Tentamen i Fasta tillståndets fysik (FFY012/FYP330)

Tid: em, 2023-03-16

Examinator: Eva Olsson (3247)

Lärare vid tentamen:

Frågorna 1 och 2, Eva Olsson (031 772 3247)

Fråga 3, Mattias Thuvander (073 143 3709)

Frågorna 4 och 5, Elsebeth Schröder (031 772 8424)

Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook, penna, sudd, passare, linjal, gradskiva, Chalmersgodkänd räknare i fickformat, utan inprogrammerad text/ekvationer relevant för tentamen, och ett egenproducerat handskrivet A4 (dubbelsidigt) med valfritt innehåll.

Bedömning: Max 100p. Betyg Chalmers: 3- 50p, 4- 70p, 5- 85p. Betyg GU: G- 50p, VG- 75p.

Skriv tydligt och motivera dina svar.

Lycka till!

Uppgift 1

Antag att Du har en FCC-struktur med kantlängden a=4.08 Å. Basen består av atomen A i (0,0,0).

a) Rita enhetscellen med markerade koordinataxlar x, y och z samt rita in atomerna. Markera (111)- och (110)-planen och gör separata skisser av planen med markeringar för atomerna. Beräkna packningstätheten för (110)-planet uttryckt atomer per nm^2. **(5p)**

b) Rita det reciproka gittret. Markera enhetscellen och koordinataxlar x, y och z. Ange kantlängden på enhetscellen uttryckt i a. Rita xz-planet i det reciproka gittret och markera (hkl) för de 12 punkterna närmast origo. Markera Wigner-Seitz cellen i xz-planet. **(15p)**

(Observera att uppgifterna kan lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 2

Antag att Du har en legering som består av molybden och wolfram med sammansättningen 50% molybden och 50% wolfram. Både molybden och wolfram är BCC-strukturer. Vid hög temperatur är atomerna slumpvis fördelade över positionerna. Vid en låg temperatur erhålls en ordnad struktur med basen molybden i (0,0,0) och wolfram i (½ , ½, ½).

a) Rita enhetscellen och markera enhetsvektorerna och placera in atomerna. Rita även (110)-planet och placera in atomerna i planet för strukturerna vid låg och hög temperatur. Markera planet i enhetscellen i det reella rummet. **(5p)**

b) Beräkna strukturfaktorn för de två fallen. Antag att f_i är proportionell mot atomnumret Z_i, dvs $f_i = CZ_i$ där C är en konstant. Ange villkoren för (hkl) att diffraktion skall erhållas vart och ett av de två fallen **(15 p)**

(Observera att uppgifterna kan lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 3

Vi betraktar gittersvängningar i Fe-X (järn och ett ämne till) genom att använda en endimensionell kedja med atomer med bara interaktion mellan närmaste grannar. Antag att vi oberoende av vilket ämne X är, kan anta att gitterparametern är 0.30 nm och fjäderkonstanten 50 N/m. Vi antar också att varje ämne bara består av en isotop, och att den har en massa som är ett heltal mätt i atommassenheten (u).

a) Konstruera ett diagram som visar den lägsta vinkelfrekvensen för optiska gittersvängningar som funktion av atomnummer för ämnet X, från 1 till 92. Du behöver förstås inte göra beräkningar för alla hundra ämnen, men för något/några relevanta fall (t.ex. väte (atomnummer 1) och uran (atomnummer 92)). **(8 p)**

b) För vilket ämne X fås den största ljudhastigheten i Fe-X, med antagandena ovan? Hur stor blir denna ljudhastighet? **(6 p)**

c) Vi tittar nu på Fe-N (järn-kväve). Rita pilar som visar hur dessa atomer rör sig vid optiska (fall 1) respektive akustiska (fall 2) svängningar när vågvektorn är nära noll (alltså deras rörelseriktning vid en specifik tidpunkt).

