Tentamen i Fasta tillståndets fysik (FFY012/FYP330)

Tid: em, 2023-06-09

Examinator: Eva Olsson (3247)

Lärare vid tentamen:

Frågorna 1 och 2, Eva Olsson (031 772 3247)

Fråga 3, Mattias Thuvander (073 143 3709)

Frågorna 4 och 5, Elsebeth Schröder (031 772 8424)

Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook, penna, sudd, passare, linjal, gradskiva, Chalmersgodkänd räknare i fickformat, utan inprogrammerad text/ekvationer relevant för tentamen, och ett egenproducerat handskrivet A4 (dubbelsidigt) med valfritt innehåll.

Bedömning: Max 100p. Betyg Chalmers: 3- 50p, 4- 70p, 5- 85p. Betyg GU: G- 50p, VG- 75p.

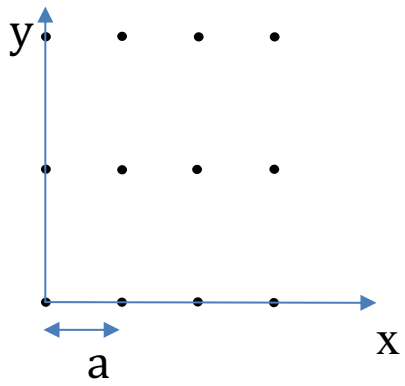
Skriv tydligt och motivera dina svar.

Lycka till!

Uppgift 1

a) Markera en primitiv enhetscell i gittret i reella rummet i Figur 1 och ange gittervektorerna $\mathbf{a}_1$ och $\mathbf{a}_2$ uttryckta i a, **x** och **y** samt ta fram de reciproka gittervektorerna $\mathbf{b}_1$ och $\mathbf{b}_2$ uttryckta i a, **x** och **y** och rita det reciproka gittret. **(15p)**

b) Markera en Wigner-Seitz-cell i gittret i Figur 1. **(5p)**



Figur 1. Ett gitter i reella rummet.

(Observera att uppgifterna kan lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 2

Antag att Du tar upp ett diffraktogram från ett material som består av en FCC-struktur. Kantlängden på enhetscellen är 4.08 Å.

Du studerar materialet med röntgenstrålning med våglängden 1.54 Å och med elektronstrålning med våglängden 2.51 pm. Strålningen faller in längs [0-1-1] i båda fallen.

a) Konstruera Ewald sfären för båda fallen med korrekt längd och riktning på **k**-vektorerna och rita cirklarna där Ewald sfären skär yz-planet. Har Du ritat sfärerna i det reella rummet eller reciproka rummet? **(10p)**

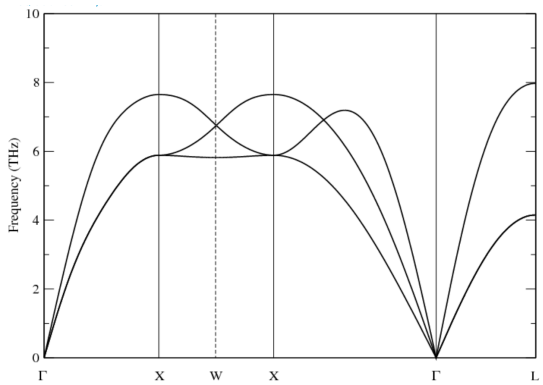
b) Indexera punkterna närmast origo i yz-planet. Du skall rita minst 24 stycken. **(5p)**

c) Vilket villkor skall vara uppfyllt för diffraktion? För vilka (hkl) i yz-planet erhålls diffraktion för de två strålningarna med denna infallsriktningen? **(5p)**

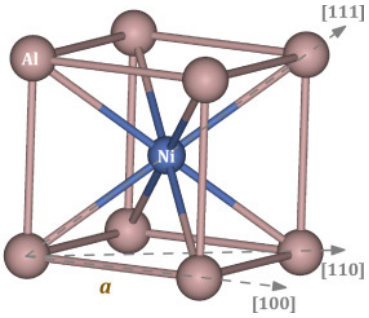
(Observera att uppgifterna kan i stort sett lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 3

