CHALMERS

Maskinteknik & Teknisk fysik & Teknisk matematik

Dugga 1

12 september 2015,

Maskinteknik 12:00–14:00,
Teknisk fysik & Teknisk matematik 13:00–15:00

OBS! Studenterna som läser Maskinteknik får inte lämna salen före 13:30.

Skrivtid: 120 min
Inga hjälpmedel tillåtna.
OBS! Lämna *inte* in kladdpapper och lösningsskisser till uppgifterna 1–20.

Eventuella frågor kan ställas per telefon.
Anders Logg: 031-7725346 (främst M, 12:00–14:00)
Jana Madjarova: 073-7855697 (främst F och TM, 13:00–15:00)

Namn och program: ....

Personnummer: ....

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

1. Talet $9^{12} \cdot 3^{-8} \cdot (\sqrt{3})^{-6} \cdot (\sqrt[3]{9})^{-18}$ är lika med

   (a) 9; (b) 27; (c) 3; (d) annat svar.

2. För $a \neq 0,\ b \neq 0,\ a+b \neq 0$, och $U = \left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{2}{ab}\right)\dfrac{ab^2}{a+b}$, gäller att U är identiskt lika med

   (a) $1 + \dfrac{a}{b}$; (b) $1 + \dfrac{b}{a}$; (c) 1; (d) inget av (a)-(c).

3. Antalet lösningar till ekvationen $\dfrac{4}{x^2+4} + \dfrac{5}{x^2+5} = 0$ är

   (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) inget av (a)-(c).

4. Alla lösningar till ekvationen $\dfrac{2-2x}{x-1} = \dfrac{-4(x+1)}{2x+2}$ ges av

(a) alla reella x; (b) $x \neq \pm 1$; (c) $x \neq \pm 2$; (d) inget av (a)-(c).

5. Den största lösningen till ekvationen $\sqrt{\dfrac{2-x}{x+3}} + \dfrac{x}{2} = 0$ är

(a) 1; (b) 2; (c) annat tal; (d) det finns inga reella lösningar.

6. Om $a = \ln(\log_{0,5}(\log_9 3))$, så gäller att

(a) $a = 0$; (b) $a = 1$; (c) $a =$ annat tal; (d) a är odefinierat.

7. Om $\cos\alpha = -\dfrac{1}{2}$, så har $\cos(7\pi + \alpha)$ värdet

(a) $-\dfrac{1}{2}$; (b) $\dfrac{1}{2}$; (c) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; (d) annat värde.

8. Om $\cos\alpha = t$ och $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, så har $\tan\alpha$ värdet

(a) $\dfrac{\sqrt{1-t^2}}{t^2}$; (b) $\dfrac{\sqrt{1-t^2}}{t}$; (c) $\dfrac{\sqrt{1-t^2}}{-t}$; (d) annat värde.

9. Ekvationen $x^2 + bx + c = 0$, där b och c är reella, har två olika lösningar. Då gäller att

(a) $b^2 - 4c \not> 0$; (b) $b^2 - 4c \neq 0$; (c) $b^2 - 4c \not< 0$; (d) går ej att avgöra.

10. Det komplexa talet z ligger i första kvadranten. Talet $e^{i\alpha}z$ ligger i tredje kvadranten för

(a) $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$; (b) $\alpha = \pi$; (c) $\alpha = \dfrac{3\pi}{2}$; (d) inget av (a)-(c).

11. Talet $-1 - i$ är lika med

(a) $\sqrt{2}e^{i\pi}$; (b) $\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{2}}$; (c) $\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}$; (d) inget av (a)-(c).

12. Antalet heltalslösningar till olikheten $(x^2 - 1)(x-3)(x-5) < 0$ är

(a) 1; (b) 3; (c) 5; (d) inget av (a)-(c).

13. Den minsta heltalslösningen till olikheten $-\dfrac{9}{x+3} > 5 - x$ är

(a) -4; (b) -2; (c) 7; (d) inget av (a)-(c).

14. Markera den ekvation som *inte* är ekvivalent med ekvationen $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2$.

    (a) $|x - 3| = 2$;
    (b) $x - 3 = 2$;
    (c) $x^2 - 6x + 9 = 4$;
    (d) alla ekvationer i (a)-(c) är ekvivalenta med den givna.

15. Om $\sqrt{2 + x} - \sqrt{2 - x} = 1$. så är $\sqrt{4 - x^2}$ lika med

    (a) $-\frac{1}{2}$; (b) $\frac{3}{2}$; (c) annat tal; (d) kan ej avgöras.

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

16. Beräkna

$$\frac{\frac{3}{5} - \frac{2}{7}}{\frac{2}{15} + \frac{1}{6}}.$$

Ange svaret på formen $\frac{p}{q}$, där p, q är relativt prima heltal.

Svar:

17. I en låda ligger gula och röda bollar. Antalet gula bollar förhåller sig till antalet röda bollar som 2 till 3. Beräkna och ange i procent andelen gula bollar i lådan.

Svar:

18. Konstruera och ange en andragradsekvation på formen $x^2 + bx + c = 0$, så att ekvationen har lösningarna $x_1 = -2$ och $x_2 = 3$.

Svar:

19. Givet funktionen $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$, ange summan av dess minsta värde och dess största värde.

Svar:

20. Lös ekvationen

$$\log_2 x = 2 + \log_x 8.$$

Ange dess största lösning.

Svar:

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Lös ekvationen

$$|5x - 13| - |6 - 5x| = 7.$$

Dugga 1, 12 september 2015 - SVAR

A.

1c
2b
3a och 3c
4b
5d
6a
7b
8b
9b
10b
11d
12d
13c
14b
15b

B.

16: $\frac{22}{21}$
17: 40%
18: $x^2 - x - 6$
19: 0
20: 8

C. *Lösning:* Uttrycken innanför belopptecknen blir lika med noll i $\dfrac{13}{5}$, respektive $\dfrac{6}{5}$. Det betyder att vi måste betrakta intervallen $\left(-\infty, \dfrac{6}{5}\right)$, $\left[\dfrac{6}{5}, \dfrac{13}{5}\right)$, och $\left[\dfrac{13}{5}, \infty\right)$.

$x \in \left(-\infty, \dfrac{6}{5}\right]$: Vi har $5x - 13 < 0$ och $6 - 5x \geq 0$, vilket gör att ekvationen kan skrivas om som $(13 - 5x) - (6 - 5x) \equiv 7$, vilket betyder att alla x i det intervallet är lösningar till ekvationen.

$x \in \left(\dfrac{6}{5}, \dfrac{13}{5}\right)$: Här har vi $5x - 13 < 0$ och $6 - 5x < 0$, så att ekvationen kan skrivas om som $(13 - 5x) - (5x - 6) = 19 - 10x = 7$, ekvivalent med $5x = 6$, vilket betyder att ekvationen inte har någon lösning i det intervallet.

$x \in \left[\dfrac{13}{5}, \infty\right)$: Nu har vi $5x - 13 \geq 0$ och $6 - 5x < 0$, ekvationen skrivs om som $(5x - 13) - (5x - 6) = 7$, ekvivalent med $-7 = 7$, vilket betyder att ekvationen inte har någon lösning i det intervallet heller.

Lösningar till ekvationen är alltså alla $x \leq \dfrac{6}{5}$, och endast de.