Tentamen i Fasta tillståndets fysik (FFY012/FYP330)

2017-08-17

Examinatorer: Mats Granath och Mattias Thuvander (073 473 37 09).

Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook, penna, sudd, passare, linjal, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat (utan inprogrammerad text/ekvationer relevant för duggan) samt ett egenproducerat A4 (dubbelsidigt) med valfritt innehåll.

Bedömning: Max 20p. Betyg Chalmers: 3 – 10p, 4 – 14p, 5 – 17p. Betyg GU: G – 10p, VG – 15p

Granskning: tid och plats meddelas i Pingpong på kursens hemsida.

Skriv tydligt och motivera dina svar. Lycka till!

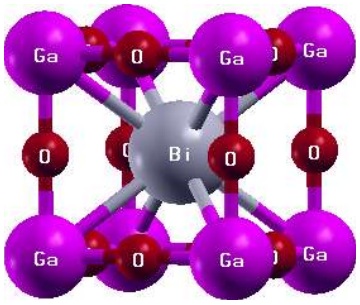
---

1. Nedan visas enhetscellen för en variant av $GaBiO_3$ (Ga atomerna sitter i hörnen på en kub).

a) Beskriv strukturen (bravais-gitter och bas)? (1 p)

b) Antag att man studerar röntgendiffraktion från denna kristall och en motsvarande kristall som inte innehåller syre (den andra kristallen har alltså samma gitterparameter med kemisk betäckning GaBi). Beräkna förhållandet i diffrakterad intensitet för (100), (200) och (111) planen.

(3 p)



2. Ett prov av koppar studeras i ett transmissionselektronmikroskop (TEM), med accelerationsspänning 200 kV. När fokalplanet projiceras på skärmen syns ett punktmönster (ett så kallat diffraktionsmönster), som motsvarar ett plan i det reciproka gittret. Rita, skalenligt med relevanta avstånd och vinklar angivna, diffraktionsmönstret som erhålls när ett korn med [111]-riktningen parallell med den inkommande strålen studeras. Låt 1 $Å^{-1}$ i reciproka rummet motsvara 1 cm i diffraktionsmönstret.

(4p)

Uppgift 3

När en halvledare används i en fotocell genereras en ström av att fotoner exciterar elektroner från valens till ledningsband. (Med andra ord, en foton skapar en elektron och ett hål.)

a) I germanium är bandgapet 0.72eV. Beräkna den största våglängd som kan skapa en elektron-hål excitation. (2p)

b) Gör motsvarande beräkning som i (a) för kadmiumsulfid, CdS, för vilket bandgapet är 2.42eV. (1p)

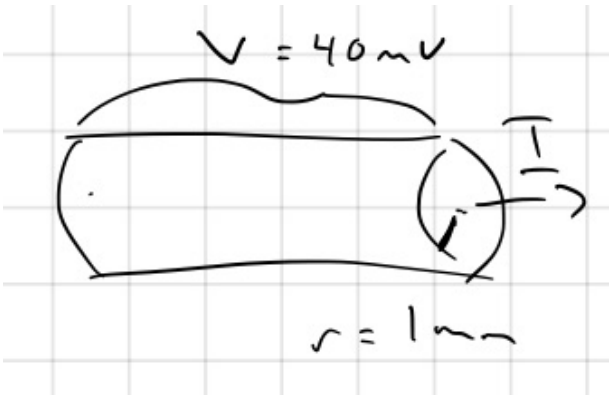
c) Förklara varför CdS är gult. (1p)

Uppgift 4

Mellan ändpunkterna på en koppartråd (cirkulärt tvärsnitt med diameter 2mm, längd 2m) ligger en spänning $V = 40\text{mV}$. Beräkna:

a) strömtäthet j och strömstyrka I (1p)
b) drifthastighet v_d (1p)
c) fermihastighet v_F (1p)
d) mobilitet μ (1p)

Använd följande egenskaper hos koppar: konduktivitetet $\sigma \approx 5.7 \cdot 10^7\ \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$, densitet $D = 8.93 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$, atommassa $M = 63.55u$ (u atomära massenheten), och valens 1. Använd Drude- samt frielektron-modellen.