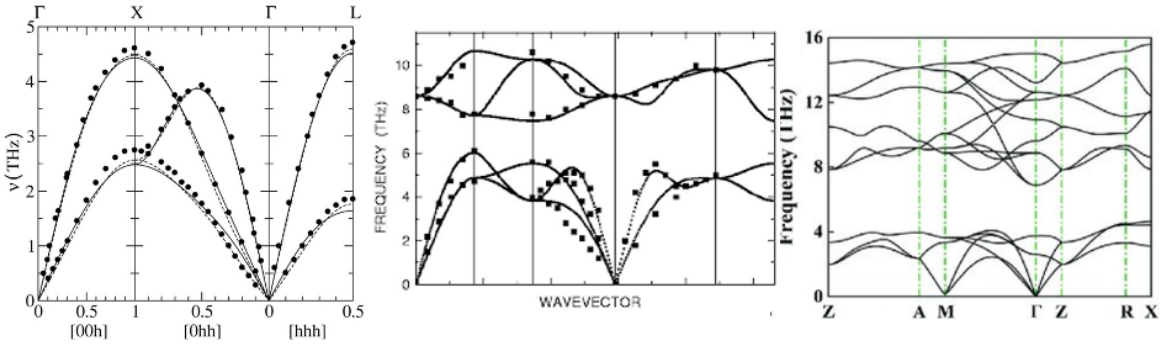
a) Figuren nedan visar dispersionsrelationen för fononer i nickel, som har kristallstruktur FCC. Använd modellen för en-dimensionella gittersvängningar som bara tar hänsyn till närmaste grannar. Beräkna fjäderkonstanten som verkar mellan två atomer genom att använda vinkelfrekvensen på Brillouin-zon gränsen i [100] riktningen för den degenererade grenen. Tänk på att y-axeln i figuren har enhet frekvens, inte vinkelfrekvens. **(8p)**



b) Nedan visas enhetscellen för NiAl. Beskriv strukturen med Bravais-gitter och bas. **(6p)**



c) Nedan visas tre dispersionsrelationer? Vilken av dem (I, II eller III) är från NiAl? Motivera svaret. **(6p)**



I II III

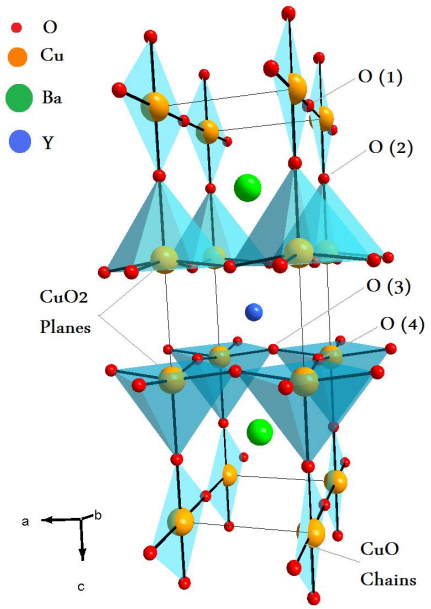
(Observera att uppgifterna kan lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 4

Högtemperatursupraledarna utmärks av en ovanlig elektrodynamik där elektronerna bara rör sig inom tvådimensionella plan (till exempel CuO_2-planet i figuren). Vi ska här fokusera på elektronerna i materialet, inte Cooper-par. Elektronernas bandstruktur i ledningsbandet för dessa kristaller kan beskrivas med dispersionsrelationen

$E(\mathbf{k}) = -2\,t\,[\cos(k_x a) + \cos(k_y a)]$

där $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ är elektronens vågvektor, E är elektronens energi, $|k_x| \leq \pi/a$, $|k_y| \leq \pi/a$, och t är en positiv konstant. Elektronens energi beror, som det framgår ovan, bara



på k_x och k_y, inte på k_z.

a) Beräkna energin vid botten och toppen av ledningsbandet i dessa kristaller. **(5p)**

b) Elektronens effektiva massa m_e^* är en tensor i två dimensioner, i k_x och k_y. Beräkna m_e^* i punkten $\mathbf{k} = 0$. **(5p)**

c) Bestäm Fermienergin om bandet är halvfyllt. **(5p)**

d) Rita Fermi-”ytan” i dessa kristaller i IBZ i tvådimensionella k_x-k_y-planet när ledningsbandet är halvfyllt. **(5p)**

Uppgift 5

Ferromagnetism.

