Tentamen i Fasta tillståndets fysik (FFY012/FYP330)

Tid: em, 2022-08-18

Examinator: Eva Olsson (3247)

Lärare vid tentamen:

Frågorna 1 och 2, Eva Olsson (031 772 3247)

Fråga 3, Mattias Thuvander (073 143 3709)

Frågorna 4 och 5, Elsebeth Schröder (031 772 8424)

Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook, penna, sudd, passare, linjal, Chalmersgodkänd räknare i fickformat, utan inprogrammerad text/ekvationer relevant för tentamen, och ett egenproducerat handskrivet A4 (dubbelsidigt) med valfritt innehåll.

Bedömning: Max 100p. Betyg Chalmers: 3- 50p, 4- 70p, 5- 85p. Betyg GU: G- 50p, VG- 75p.

Skriv tydligt och motivera dina svar.

Lycka till!

Uppgift 1

Antag att Du har en kubisk struktur med kantlängden a. Placera in basen som beskrivs av atom A i (0,0,0) och atom B i (½,0,0), C i (0, ½,0) och D i (0, 0,½).

a) Rita enhetscellen med markerade koordinataxlar x, y och z samt rita in atomerna. Markera (110)- och (001)-planen. **(5p)**

b) Ta fram uttrycket för de reciproka enhetsvektorerna samt rita det reciproka gittret och markera koordinataxlarna x, y och z, markera gitterpunkterna och ange kantlängderna på enhetscellen i det reciproka gittret. Redovisa hur Du tar fram enhetsvektorerna. **(10p)**

c) Beräkna packningstäheten uttryckt i atomer per ytenhet, nm^2, för (100)- och (111)-planen om a=3,8 Å. Antag att $a=4r_A$ där r_A är radien hos atom A. **(5p)**

(Observera att uppgifterna kan lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 2

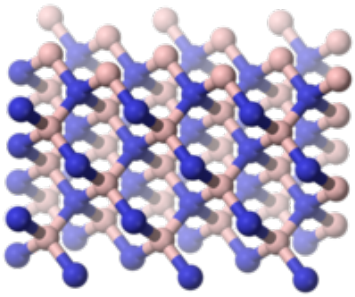
Den vanligast förekommande typen av bornitrid (BN) har en FCC enhetscell med basen N i (0,0,0) och B i (1/4,1/4,1/4). Gitterparametern a=3,6157 Å. En annan mer sällsynt form av BN har en hexagonal struktur med a=2,5040 Å och c=6,6612 Å. Ett diffraktogram tas upp med CuK_α-strålning (λ=1,548 Å).

a) Beräkna den minsta Braggvinkeln för topparna i ett röntgendiffraktogram för vardera av de två strukturerna och ange Millerindex för topparna. Antag att intensitet erhålles för samtliga Miller index för den hexagonala strukturen och för Miller index som är tillåtna för en FCC.

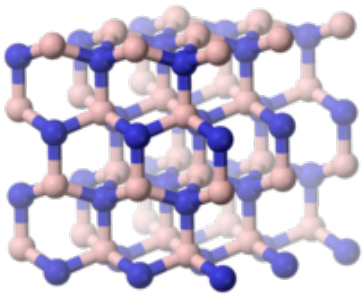
(5p)

b) Beräkna strukturfaktorn för kubisk BN. Redovisa alla steg i beräkningen från det första uttrycket med summering över alla atomer i enhetscellen till det slutliga uttrycket med villkoren för diffraktion och relativ intensitet i toppar uttryckt i formfaktorerna. Antag att formfaktorn är proportionell mot atomnumret Z ($f_i = CZ_i$) för atom i.

(15p)



Kubisk bornitrid (c-BN)



Hexagonal bornitrid (h-BN)

(Källa figur: Wikipedia)

(Observera att uppgifterna kan lösas utan att de tidigare deluppgifterna har lösts.)