Uppgift 5

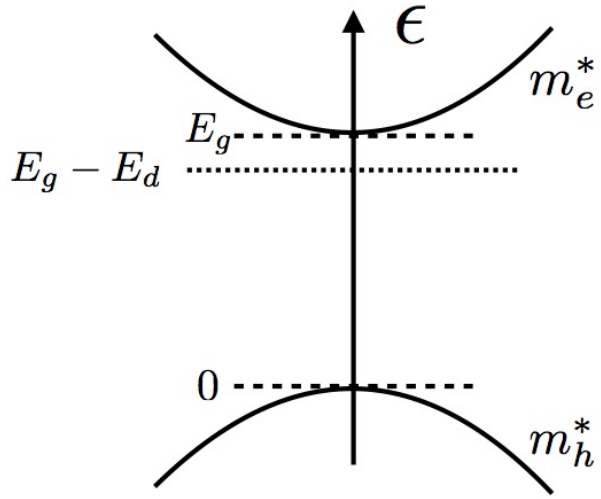
En halvledare med bandgap $E_g = 1.1\text{eV}$, är n-dopad med donatortäthet $N_d \approx 1.0 \cdot 10^{21}\text{m}^{-3}$. Donatornivån ligger $E_d = 30\text{meV}$ under ledningsbandets minimum. Effektiva massor för elektron och hål kan antas lika med fria elektronmassan.

a) Beräkna läget för den kemiska potentialen (Ferminivån) μ för mycket låga temperaturer $T \ll E_d/k_B$. (Tips. Använd att endast en liten del av donatornivåerna är joniserade

vid låga temperaturer.) (2p)

b) Beräkna μ vid rumstemperatur 300K. Antag att alla donatorer är joniserade samt att håltätheten p är låg. Visa att det senare antagandet är uppfyllt. (1p)

c) Beräkna μ vid hög temperatur 1200K. Antag att halvledaren beter sig intrinsiskt. (1p)



Lycka till!
Mattias och Mats

Tenta 2017-08-17

① a) Bravais-gitter är enkelt kubiskt (simple cubic, sc).

Bas: Ga i $(0,0,0)$
Bi i $(1/2, 1/2, 1/2)$
O i $(1/2, 0, 0)$
$(0, 1/2, 0)$
$(0, 0, 1/2)$

b) Beräkna strukturfaktorn för $GaBiO_3$

$$S_{hkl}(GaBiO_3) = \sum_{j=1}^{5} f_j e^{-2\pi i(hx_j + ky_j + lz_j)} =$$

$$= f_{Ga} + f_{Bi} e^{-\pi i(h+k+l)} + f_O e^{-\pi i h} + f_O e^{-\pi i k} + f_O e^{-\pi i l}$$

För GaBi får vi

$$S_{hkl}(GaBi) = f_{Ga} + f_{Bi} e^{-\pi i(h+k+l)}$$

För de eftersökta reflexerna (100), (200) och (111) kan vi göra en tabell

S_{hkl}	(100)	(200)	(111)
$GaBiO_3$	$f_{Ga} - f_{Bi} + f_O$	$f_{Ga} + f_{Bi} + 3f_O$	$f_{Ga} - f_{Bi} - 3f_O$
GaBi	$f_{Ga} - f_{Bi}$	$f_{Ga} + f_{Bi}$	$f_{Ga} - f_{Bi}$

Med $f_j \approx const. \cdot Z_j$ får vi $f_{Ga} = const. \cdot 31$, $f_{Bi} = const. \cdot 83$, $f_O = const. \cdot 8$

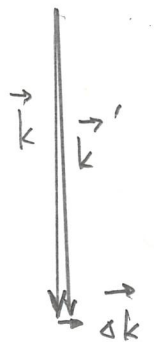
Så de sökta förhållandena blir.

