \alpha = p$, och $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, så har $\tan \alpha$ värdet

- (a) $\frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (b) $-\frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (c) $\pm \frac{|p|}{\sqrt{1-p^2}}$; (d) annat värde.

Rätt svar: (a)

Om $\sin \alpha = p$, och $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, så har $\tan \alpha$ värdet

- (a) $\frac{|p|}{\sqrt{1-p^2}}$; (b) $-\frac{|p|}{\sqrt{1-p^2}}$; (c) $-\frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (d) annat värde.

Rätt svar: (b)

Om $\sin \alpha = p$, och $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, så har $\tan \alpha$ värdet

- (a) $\pm \frac{|p|}{\sqrt{1-p^2}}$; (b) $\frac{|p|}{\sqrt{1-p^2}}$; (c) $-\frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (d) annat värde.

Rätt svar: (d)

Om $\sin \alpha = p$, och $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, så har $\tan \alpha$ värdet

- (a) $\frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (b) $-\frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (c) $\frac{|p|}{\sqrt{1-p^2}}$; (d) annat värde.

Rätt svar: (a)

Fråga 8.

De reella talen a och b uppfyller $a - b = 6$. Det minsta värdet för $c = ab$ är

- (a) 0; (b) -9 ; (c) annat tal; (d) det finns inget minsta värde för c .

Rätt svar: (b)

=====

De reella talen a och b uppfyller $a - b = 6$. Det minsta värdet för $c = ab$ är

- (a) -9 ; (b) 6; (c) annat tal; (d) det finns inget minsta värde för c .

Rätt svar: (a)

=====

De reella talen a och b uppfyller $a - b = 6$. Det minsta värdet för $c = ab$ är

- (a) 6; (b) -9 ; (c) annat tal; (d) det finns inget minsta värde för c .

Rätt svar: (b)

=====

De reella talen a och b uppfyller $a - b = 6$. Det minsta värdet för $c = ab$ är

- (a) 0; (b) 6; (c) annat tal; (d) det finns inget minsta värde för c .

Rätt svar: (c)

=====

De reella talen a och b uppfyller $a - b = 6$. Det minsta värdet för $c = ab$ är

- (a) 6; (b) 9; (c) annat tal; (d) det finns inget minsta värde för c .

Rätt svar: (c)

Fråga 9.

En triangel har sidor 2, 6 och 9. För dess area S gäller

- (a) $S > 9$; (b) $S \leq 9$; (c) kan ej avgöras; (d) det finns ingen sådan triangel.

Rätt svar: (d)

=====

En triangel har sidor 2, 5 och 7. För dess area S gäller

- (a) $S > 7$; (b) $S \leq 7$; (c) kan ej avgöras; (d) det finns ingen sådan triangel.

Rätt svar: (d)

=====

En triangel har sidor 2, 5 och 5. För dess area S gäller

- (a) $S > 5$; (b) $S \leq 5$; (c) kan ej avgöras; (d) det finns ingen sådan triangel.

Rätt svar: (b)

=====

En triangel har sidor 2, 5 och 3. För dess area S gäller

- (a) $S > 3$; (b) $S \leq 3$; (c) kan ej avgöras; (d) det finns ingen sådan triangel.

Rätt svar: (d)

=====

En triangel har sidor 2, 7 och 7. För dess area S gäller

- (a) $S > 7$; (b) $S \leq 7$; (c) kan ej avgöras; (d) det finns ingen sådan triangel.

Rätt svar: (b)

Fråga 10.

Uttrycket $\log_{-\frac{1}{3}} 3$ är

- (a) lika med 1; (b) lika med -1 ; (c) lika med annat tal; (d) odefinierat.

Rätt svar: (d)

=====

Uttrycket $\log_{-\frac{1}{3}}(-3)$ är

- (a) lika med 1; (b) lika med -1 ; (c) lika med annat tal; (d) odefinierat.

Rätt svar: (d)

=====

Uttrycket $\log_{|-3|} \frac{1}{3}$ är

- (a) lika med 1; (b) lika med -1 ; (c) lika med annat tal; (d) odefinierat.

Rätt svar: (b)

=====

Uttrycket $\log_{-3} \frac{1}{3}$ är

- (a) lika med 1; (b) lika med -1 ; (c) lika med annat tal; (d) odefinierat.

Rätt svar: (d)

=====

Uttrycket $\log_{|-\frac{1}{3}|} 3$ är

- (a) lika med 1; (b) lika med -1 ; (c) lika med annat tal; (d) odefinierat.

Rätt svar: (b)

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

Fråga 1.