Uppgift 3

I ett experiment med låg-energi-elektrondiffraktion (LEED) träffar elektronstrålen en (100)-yta, under vinkelrätt infall, på en kristall av molybden (Mo). Molybden är BCC och gitterparametern är 3,147 Å. Hur många diffrakterade strålar får om energin är 113 eV? Antag att alla strålar som diffrakteras bakåt kan detekteras (vinklarna 90-180° mellan inkommande och diffrakterad stråle). **(20p)**

Uppgift 4

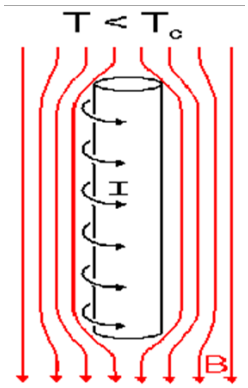
a) Redogör för en enkel modell, baserad på väteatomen, som kan användas för att uppskatta donor-nivåns energi i en n-dopad halvledare. **(5 p)**

b) Beräkna för odopad kisel elektrontätheten n och håltätheten p, ledningsförmågan (konduktiviteten) σ, och den kemiska potentialen μ, vid rumstemperatur. **(5 p)**

c) Kisel dopas med 3 ppm ("parts per million") fosfor. Beräkna igen ledningsförmågan vid rumstemperatur. Med ungefär vilken faktor har ledningsförmågan ökat, jämfört med värdet för odopad kisel? Argumentera för vilket ungefärligt värde den kemiska potentialen kan antas ha, och rita upp en skiss på placeringen (på en energiskala) av valens- och ledningsband samt donatornivån. **(10 p)**

Du kan få behov av följande approximativa värden (samt värden från Physics Handbook):
Mobiliteten för elektroner 0,14 $m^2/(Vs)$, hål 0,048 $m^2/(Vs)$. Kan användas för både dopad och odopad Si.
Effektivmassan elektron 0,26 m_e, hål 0,49 m_e.

Uppgift 5 Halvledare



Några av de första försök med supraledning utfördes av Quinn och Ittner i 1962. De byggde en bly-cylinder (den var visserligen inte helt cylinderformad, men ointressant här) med en kärna av kiseloxid. Vid påtryckt magnetiskt fält längs cylindern, vid tillräcklig låg temperatur, uppstår en ström på ytan av bly-cylindern. Man estimerade cylinderns induktans till $L=1{,}4\ 10^{-13}$ H. Efter $t_1 = 7$ timmar uppmätte man att den kvarvarande strömmen i cylindern var **minst** 98 % av den ursprungliga strömmen (mätningens noggrannhet var begränsat).

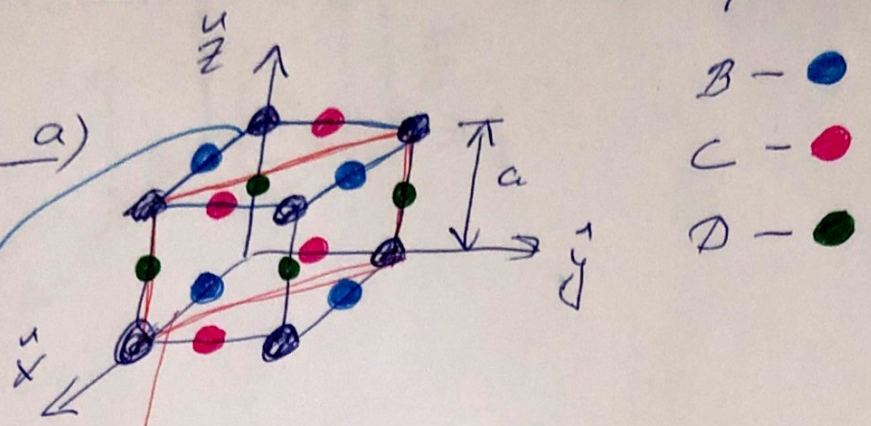
a) I en vanlig elektrisk seriekrets med resistans R och induktans L: Först går det en ström I_0 i kretsen, sedan släcks källan (ingen emk). Hur stor är den maximalt möjliga resistansen R_{max} om strömmen minst är 98 % av I_0 efter en tid t_1? Använd värden på L och t_1 från ovan.
Stämmer detta överens med vad vi idag vet om supraledning? (Motivera ditt svar) (10 p)

b) Övergångstemperaturen (mellan supraledande fas och normal-fas) är för bly $T_c = 7{,}193$ K. Vid en viss temperatur $T > 0$ K uppmäts att det kritiska magnetfältet är hälften så stort som vid 0 K. Bestäm T. (5 p)