(3 p)

d) Vi fortsätter med Fe-N. Rita pilar som visar hur atomerna rör sig vid optiska (fall 1) respektive akustiska (fall 2) svängningar när vågvektorn är vid Brillouin-zon-gränsen (alltså deras rörelseriktning vid en specifik tidpunkt).

(3 p)

(Observera att uppgifterna kan lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 4

En halvledare med formeln AB (dvs med lika många atomer av ämnet A och ämnet B) har ett direkt bandgap på 1,2 eV. Ämnet A har tre valenselektroner (är trevärt), ämnet B har fem valenselektroner (är femvärt). Effektivmassor för elektroner och hål är $m_e^* = 1{,}25\ m_e$ och $m_h^* = 0{,}80\ m_e$. För det odopade materialet är mobiliteten 0,45 m^2/Vs för elektroner och 0,01 m^2/Vs för hål, vid temperaturen 300 K.

a) Beräkna ledningsförmågan (konduktiviteten) vid T = 300 K.
   Är ledningsförmågan dominerad av elektroner eller hål?
   Beräkna kemiska potentialen (antag att valensbandets topp har energin noll). **(10p)**

Halvledaren dopas med tenn, Sn. Efter dopningen blir konduktiviteten $10^{-2}/\Omega m$ och domineras nu av laddningsbärare av motsatt typ än för den odopade halvledaren. Temperaturen är fortfarande 300 K.

b) Hur många tenn-atomer behövs per kubikmeter om man antar att alla tenn-atomerna är joniserade?
   Vilket av de två ämnen, A eller B, ersätts av Sn-atomerna vid dopningen? **(10p)**

(Observera att uppgifterna kan i stort sett lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 5

En metall-folie med tjockleken 0,02 mm placeras så att ett magnetfält med fältet B = 2,0 T går vinkelrätt igenom folien. När en ström på 1,5 A skickas genom folien uppstår en elektrisk potential på 1,23 μV i folien, vinkelrät mot strömriktningen.

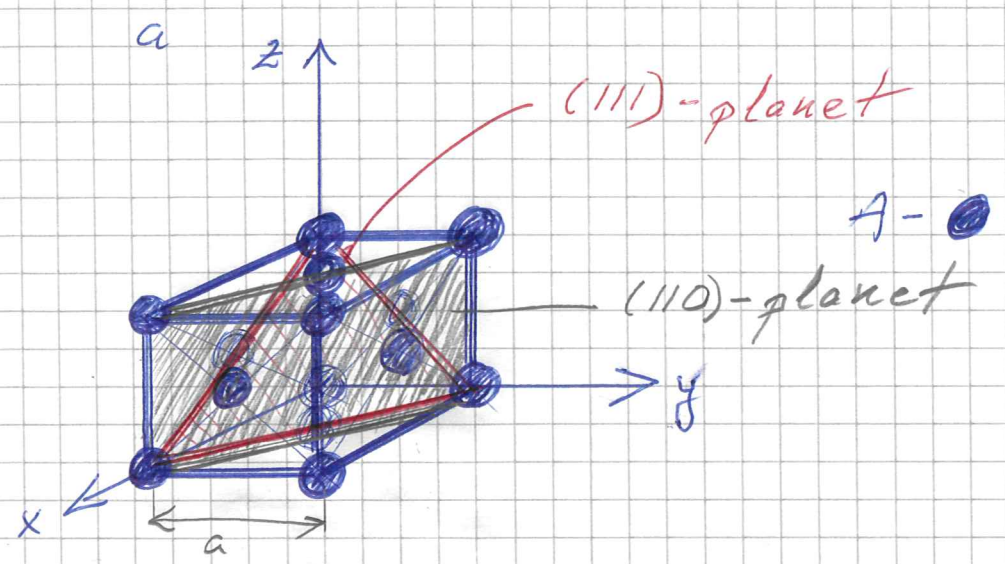
a) Bestäm Hall-koefficienten, elektrontätheten och Fermienergin för metallen. **(10p)**

