Tentamen i Fasta tillståndets fysik (FFY012/FYP330)

Tid och plats: 2018-06-08, kl. 14:00-18:00, SB-salarna.

Examinatorer: Mats Granath (072-3087160) och Mattias Thuvander.

Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook, penna, sudd, passare, linjal, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat utan inprogrammerad text/ekvationer relevant för duggan och ett egenproducerat A4 (dubbelsidigt) med valfritt innehåll.

Bedömning: Max 20p. Betyg Chalmers: 3 – 10p, 4 – 14p, 5 – 17p. Betyg GU: G – 10p, VG – 15p.

Skriv tydligt och motivera dina svar.

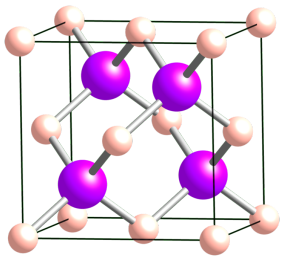
Uppgift 1

Figuren nedan visar den konventionella enhetscellen för borarsenid. De större atomerna är arsenik (As) och de mindre är bor (B). Den konventionella enhetscellen är kubisk, med kantlängd a=4.78 Å.

a) Vad är den kemiska beteckningen för borarsenid? (1 p)

b) Beskriv strukturen med Bravais-gitter och bas. (2 p)

c) Vad är koordinationstalet för As? (1 p)



Uppgift 2

Koppar har Debye-temperaturen 347 K, vilket är relaterat till högsta vinkelfrekvensen i Debye-modellen (ω_D). Betrakta nu Cu som en oändlig endimensionell kedja av atomer och antag att ω_{max} för den endimensionella kedjan är lika med ω_D. Vilket värde erhålls för fjäderkonstanten i kedjan?

(4 p)

Uppgift 3

Vid ett neutronspridningsexperiment med infallande riktning [1,1,0] i ett enkelt kubiskt gitter med gitterparameter 2,830 Å fick man diffraktion då neutronenergin var 127,5 meV. Bestäm vinkeln α mellan infallande och diffrakterad riktning. Ange också hur många ekvivalenta riktningar det finns för denna diffraktion.

(4 p)

Uppgift 4

En bit intrinsisk (odopad) halvledare har lika mobiliteter för hål och elektroner $\mu_h = \mu_e = 0.1\text{m}^2/\text{Vs}$. Konduktivitet vid 300K är $\sigma = 7.0 \cdot 10^{-4}\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$.

a) Beräkna elektrontäthet n och håltäthet p för den intrinsiska halvledaren vid 300K. (2p)

b) Antag att halvledaren n-dopas, med en donatortäthet $n_d = 10^{20}\text{m}^{-3}$. Beräkna n och p vid 300K, givet att halvledaren är i den extrinsiska regimen då alla donatorer kan antas joniserade. (1p)

c) Antag att mobiliteten för den dopade halvledaren är 10% av mobiliteten för den odopade halvledaren (dvs, $\mu_{e/h}|_{\text{dopad}} = 0.1\mu_{e/h}|_{\text{odopad}}$). Beräkna konduktiviteten för den dopade halvledaren vid 300K. (1p)

Uppgift 5

En metall har tetragonal enhetscell enligt figur, med gitterkonstanter $a = 5$Å och $c = 20$Å. Metallen har 1 elektron per cell med en energi som kan skrivas

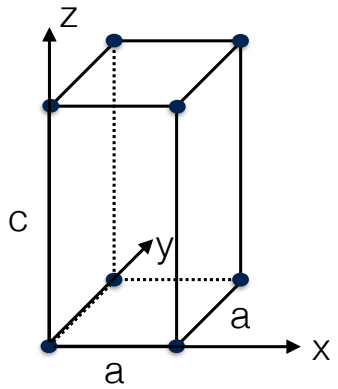
$$\epsilon(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{2m^*}(k_x^2 + k_y^2) - 2t\cos(c\,k_z)\,,$$

där effektiva massan är $m^* = 2m_e$ (m_e är fria elektronmassan) och konstanten t ges av $t = \hbar^2/(10m^*a^2)$.

a) Beräkna Fermienergin ϵ_F. (2p)

b) Beräkna radien på Fermiytan i (k_x, k_y) planet för $k_z = 0$ och för $k_z = \pi/c$ (1p)

c) Skissa Fermiytan i 1sta Brillouinzonen. (1p)



Lycka till!
Mattias och Mats

(1) a) 1 As per B => **BAs**

b) FCC + bas (0,0,0) B och a$(\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{4})$ As

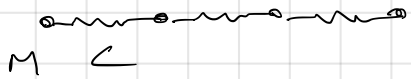
dvs diamantstruktur (eller zinkblände)

c) Koordinationstal = antal närmsta grannar **4**

(2) $T_D = 34\,\mathrm{K} \Rightarrow \hbar\omega_D = kT_D \Rightarrow \omega_D = 4.54 \cdot 10^{13}\ s^{-1}$