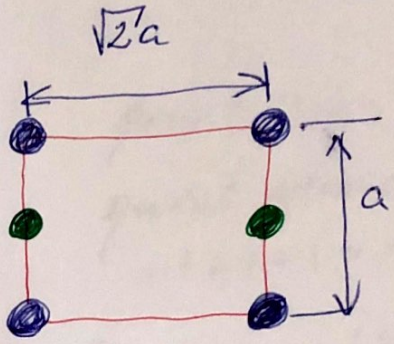
c) Bly har fler olika isotoper, bland annat Pb^{204}, Pb^{206}, Pb^{207} och Pb^{208}. Beräkna kvoten mellan kritiska temperaturen för Pb^{208} och Pb^{204}. (5 p)

Uppgift 1

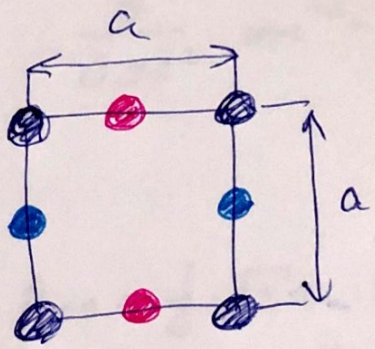
a)



(110)-planet



(001)-planet



b)

Reella rummet

Enhetsvektorerna $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ och $\mathbf{a}_3$ är

$$\mathbf{a}_1 = a\hat{x}$$

$$\mathbf{a}_2 = a\hat{y}$$

$$\mathbf{a}_3 = a\hat{z}$$

Reciproka rummet

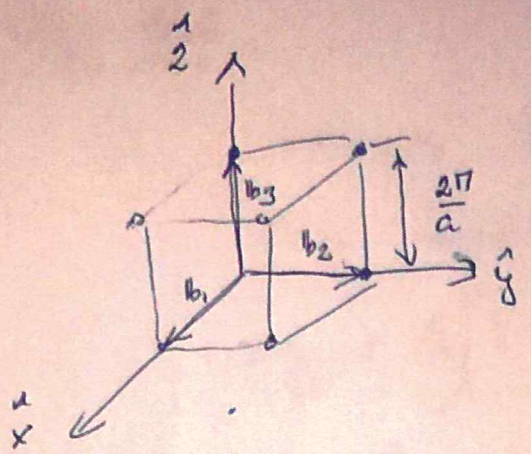
Enhetsvektorerna $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$ och $\mathbf{b}_3$ är

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi\frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} = \frac{2\pi}{a}\cdot\hat{x}$$

$$\mathbf{b}_2 = 2\pi\frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} = \frac{2\pi}{a}\hat{y}$$

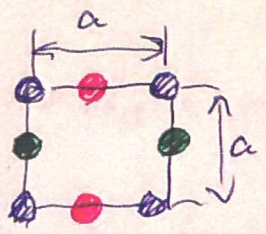
$$\mathbf{b}_3 = 2\pi\frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} = \frac{2\pi}{a}\hat{z}$$

Scanned with CamScanner



c)

(100)-planet



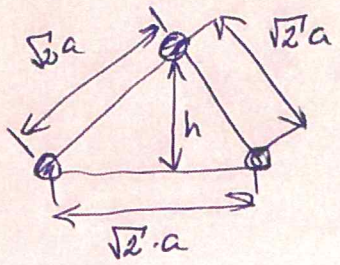
Area $= a \cdot a = 0{,}38^2\ nm^2$

Antal atomer $=$
$= 1 + 1 + 1 = 3$

Packningstäthet $=$

$$\frac{3}{0{,}38^2}\ nm^{-2} = 21\ \text{atomer}/nm^2$$

(111)-planet



Area $= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot h =$

$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot a =$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0{,}38^2\ nm^2$