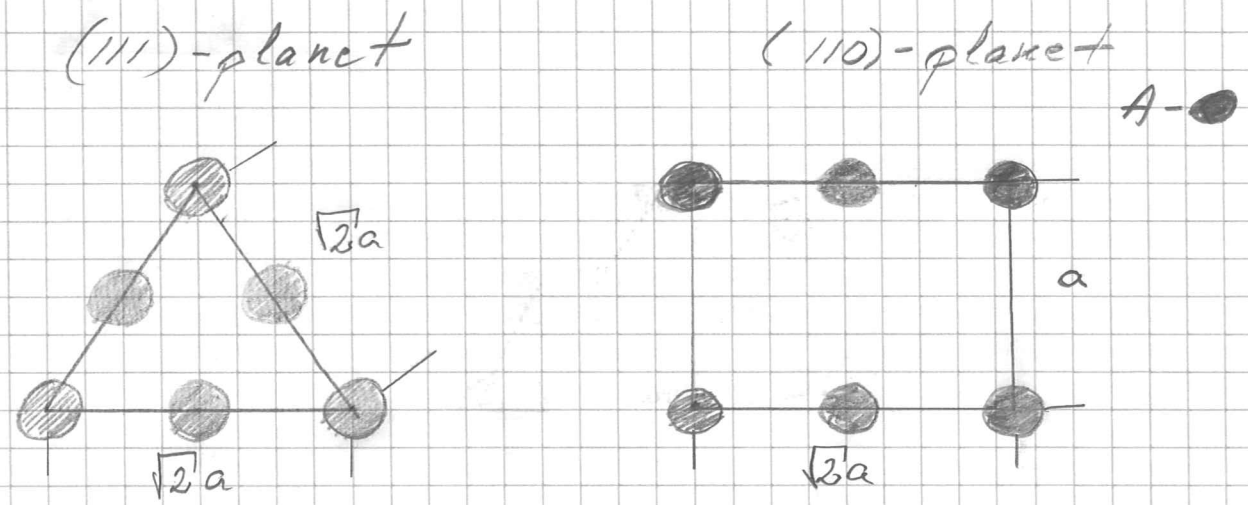
Samma metall kan bli supraledande vid tillräckligt låg temperatur. Den kritiska temperaturen för supraledning är T_c = 7,19 K, och det kritiska magnetfältet är B_c = 0,0803 T.

b) För vilka värden av det magnetiska fältet är metallen supraledande vid temperaturen 4 K (förutsatt att ingen ström skickas genom metallen)? **(10p)**

(Observera att uppgifterna kan lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 1





Packningstäthet för (110)-planet

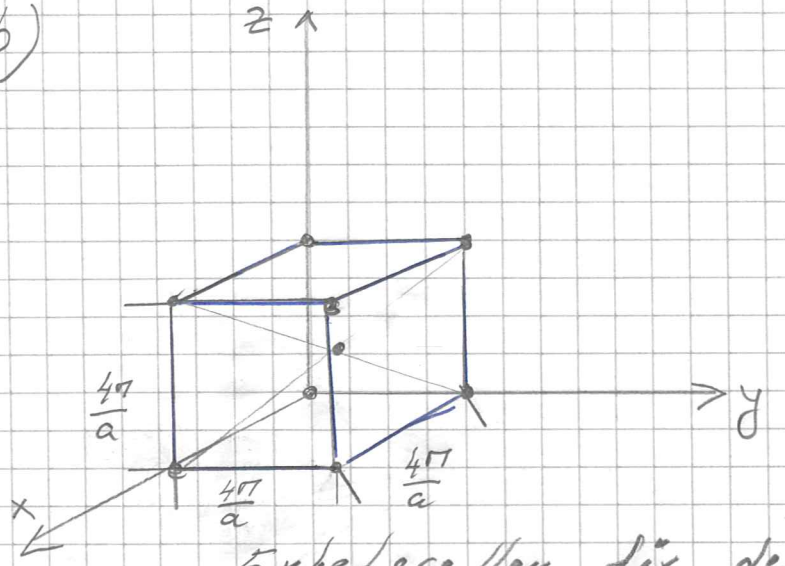
Area: $\sqrt{2} \cdot a \cdot a = \sqrt{2} \cdot a^2 = \sqrt{2} \cdot 0{,}408^2 \ nm^2$