$$\frac{I_{100}(GaBiO_3)}{I_{100}(GaBi)} = \frac{|S_{100}(GaBiO_3)|^2}{|S_{100}(GaBi)|^2} = \frac{|31-83+8|^2}{|31-83|^2} = \left(\frac{44}{52}\right)^2 = \underline{\underline{0{,}72}}$$

$$\frac{I_{200}(GaBiO_3)}{I_{200}(GaBi)} = \frac{|31+83+3\cdot 8|^2}{|31+83|^2} = \left(\frac{138}{114}\right)^2 = 1{,}47 \approx \underline{\underline{1{,}5}}$$

$$\frac{I_{111}(GaBiO_3)}{I_{111}(GaBi)} = \frac{|31-83-3\cdot 8|^2}{|31-83|^2} = \left(\frac{76}{52}\right)^2 = 2{,}14 \approx \underline{\underline{2{,}1}}$$

(2) I ett TEM är energin så stor att Ewaldsfären kan ses som ett plan.
Koppar är fcc med $a = 3{,}61$ Å och diffraktionsvillkoren är h, k, l alla jämna eller alla udda.
Med inkommande k-vektor i [111] riktningen får vi diffraktion då $\Delta\vec{k} = \vec{G}$ är vinkelrät mot [111].
(se lab F9)