Antal atomer $= 0.5$

Packningstäthet $=$

$$\frac{0.5}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0{,}38^2}\ nm^{-2} = 4{,}0\ \text{atomer}/nm^2$$

Scanned with CamScanner

Uppgift 2

a) Minsta Braggvinkeln, θ_B, för FCC erhålls för (111)

Braggs lag: $2 d_{hkl} \sin\theta_B = \lambda$

$$d_{111} = \frac{a}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{3.6157}{\sqrt{3}} \text{ Å}$$

$$\sin\theta_B = \frac{1.548}{2 \cdot d_{111}} = 0.3708$$

$$\Rightarrow \theta_B = 21.76^\circ$$

För den hexagonala strukturen, givet att alla hkl är tillåtna, gäller att minsta Braggvinkeln erhålls för

$$d_{001} = 6.6612 \text{ Å}$$

$$\sin\theta_B = \frac{1.548}{2 \cdot 6.6612} = 0.1094$$

$$\Rightarrow \theta_B = 6.281^\circ$$

Scanned with CamScanner

b) Antal atomer i enhetscellen är

4st N-atomer i $(0,0,0)$, $(1/2, 1/2, 0)$
$(1/2, 0, 1/2)$, $(0, 1/2, 1/2)$

4st B-atomer i $(1/4, 1/4, 1/4)$, $(3/4, 3/4, 1/4)$
$(3/4, 1/4, 3/4)$, $(1/2, 3/4, 3/4)$

$$S_{hkl} = \sum_{j=1}^{8} f_N \left(1 + e^{\pi i(h+k)} + e^{\pi i(h+l)} + e^{\pi i(k+l)}\right)$$
$$+ f_B \left(1 + e^{\pi i(h+k)} + e^{\pi i(h+l)} + e^{\pi i(k+l)}\right) \cdot e^{\pi i(h+k+l)/2}$$

Vilket ger

$$S_{hkl} = \begin{cases} 4(f_N + f_B), & h+k+l = 4N \\ 4(f_N \pm i f_B), & h+k+l = 2N+1 \\ 4(f_N - f_B), & h+k+l = 4N+2 \end{cases}$$

Tillåtna reflexer för hkl alla udda eller alla jämna

Scanned with CamScanner

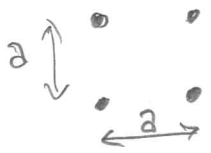
③ LEED → 2D diffraktion

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \sqrt{\frac{1,50}{E(eV)}} = \sqrt{\frac{1,50}{113}} = 0,115\ nm = 1,15\ Å$$

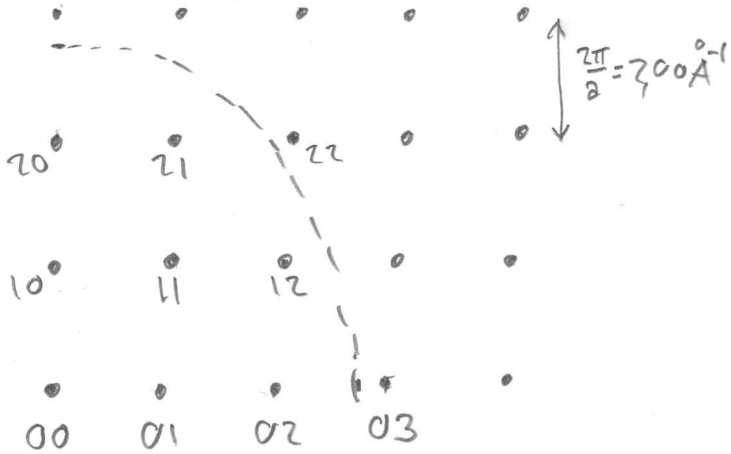
$$|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,15} = 5,46\ Å^{-1}$$