Antal atomer: $4 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$

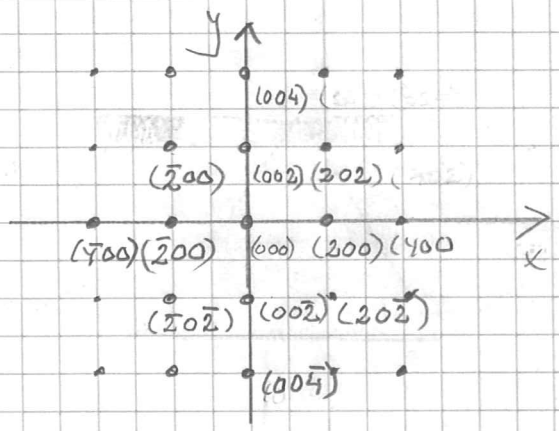
Packningstäthet: $\frac{2}{\sqrt{2} \cdot 0{,}408^2} = 8.50 \ \text{atomer}/nm^2$

b)

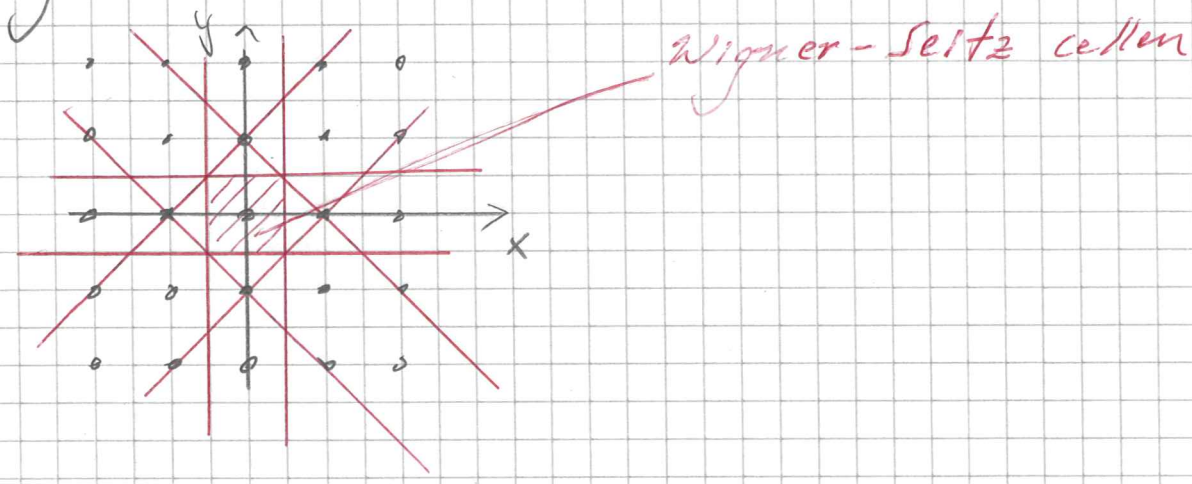
FCC i reella rummet blir BCC i reciproka rummet



Enhetscellen för det reciproka gittret.