1D kedja $\omega^2 = \frac{4C}{M}\sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)^2 \Rightarrow \omega_{max} = 2\sqrt{\frac{C}{M}}$

$k = \frac{\pi}{a}$ identifiera med ω_D



$M = M_{Cu}$ $\Rightarrow$ **$C = \frac{M}{4}\omega_D^2 = 54\ N/m$**

3

Neutron $E = \frac{\hbar^2}{2m_n} k^2 \Rightarrow k = 7.84\ \text{Å}^{-1}$

$\Rightarrow$ infallande $\vec{k} = 5.54\,(1,1,0)\ \text{Å}^{-1}$

- diffraktionsvillkor $\vec{k}' = \vec{k} + \vec{G}_{hkl}$

där $\vec{G} = \frac{2\pi}{c}(h,k,l)$ h,k,l heltal

$\frac{2\pi}{c} = 2.22\ \text{Å}^{-1}$

OBS: risk för förvirring två betydelser har olika saker här. Se kontext.

- elastisk spridning $k' = k$

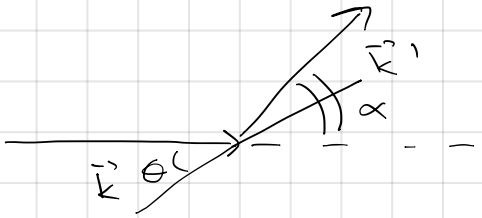
vi kan skriva $\vec{k}' = \frac{2\pi}{c}\cdot\frac{5}{2}(1,1,0)$ $\quad k^2 = \left(\frac{2\pi}{c}\right)^2 \frac{25}{2}$

$\Rightarrow \vec{k}' = \frac{2\pi}{c}\left(h+\frac{5}{2}, k+\frac{5}{2}, l\right)$

$(k)^2 = (k')^2 \Rightarrow \frac{25}{2} = \left(h+\frac{5}{2}\right)^2 + \left(k+\frac{5}{2}\right)^2 + l^2$

$\Rightarrow \boxed{h^2 + k^2 + l + 5h + 5k = 0}$

måste vara uppfyllt



α sökes

$\alpha = 2\Theta$

Θ: $2 d_{hkl} \sin\Theta = \lambda \Rightarrow \sin\Theta = \frac{\lambda}{2c}\sqrt{h^2+k^2+l^2}$

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$

$\frac{\lambda}{2a} \approx \frac{2\pi}{2a\cdot\frac{2\pi}{c}\cdot\frac{5}{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{5\sqrt{2}}$

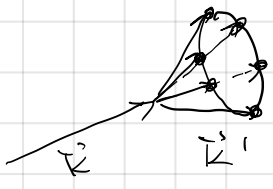
minsta $\Theta \Leftrightarrow$ minsta möjliga $h^2+k^2+l^2$

något av h,k måste vara < 0

möjliga (h,k,l): $(-1,0,\pm 2)$, $(0,-1,\pm 2)$, $(-2,1,0)$, $(1,-2,0)$ } 6st

samt

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 2\Theta = 36.9^\circ}$



4

a) intrinsisk: $n = p$

$\Rightarrow \sigma = n e \mu_e + p e \mu_h = n e (\mu_e + \mu_h)$

givet $\mu_e = \mu_h = 0.1\ m^2/Vs$; $\sigma = 7 \cdot 10^{-4}\ \Omega^{-1} m^{-1}$

$\Rightarrow$ $\boxed{n = \dfrac{\sigma}{2 e \mu_e} = 2.2 \cdot 10^{16}\ m^{-3}}$

b) n-dopad: $n_d = 10^{20}\ m^{-3}$

laddning: $n = p + n_a^+$

extrinsisk $n_a^+ \approx n = 10^{20}$ och $p \ll n$

$\Rightarrow$ $\boxed{n = 10^{20}\ m^{-3}}$

massverkanslag $\underbrace{(np)_{intr.}}_{n^2_{intr.}} = (np)_{dopad}$

$\Rightarrow$ $\boxed{p = \dfrac{n^2_{intr.}}{n_{dopad}} = 4.8 \cdot 10^{12}\ m^{-3}}$

(vilket alltså bekräftar antagandet $p \ll n$)

c) $\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h \approx \{p \ll n\} =$

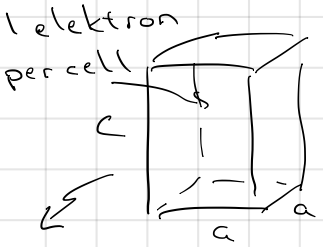
$= n e \mu_e$ där $\mu_e = 0.01\ m^2/Vs$ för dopade H.L.