(100) i Mo (BCC), $a = 3,147$ Å

Reellt



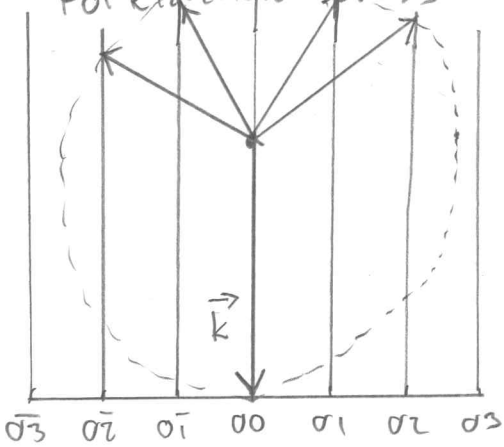
Reciprokt med k-cirkel



Alla punkter innanför en cirkel med radie k kommer att ge diffraktion. Vi får 7 strålar i varje kvadrant (se figur), alltså 28 strålar (plus eventuellt 00-strålen).

Svar: 28 strålar

Förklarande skiss



Uppgift 4

a) Modell för donarnivåns energi: Se föreläsningsanteckningar om halvledare p. 12-13 (år 2022) och/eller Hofmann p. 140 (2. ed.) ekv. (7.17) och ner.

b) Odopad Si: $n = p$ dvs

$$n = \sqrt{np} = \sqrt{n_0 p_0}\exp\left(-E_g/2k_BT\right)$$ Physics Handbook

$$\left.\begin{matrix} n_0 \\ p_0 \end{matrix}\right\} = 4.83\cdot 10^{21}\, T^{3/2}\left(\frac{m_e^* \text{ eller } m_h^*}{m_e}\right)^{3/2}$$ i enheten m^{-3} (T i enhet Kelvin)

$E_g = 1.124\,eV$ (PH tabell T-8.5)

dvs
$$n = 4.83\cdot 10^{21}\, T^{3/2}\left(\frac{m_e^*}{m_e}\right)^{3/4}\left(\frac{m_h^*}{m_e}\right)^{3/4} e^{-E_g/2k_BT}$$
$$= 4.83\cdot 10^{21}\, 300^{3/2}\, 0.26^{3/4}\, 0.49^{3/4}\, e^{-1.124\,eV/2\cdot 0{,}026\,eV}$$

$$= \underline{2{,}19\cdot 10^{15}\, m^{-3}} = p \quad \text{(intrinsisk)}$$

Ledningsförmåga

mobilitet (OBS: inte kemiska potentialen!)

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_n = n\mu_e e + p\mu_p e \underset{n=p}{=} ne(\mu_e + \mu_p)$$

$$= 2{,}19\cdot 10^{15} m^{-3}\; 1{,}6\cdot 10^{-19} C\cdot(0{,}14 + 0{,}048)\; m^2/Vs$$

$$= \underline{6{,}6\cdot 10^{-5}}\ \frac{A}{Vm} \quad \text{eller } \frac{1}{\Omega m} \qquad \left(10^8 \frac{1}{\Omega m} \text{ för silver!}\right)$$

Kemiska potentialen

$$\mu = \frac{1}{2}E_g + \frac{3}{4}k_BT\ln\frac{m_h^*}{m_e^*} = \frac{1}{2}\cdot 1{,}124\,eV + \frac{3}{4}\,0{,}026\,eV\ln\frac{0.49}{0.26}$$

$$= \underline{0{,}57\ eV} \quad (\tfrac{1}{2}E_g = 0{,}56\,eV).$$ Mycket nära mitten i gapet!

4. c) Dopning med 3 ppm P.