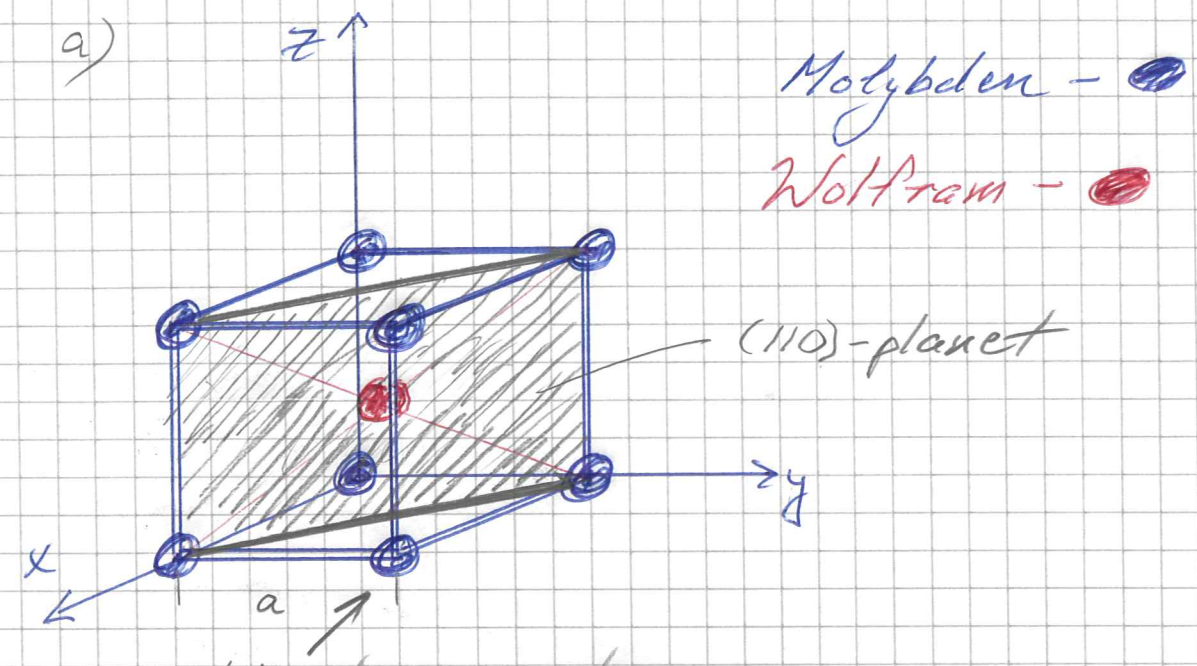


Wigner-Seitz cellen

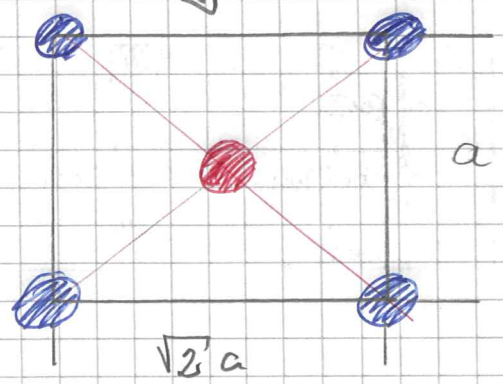


Uppgift 2

a)

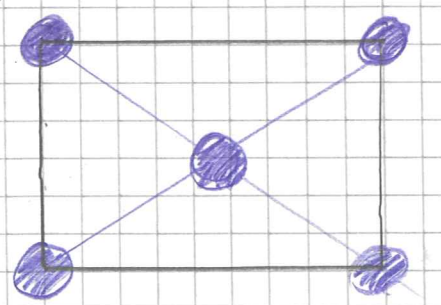


Låg temperatur



Hög temperatur

Vid hög temperatur fördelar sig atomerna slumpvis på positionerna. Detta beskrivas som att del i varje position sitter 50% molybden och 50% wolfram (atomprocent).



50% molybden och 50% wolfram -

b) Vid <u>låg temperatur</u> är enhetscellen en SC (simple cubic) med basen molybden i (0,0,0) och wolfram i (1/2, 1/2, 1/2).