Våra $\vec{G}_{hkl}$ blir då

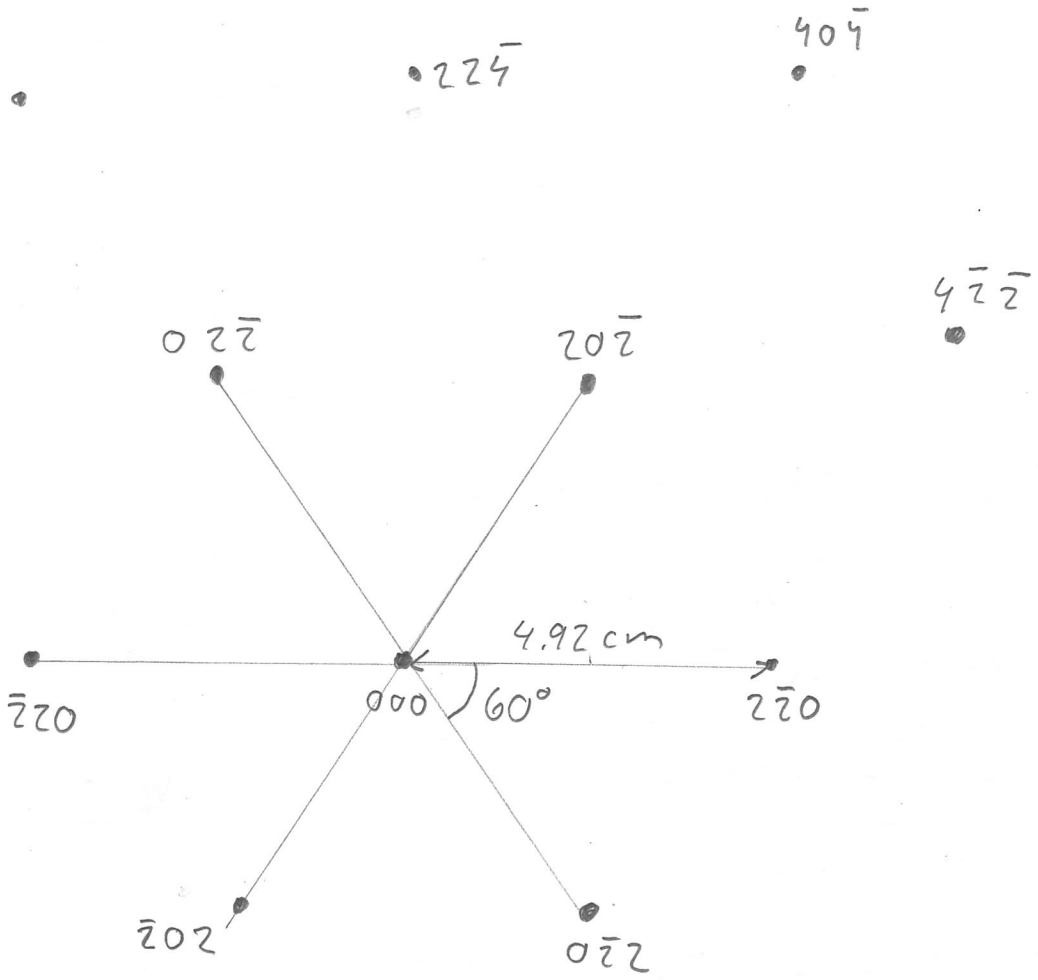
$[2\bar{2}0], [\bar{2}20]$

$[20\bar{2}], [\bar{2}02]$

$[02\bar{2}], [0\bar{2}2]$ och alla linjärkombinationer av dessa 6.

$$|\vec{G}_{2\bar{2}0}| = \frac{2\pi}{d_{2\bar{2}0}} = \frac{2\pi}{a}\sqrt{2^2+(-2)^2+0^2} = \frac{2\pi\sqrt{8}}{3{,}61} = 4{,}92\,\text{Å}^{-1}$$

Med 1cm motsvarande $1\,\text{Å}^{-1}$ kommer diffraktionsmönstret (ett plan i reciproka rummet) att se ut som nedan.


$22\bar{4}$
$40\bar{4}$
$4\bar{2}\bar{2}$
$02\bar{2}$
$20\bar{2}$
4.92 cm
$\bar{2}20$
000
60°
$2\bar{2}0$
$\bar{2}02$
$0\bar{2}2$

3

$E_g = 0.72\,eV$

krävs foton med minsta energi E_g för att sparka upp en elektron.

Planck

energi för foton med frekvens ν: $E = h\nu$

eller i termer av våglängd $\lambda = c/\nu$

ljushast.

$E = hc/\lambda$

$\therefore \lambda_{max}$: $hc/\lambda_{max} = E_g$

a

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{E_g} = [h \approx 4.12 \cdot 10^{-15}\,eVs] =$$

$$= 1.7 \cdot 10^{-6}\,m = 1700\,nm$$

dvs IR ljus

(hela det synliga spektrat kan absorberas)

b

för CdS $E_g = 2.42\,eV$

$\Downarrow$

$\lambda_{max} \approx 511\,nm$

c

Det betyder att den lägre av det synliga spektrat

$\lambda_{synlig} \in [400, 700]\,nm$

kan absorberas.

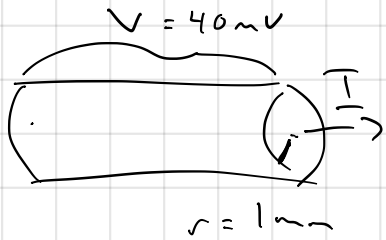
ljuset med kortast λ är blått, därför bör ljuset bli grönt + rött = gult

4

a

$$j = \sigma E = \left[\begin{array}{l} E = \frac{V}{L} = \frac{40 \cdot 10^{-3} V}{2 m} = 2 \cdot 10^{-2} \frac{V}{m} \\ \sigma = 5.7 \cdot 10^{7} \ \Omega^{-1} m^{-1} \end{array} \right] =$$