P har 1 extravalens-elektron jmf med Si

Si täthet $2{,}33 \cdot 10^3 \, kg/m^3$ (P.H. tabell T-1.1)

Si atommassa $28.0855 \, g/mol$ (P.H. tabell T-5.1)

då blir $\underbrace{}_{\text{antal Si-atomer}}$ $2.33 \cdot 10^3 \, kg \, m^{-3} \; N_A \; / \; 28.0855 \, g/mol$, N_A = Avogadros tal $= 6{,}0 \cdot 10^{23}/mol$

$$= 5{,}0 \cdot 10^{28} \, m^{-3}$$

dvs täthet av P-atomer

$$n_d = 5{,}0 \cdot 10^{28} \, m^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 1{,}5 \cdot 10^{23} \, m^{-3}$$

Vid rumstemperatur estimerar vi att de flesta P-atomerna har joniserats, dvs antal ledningselektroner från dopningen är $1{,}5 \cdot 10^{23} m^{-3}$, vilket är mycket mer än vad vi kan förvänta oss av bidrag av elektroner från valensbandet, så $n \approx 1{,}5 \cdot 10^{23} m^{-3}$ och $p \approx 0$ ($\ll 10^{23} m^{-3}$).

Ledningsförmåga

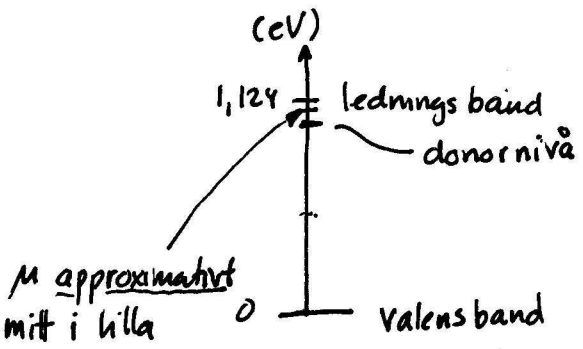
$$\sigma = \sigma_e + \sigma_p \approx \sigma_e \approx n \mu_e e = 1{,}5 \cdot 10^{23} m^{-3} \; 0{,}14 \frac{m}{Vs} \; 1.6 \cdot 10^{-19} C$$

$$\cong \underline{3000 \frac{1}{\Omega m}}$$

fortfarande mindre än silver ($10^8 \frac{1}{\Omega m}$)

men mycket bättre än odopat, med en faktor

$$\frac{3000}{6{,}6 \cdot 10^{-5}} \approx \underline{5 \cdot 10^7}$$

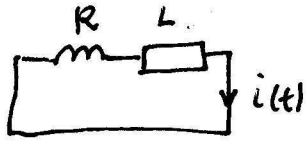


(storleksordning 13 meV under ledningsbandets botten enligt fråga a))

om alla P-atomer joniserade, dock ej exakt (annan sannolikhet för jonisering i donoratomer än i valensband).

Uppgift 5 Supraledning.

a) Krets med induktans L och resistans R och initial ström I_0



Tidsberoendet är

$$i(t) = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \qquad \text{(PH F-3.9)}$$

Med $\frac{i(t)}{I_0} \geq 0{,}98$ fås

$$0{,}98 \leq \frac{i(t)}{I_0} = \exp\left(-\frac{R}{L}t\right), \quad L = 1{,}4\cdot 10^{-13}\,H, \quad t = 7h = 7\cdot 60\cdot 60\,s$$

dvs

$$R \leq -\frac{1{,}4\cdot 10^{-13}\,H}{7\cdot 60\cdot 60\,s}\ln(0{,}98)$$

$$R_{max} \approx 10^{-19}\,\Omega.$$

Resistancen är maximalt $10^{-19}\,\Omega$ utifrån experimentet!
Vi vet dock att i supraledning är resistancen mycket mindre, troligen noll, så ett litet värde på R_{max} stämmer bra.

b)

$$H_c(T) = H_c(0)\left(1 - \left(T/T_c\right)^2\right)$$

Med $H_c(T) = \frac{1}{2}H_c(0)$ fås

$$\frac{1}{2} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \quad \text{dvs} \quad T = T_c\frac{1}{\sqrt{2}} = 7.193\,K/\sqrt{2} = \underline{5{,}09\,K}$$

c)

$$T_c \propto M^{-1/2} \qquad (M = \text{isotopens massa}).$$

$$\frac{T_c^{208}}{T_c^{204}} = \sqrt{\frac{M^{204}}{M^{208}}} = \sqrt{\frac{204}{208}} = \underline{0{,}99}$$