Beräkna

$$\frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{7}}{\frac{2}{15} + \frac{1}{6}}.$$

Om svaret är $\frac{p}{q}$, där p är ett heltal och q är ett naturligt tal sådana att p, q är relativt prima, ange svaret på formen p, q (utan mellanslag; om svaret är $-\frac{2}{3}$ skriver du alltså $-2, 3$).

Rätt svar: 32, 21

=====

Beräkna

$$\frac{\frac{1}{7} - \frac{3}{5}}{\frac{2}{15} + \frac{1}{6}}.$$

Om svaret är $\frac{p}{q}$, där p är ett heltal och q är ett naturligt tal sådana att p, q är relativt prima, ange svaret på formen p, q (utan mellanslag; om svaret är $-\frac{2}{3}$ skriver du alltså $-2, 3$).

Rätt svar: $-32, 21$

=====

Beräkna

$$\frac{\frac{2}{15} + \frac{1}{6}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{7}}.$$

Om svaret är $\frac{p}{q}$, där p är ett heltal och q är ett naturligt tal sådana att p, q är relativt prima, ange svaret på formen p, q (utan mellanslag; om svaret är $-\frac{2}{3}$ skriver du alltså $-2, 3$).

Rätt svar: 21, 32

=====

Beräkna

$$\frac{\frac{2}{15} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{7} - \frac{3}{5}}.$$

Om svaret är $\frac{p}{q}$, där p är ett heltal och q är ett naturligt tal sådana att p, q är relativt prima, ange svaret på formen p, q (utan mellanslag; om svaret är $-\frac{2}{3}$ skriver du alltså $-2, 3$).

Rätt svar: $-21, 32$

Fråga 2.

Ange den minsta positiva heltalslösningen till ekvationen

$$\log_2 \left(1 + \frac{1}{x} \right) < 1.$$

Rätt svar: 2

=====

Ange den minsta positiva heltalslösningen till ekvationen

$$\log_3 \left(1 + \frac{7}{x} \right) < 1.$$

Rätt svar: 4

=====

Ange den minsta positiva heltalslösningen till ekvationen

$$\log_3 \left(1 + \frac{5}{x} \right) < 1.$$

Rätt svar: 3

=====

Ange den minsta positiva heltalslösningen till ekvationen

$$\log_5 \left(1 + \frac{7}{x} \right) < 1.$$

Rätt svar: 2

Fråga 3.

Triangeln ABC är rätvinklig, med rät vinkel vid hörnet C och hypotenusan 2 längdenheter. Ange vinkeln vid hörnet A i grader, givet att kateten BC har längden $\sqrt{2}$.

Rätt svar: 45

=====

Triangeln ABC är rätvinklig, med rät vinkel vid hörnet C och hypotenusan 2 längdenheter. Ange vinkeln vid hörnet A i grader, givet att kateten BC har längden $\sqrt{1}$.

Rätt svar: 30

=====

Triangeln ABC är rätvinklig, med rät vinkel vid hörnet C och hypotenusan 2 längdenheter. Ange vinkeln vid hörnet A i grader, givet att kateten BC har längden $\sqrt{3}$.

Rätt svar: 60

=====

Triangeln ABC är rätvinklig, med rät vinkel vid hörnet C och hypotenusan $2\sqrt{2}$ längdenheter. Ange vinkeln vid hörnet A i grader, givet att kateten BC har längden 2.

Rätt svar: 45

Fråga 4.

Ange det värde på a , för vilket grafen till funktionen $f(x) = x^2 - x + a$ går genom punkten $(3, 2)$.

Rätt svar: -4

=====

Ange det värde på a , för vilket grafen till funktionen $f(x) = x^2 + x + a$ går genom punkten $(3, 1)$.

Rätt svar: -11

=====

Ange det värde på a , för vilket grafen till funktionen $f(x) = x^2 - 2x + a$ går genom punkten $(3, 10)$.

Rätt svar: 7

=====

Ange det värde på a , för vilket grafen till funktionen $f(x) = x^2 + 2x + a$ går genom punkten $(3, 18)$.

Rätt svar: 3

Fråga 5.

Ange den minsta heltalslösningen till olikheten

$$\sqrt{x+2} > x.$$

Rätt svar: -2

=====

Ange den minsta heltalslösningen till olikheten

$$\sqrt{x+6} > x.$$

Rätt svar: -6

=====

Ange den minsta heltalslösningen till olikheten

$$\sqrt{x+12} > x.$$

Rätt svar: -12

=====

Ange den minsta heltalslösningen till olikheten

$$\sqrt{x+20} > x.$$

Rätt svar: -20