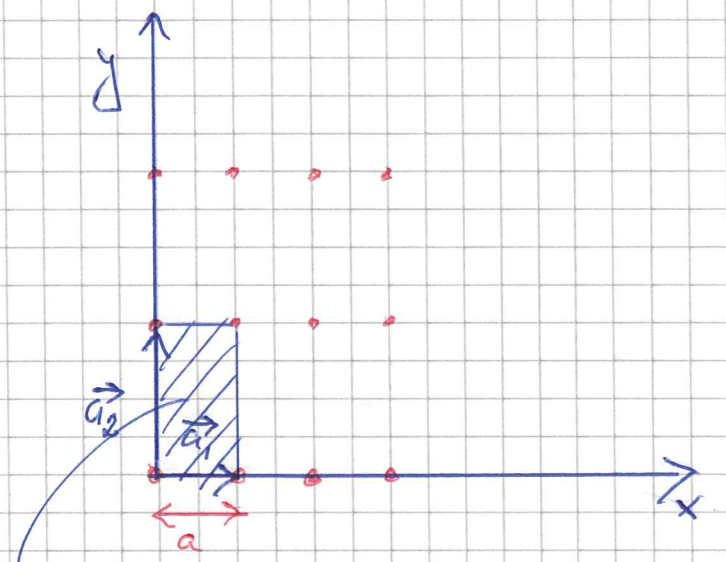
a) En ferromagnet kan beskrivas med en parvis växelverkan $U = -2X\ \mathbf{S_1}\cdot\mathbf{S_2}$ mellan spinnen $\mathbf{S_1}$ och $\mathbf{S_2}$ hos närliggande joner 1 och 2.
Vad är det fysikaliska ursprunget av växelverkan X?
Kan ferromagnetismen uppstå från en (klassisk) växelverkan av typen "$-\mu_0\ \boldsymbol{\mu_1}\cdot\boldsymbol{\mu_2}/r^3$" mellan två atomära dipolmagneter med magnetiska moment $\boldsymbol{\mu_1}$ och $\boldsymbol{\mu_2}$? **(10p)**

b) Beskriv hysteres i ferromagnetism genom att rita upp en graf med magnetiseringen M som funktion av påtryckt magnetfält H, från helt omagnetiserat material till maximalt magnetiserat, och ett helt varv runt i hysteres-loopen.
Beskriv processen tydligt i punktform, beskriv vad som händer i materialet, och få med alla viktiga delar i grafen. Text och graf ska (som alltid) vara tydliga och läsbara. **(10p)**

(Observera att uppgifterna kan lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 1

a)



En primitiv enhetscell med gittervektorerna

$$\vec{a}_1 = a\hat{x}$$

$$\vec{a}_2 = 2a\hat{y}$$

Vi har att $\vec{b}_i \cdot \vec{a}_j = 2\pi\delta_{ij}$ där $\begin{cases} \delta_{ij} = 1 \text{ om } i = j \\ \delta_{ij} = 0 \text{ om } i \neq j \end{cases}$

Detta ger $\vec{b}_1 \cdot \vec{a}_1 = 2\pi$

$$(b_{1x}\hat{x} + b_{1y}\hat{y}) \cdot a\hat{x} = 2\pi$$

$$b_{1x} \cdot a = 2\pi \Rightarrow \underline{\underline{b_{1x} = \frac{2\pi}{a}}}$$