$\Rightarrow$ $\boxed{\sigma = 0.16\ \Omega^{-1} m^{-1}}$

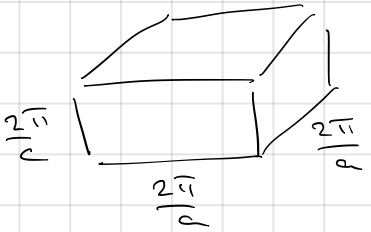
(dvs, som väntar är kondukt. $\sigma|_{dopad} >> \sigma|_{odopad}$)

5

1 elektron per cell



$\Rightarrow$ B.Z



tätheten $n = \frac{1}{a^2 c}$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2m^*}(k_x^2 + k_y^2) - 2t\cos(ck_z)$$

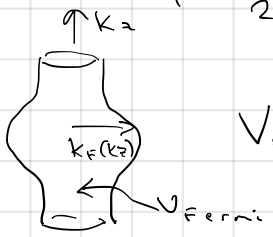
a) $\varepsilon = \varepsilon_F$ ger en yta i B.Z. (Fermiytan)

Ytan måste vara stor nog att ge en täthet $n = \frac{1}{a^2 c}$.

antal per cell $f = 2 \cdot \frac{V_{Fermi}}{V_{B.Z.}} = 1$

skriv $\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_F^2(k_z) - 2t\cos(ck_z)$

Fermiytan



$$V_{Fermi} = \int_{-\pi/c}^{\pi/c} dk_z \cdot 2\pi \int_0^{k_F(k_z)} k\,dk =$$

$$= \int dk_z\, \pi\, k_F^2(k_z) =$$

$$= \pi \frac{2m^*}{\hbar^2} \int_{-\pi/c}^{\pi/c} dk_z \left[\varepsilon_F + 2t\cos(k_z c)\right]$$

$\cos(k_z c) \to 0$

$$= \frac{2\pi^2}{c} \frac{2m^*}{\hbar^2} \varepsilon_F$$

$$f = 1 = 2 \cdot \frac{\frac{2\pi^2}{c} \frac{2m^*}{\hbar^2} \varepsilon_F}{\frac{(2\pi)^3}{a^2 c}} \Rightarrow$$

$m^* = 2m_e$; $a = 5$ Å

$$\boxed{\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{2\pi}{a^2} = 0.48\ \text{eV}}$$

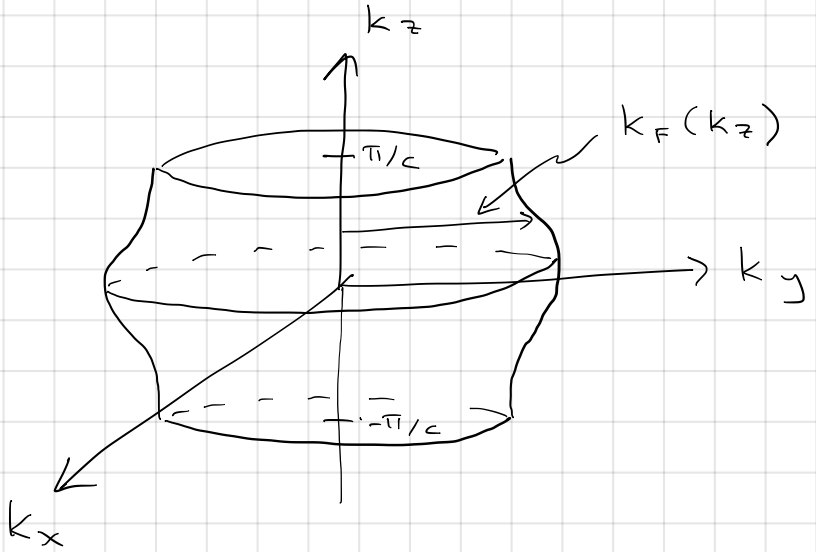
b) $$k_F^2(z) = \frac{2m^*}{\hbar^2}\left[\varepsilon_F + 2t\cos k_z c\right]$$

$$= \left[t = \frac{\hbar^2}{10 m^* a^2};\ \varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{2\pi}{a^2}\right]$$

$$= \frac{2\pi}{a^2} + \frac{2}{5}\frac{1}{a^2}\cos k_z c$$

$$\therefore \quad k_F(0) = \frac{1}{a}\sqrt{2\pi + 2/5} \approx \frac{2.6}{a}$$

$$k_F(\pi/c) = \frac{1}{a}\sqrt{2\pi - 2/5} \approx \frac{2.4}{a}$$

(bådda är $< \frac{\pi}{a}$; alltså i 1st. BZ.)

c) Skiss av Fermiytan