Strukturfaktorn $S_{\vec{G}}(hkl)$ är då

$$S_{\vec{G}}(hkl) = \sum_{j=1}^{2} f_j e^{-i\vec{G}\cdot\vec{r}_j} =$$

$$= f_{Mo} + f_W e^{-i\pi(h+k+l)}$$

$$= \begin{cases} f_{Mo} + f_W & \text{om } h+k+l = \text{jämnt tal} \\ f_{Mo} - f_W & \text{om } h+k+l = \text{udda tal} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} C(42+74) = C\cdot 116 & \text{om } h+k+l = \text{jämnt tal} \\ C(42-74) = -C\cdot 32 & \text{om } h+k+l = \text{udda tal} \end{cases}$$

(Notera att diffrakterad intensitet är proportionell mot $S_{\vec{G}}(hkl)^2$)

Vid <u>hög temperatur</u> är enhetscellen en BCC med basen (50% Mo + 50% W) i (0,0,0) med $f_{50\%Mo+50\%(W)} = C\cdot\frac{1}{2}(42+74)$

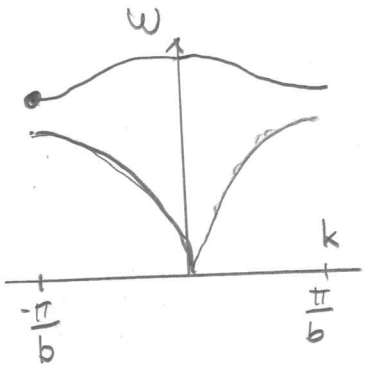
$$S_{\vec{G}}(hkl) = \sum_{j=1}^{2} f_j e^{-i\vec{G}\cdot\vec{r}_j} = f_1 + f_2 e^{-i\pi(h+k+l)}$$

$$= f_{50\%Mo+50\%W}\cdot\left(1 - e^{-i\pi(h+k+l)}\right) =$$

$$= \begin{cases} 2\cdot C\frac{1}{2}(42+74) = C\cdot 116 & \text{om } h+k+l = \text{jämnt tal} \\ 0 & \text{om } h+k+l = \text{udda tal} \end{cases}$$

③ a) Dispersionsrelationen ser ut så här;

Den lägsta ω_{opt} fås vid BZ-gränsen och är



$$\omega_{opt}^{min} = \omega_{opt}\left(\frac{\pi}{b}\right) = \sqrt{\frac{2\gamma}{M_2}},$$

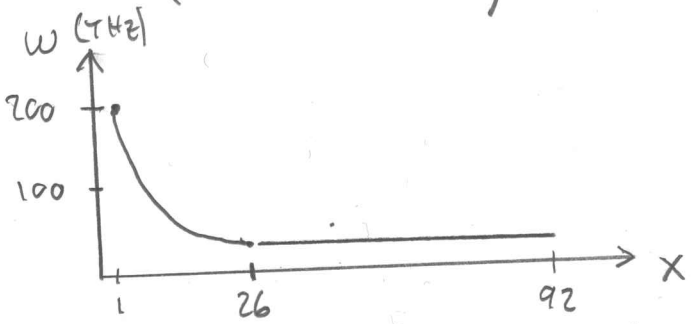
där γ är fjäderkonstanten och M_2 är den lättare massan.

För X = väte fås $\omega_{opt}^{min} = \left(\frac{2 \cdot 50}{1u \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}}\right)^{1/2} = 2{,}45^{14}\ s^{-1}$.

$= 245$ THz

När vi ökar massan på X, sjunker ω_{opt}^{min} successivt, tills vi når X = 25 (Mn). När X = 26 (Fe) finns det inga optiska svängningar. När X > 26 är Fe den lätta atomen, så ω_{opt}^{min} ges av

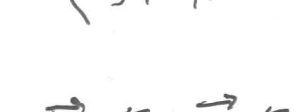
$$\omega_{opt}^{min} = \left(\frac{2 \cdot 50}{56 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}}\right)^{1/2} = 33 \text{ THz}$$



b) $v = \sqrt{\frac{\gamma/2}{M_1 + M_2}}\, b$. Högsta hastighet fås för Fe-H.

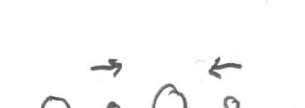
$$v = \left(\frac{25}{57 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}}\right)^{1/2} \cdot 3 \cdot 10^{-10} = 4900 \text{ m/s}$$

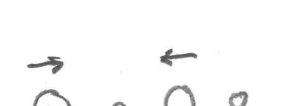
c)

I:  opt $k \approx 0$

II: aku $k \approx 0$

d)

I:  opt $k \approx \frac{\pi}{b}$

II:  aku $k = \frac{\pi}{b}$

Uppgift 4

Halvledare AB. $T = 300\,K$.