$$= 1.14 \cdot 10^{6} \ A/m^2$$



$$I = j \cdot Area = j \cdot \pi r^2$$

$$= 3{,}58 \ A$$

b

v_d: $j = n e v_d$

$$n = \frac{D}{M} = 8.4 \cdot 10^{28} \ m^{-3}$$

$$\Rightarrow \quad v_d = 8.4 \cdot 10^{-5} \ m/s$$

c

v_F: Frielektron $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$

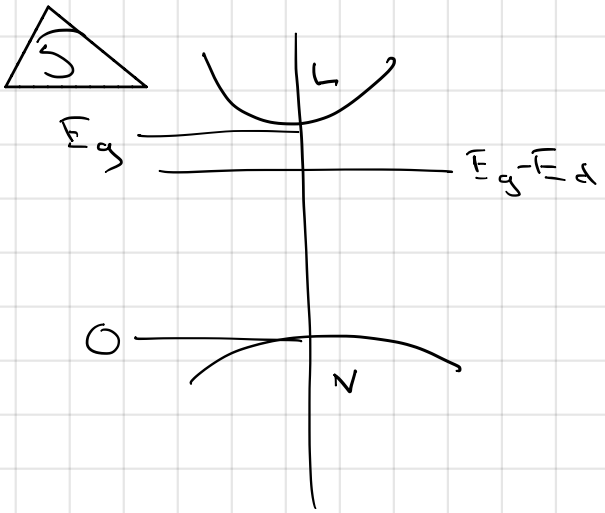
$$\Rightarrow \quad v_F = \frac{\hbar k_F}{m_e} = 1.6 \cdot 10^{6} \ m/s$$

d

mobilitet μ : $\sigma = n e \mu$ $\left(\mu = \frac{v_d}{E} \right)$

$$\mu = 4.2 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{Vs}$$

5



$E_g = 1.1\,eV$

$E_d = 30\,meV = 0.03\,eV$

$N_d = 10^{21}\,m^{-3}$

$\frac{E_d}{k_B} \approx 348\,K$

$m_e^* = m_h^* = 1$

(a) Låg temp.: Få joniserade donatorer $N_d^+ \ll N_d$

$\Updownarrow$

$T \ll E_d/k_B$

$$N_d^+ = N_d\left(1 - \frac{1}{e^{(E_g - E_d - \mu)/k_BT} + 1}\right)$$

$$= N_d \frac{1}{\underbrace{e^{-(E_g - E_d - \mu)/k_BT}}_{\text{behöver vara stor} \gg 1} + 1}$$

$\Updownarrow$

$$-\frac{(E_g - E_d - \mu)}{k_BT} \gg 0$$

$$N_d^+ \approx N_d e^{\left(\frac{E_g - E_d - \mu}{k_BT}\right)}$$

+ laddningskonservering

$n = N_d^+$ (vi kan försumma P, ty $e^{-\mu/k_BT}$ liten)

med $n = n_0 e^{-(E_g - \mu)/k_BT}$ $\qquad n_0 = 4.83 \cdot 10^{21} T^{3/2} \left(\frac{m_e^*}{m_e}\right)^{3/2}$

$$n_0 e^{-(E_g - \mu)/k_BT} = N_d e^{(E_g - E_d - \mu)/k_BT} \quad \text{ta ln}$$

$$\mu = E_g - \frac{1}{2}E_d + \frac{1}{2}k_BT \ln\frac{N_d}{n_0} = E_g - \frac{1}{2}E_d + \frac{1}{2}k_BT \ln\frac{1}{4.83T^{3/2}}$$

$$= E_g - \frac{1}{2}E_d - \frac{1}{2}k_BT \ln(4.83T^{3/2})$$

$T \to 0$: $\quad \mu \approx E_g - \frac{1}{2}E_d$

(b) rumstemp. $T = 300K$: de flesta donatorer joniserade:

$N_d^+ \approx N_d$, men p fortfarande liten

$$\begin{cases} n \approx N_d \\ \text{"} \\ n_0 e^{-(E_g-\mu)/k_BT} = N_d \end{cases}$$

$$\mu = E_g + k_BT \ln \frac{N_d}{n_0} = E_g + k_BT \ln \frac{10^{21}}{4.83 \cdot 10^{21} \, 300^{1.5}} \approx$$

$$\approx \underline{\underline{E_g - 0.26 \text{ eV}}} = \underline{\underline{0.84 \text{ eV}}}$$

kolla $p = 4.83 \cdot 10^{21} \, T^{3/2} e^{-\mu/k_BT} \approx 2.0 \cdot 10^{11} \, m^{-3}$

så p försumbar håller

(c) hög temp. $T = 1200K$

intrinsiskt beteende, dvs $n = p$

då gäller: $\mu = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} k_BT \ln \frac{m_h^*}{m_e^*} = \frac{E_g}{2} = \underline{\underline{0.55 \text{ eV}}}$