$$\vec{b}_1 \cdot \vec{a}_2 = 0$$

$$(b_{1x}\hat{x} + b_{1y}\hat{y}) \cdot 2a\hat{y} = 0$$

$$b_{1y} \cdot 2a = 0 \Rightarrow \underline{\underline{b_{1y} = 0}}$$

$$\Rightarrow \vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a}\hat{x}$$

$$\vec{b_2} \cdot \vec{a_1} = 0$$

$$(b_{2x}\hat{x} + b_{2y}\hat{y}) \cdot a\hat{x} = 0$$

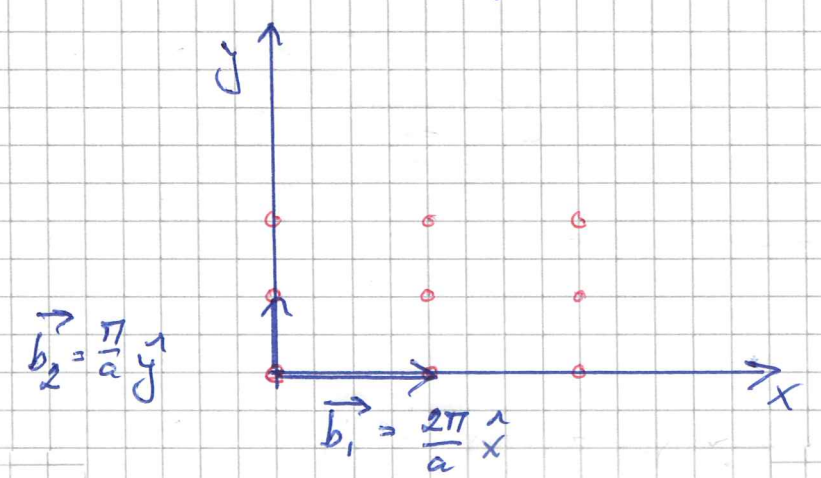
$$b_{2x} \cdot a = 0 \Rightarrow \underline{\underline{b_{2x} = 0}}$$

$$\vec{b_2} \cdot \vec{a_2} = 2\pi$$

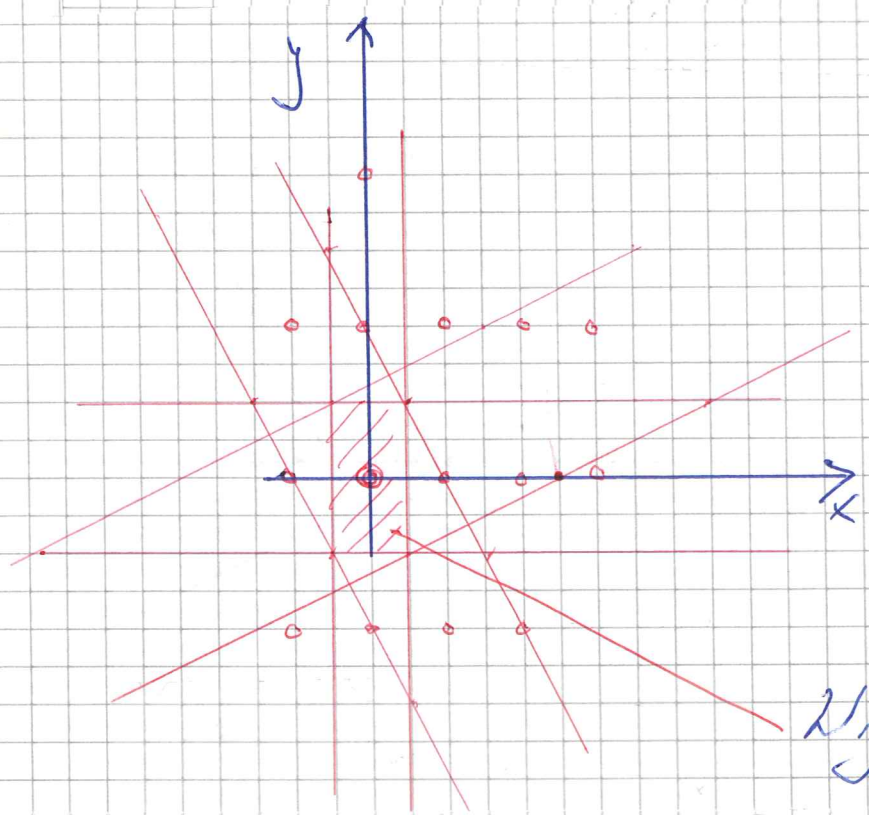
$$(b_{2x}\hat{x} + b_{2y}\hat{y}) \cdot 2a\hat{x} = 2\pi$$

$$b_{2x} \cdot 2a = 2\pi \Rightarrow \underline{\underline{b_{2x} = \frac{\pi}{a}}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{b_2} = \frac{\pi}{a}\hat{y}}}$$



b)



Wigner-Seitz-
zellen

Uppgift 2.