$E_g = 1{,}2\,eV$ $m_e^* = 1{,}25\,m_e$, $m_h^* = 0{,}80\,m_e$, $\mu_e = 0{,}45\,m^2/Vs$, $\mu_h = 0{,}01\,m^2/Vs$

a) Bestäm konduktiviteten

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h .$$

Intrinsisk halvledare (odopad) dvs

$$n = p = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{k_B T}{\pi \hbar^2}\right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-E_g/2k_BT}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{0{,}026\,eV}{\pi\, 1{,}05\cdot 10^{-34}\,Js \cdot 6{,}58\cdot 10^{-16}\,eVs}\right)^{3/2} (9{,}11\cdot 10^{-31}\,kg)^{3/2}$$

$$\times e^{-1{,}2eV/2\cdot 0{,}026\,eV}$$

$$= 2{,}42\cdot 10^{15}\ m^{-3}$$

[$m_e^* m_h^* = 1{,}25\cdot 0{,}8\, m_e^2 = m_e^2$, $k_BT = 0{,}026\,eV$]

[Testa enheter:

$$\left(\frac{eV}{Js\,eVs}\right)^{3/2} kg^{3/2} = \left(\frac{kg}{Js^2}\right)^{3/2} = m^{-3} \quad \text{Ok}$$
]

dvs

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h = ne(\mu_e + \mu_h)$$

$$= 2{,}42\cdot 10^{15}\,m^{-3}\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}46\,\frac{m^2}{Vs}$$

$$= \underline{1{,}8\cdot 10^{-4}\,/\Omega m}$$

$$\left[\frac{C}{m^3}\,\frac{m^2}{Vs} = \frac{A}{Vm} = \frac{1}{\Omega m}\right]$$

Eftersom $\mu_e \gg \mu_h$ dominerar elektronerna som laddningsbärare.

Kemisk potential ($E_V = 0$), $n = p$

$$\mu = \frac{1}{2}E_g + \frac{3}{4}k_BT\ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) = \frac{1}{2}\cdot 1{,}2\,eV + \frac{3}{4}\cdot 0{,}026\,eV\ \ln\left(\frac{1{,}25}{0{,}8}\right)$$

$$= 0{,}6\,eV + 0{,}009\,eV = \underline{0{,}609\,eV}$$

b) Dopning med Sn. Konduktiviteten nu $\sigma_{dop.} = 0{,}01\ /\Omega m$.
Domineras av motsatt laddningsbärare, dvs hål, dopning m. acceptor.
Bestäm täthet av dopningsatomer n_a (antag alla joniserade).

Sn har 4 valenselektroner (Phys. Hand. tabell 8.1).
I material AB (3 & 5 valenselektroner) kan Sn vara acceptor eller donator med (som högst) en laddning. Här acceptor, dvs Sn ersättar vissa av B-atomerna (kommer saknas en elektron i kristallbindningen).

$n_a \approx n_a^- \approx p$ (alla acceptoratomer joniserade, och endast de bidrar med hål).

$n \approx 0$

$$\sigma_{dop} = ep\mu_h = en_a\mu_h$$

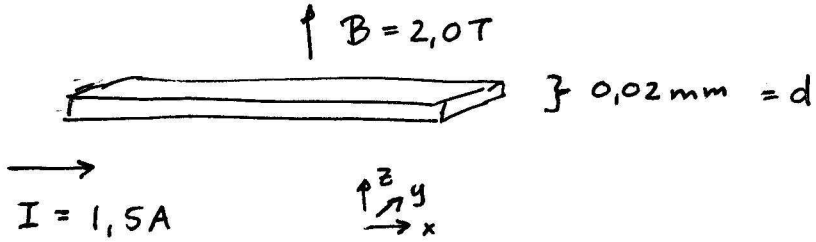
dvs

$$n_a = \frac{\sigma_{dop}}{e\mu_h} = \frac{0{,}01\ \Omega^{-1}m^{-1}}{1{,}60\cdot 10^{-19}C \cdot 0{,}01\ m^2V^{-1}s^{-1}}$$

$$= \underline{6{,}25\cdot 10^{18}\ m^{-3}}$$

$$\left[\frac{Vs}{\Omega m C m^2} = \frac{1}{m^3}\frac{V}{\Omega A} = m^{-3}\right]$$

Uppgift 5 Metallfolie. Hall-effekt-mätning.