Vi har en FCC-struktur med $a = 4.08$ Å

$\lambda_{röntgen} = 1.54$ Å $\quad \lambda_{e^-} = 2.51$ pm

$$|k_{röntgen}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1.54} \text{ Å}^{-1}$$

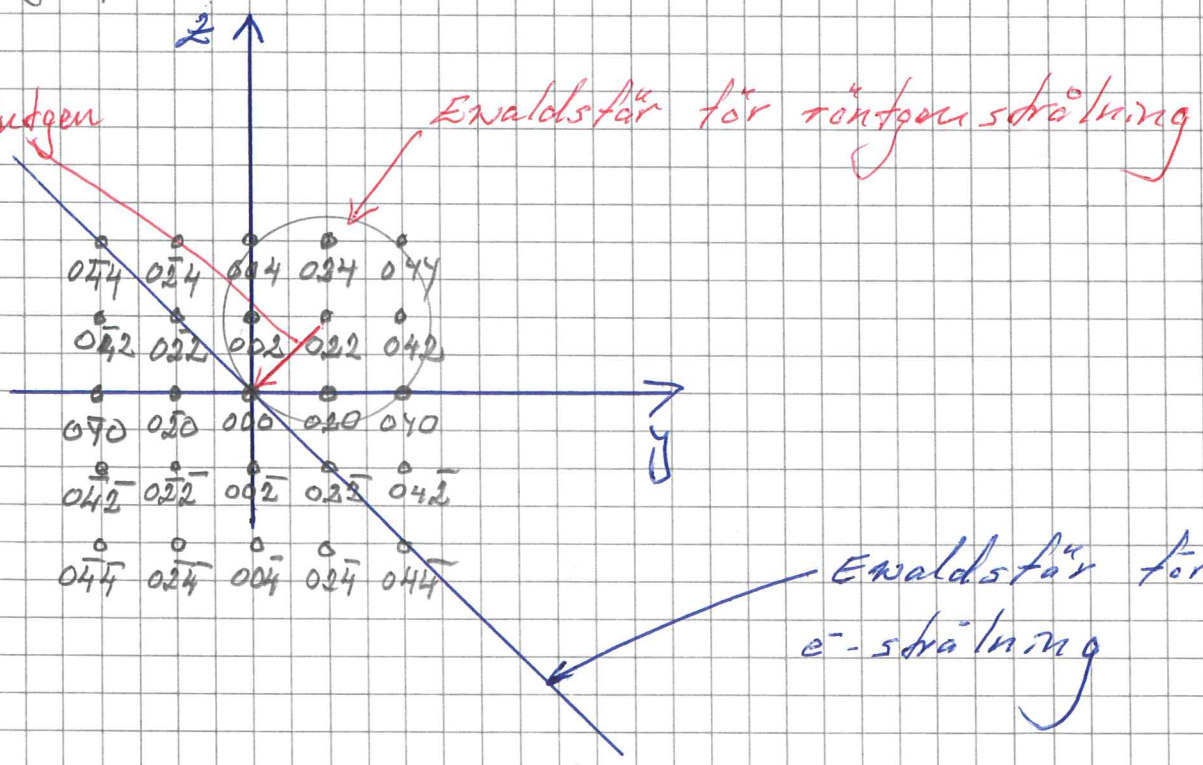
$$|k_{e^-}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2.51 \cdot 10^{-2}} \text{ Å}^{-1}$$

$$\frac{|k_{röntgen}|}{|G_{0\bar{2}\bar{2}}|} = \frac{2\pi}{1.54} \cdot \frac{\frac{a}{\sqrt{0^2+2^2+2^2}}}{2\pi} = \frac{4.08}{1.54} \cdot \frac{1}{\sqrt{8}} = 0.9365$$

$$\frac{|k_{e^-}|}{|G_{0\bar{2}\bar{2}}|} = \frac{2\pi}{2.51 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{\frac{4.08}{\sqrt{8}}}{2\pi} = \frac{4.08}{2.51 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$= 57.47$$

a) & b) yz-planet i reciproka rummet



c) Diffraktion erhålles då Ewaldsfären skär en reciprok gitterpunkt och längs riktningen för $\vec{k}'$-vektorn som går från $\vec{k}$-vektorns bas till respektive reciprok gitterpunkt.

För röntgen:
Punkterna 004, 044 och 040

För e⁻-strålen: $0\bar{4}4$, $02\bar{2}$, $022\bar{2}$, $04\bar{4}$ .....