Potential (parallellt m. y-riktning) $1{,}23\ \mu V = V_y$ (egl. negativ!)

a) Bestäm Hallkoefficient R_H. Antag folien bredd ℓ.

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B_z} \qquad E_y = V_y / \ell$$

$$j_x = I / (\ell \cdot d)$$

$$= \frac{V_y \ell^{-1}}{I \ell^{-1} d^{-1} B_z} = \frac{-1{,}23 \cdot 10^{-6}\,V \cdot 2 \cdot 10^{-5}\,m}{1{,}5\,A \cdot 2{,}0\,T} = \underline{-8{,}2 \cdot 10^{-12}\ \frac{m^3}{As}}$$

$$\left[\frac{Vm}{AT} = \frac{Vm}{A\,Vsm^{-2}} = \frac{m^3}{As} \right]$$

Se evt. anteckning om tecken vid Halleffekt i Canvas.

Elektrontäthet n

$$R_H = -\frac{1}{en} \quad \text{dvs}$$

$$n = -\frac{1}{e R_H} = \frac{1}{1{,}60 \cdot 10^{-19} C \cdot 8{,}2 \cdot 10^{-12}\ m^3 A^{-1} s^{-1}}$$

$$= \underline{7{,}6 \cdot 10^{29}\ m^{-3}} \qquad [C^{-1} m^{-3} A s = m^{-3}]$$

Fermienergi

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

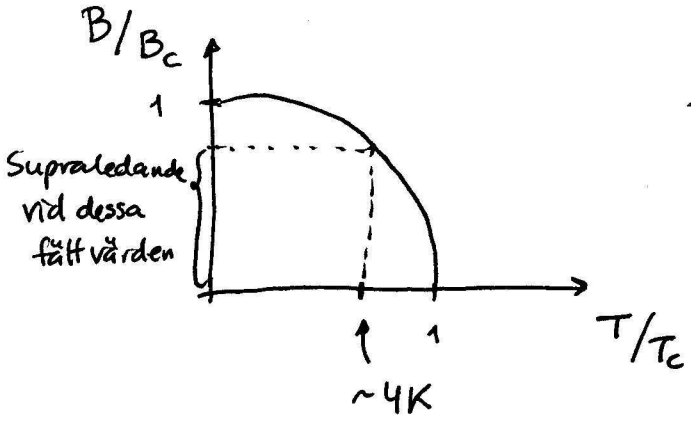
$$= \frac{(1{,}05 \cdot 10^{-34}\,Js)^2}{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg} (3\pi^2 \cdot 7{,}6 \cdot 10^{29}\,m^{-3})^{2/3}$$

$$= \underline{4{,}8 \cdot 10^{-18}\ J}$$

$$= \underline{30\ eV}$$

b) Metallen som supraledare.

$B_c = 0{,}0803\,T$, $T_c = 7{,}19\,K$.



$$T_c(B) = T_c(B=0)\left(1 - \frac{B}{B_c}\right)^{1/2}$$

eller

$$B = B_c\left(1 - \left(\frac{T_c(B)}{T_c(B=0)}\right)^2\right)$$

Maximala fältet vid temperatur $T = 4K$

$$B = 0{,}0803\,T\left(1 - \left(\frac{4K}{7{,}19K}\right)^2\right) = 0{,}0554\,T$$

Svar { Vid magnetfältet mindre än 0,055 T är metallen supraledande vid temperaturen 4K!