Dugga i fasta tillståndets fysik (FFY012 och FYP330)

Tid och plats: 2014-02-12 kl. 10.00–12.00, i V-salar

Examinatorer: Mats Granath [tel. 7869026, 0723087160, mats.granath@physics.gu.se] & Maths Karlsson [tel. 7728038, 0723526106, maths.karlsson@chalmers.se].

Frågor under duggan: Martin Eriksson [tel. 0700907991] - besöker duggan vid ca. kl. 10.30 & Bo Hellsing - besöker duggan vid ca. kl. 11.30.

Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook, penna, suddgummi, passare, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för duggan.

Bedömning: Max 10 p. 40 % av duggapoängen kan tillgodoräknas till påföljande tentor under år 2015. Rättningsgranskning samtidigt som granskningen av ordinarie tenta.

Uppgift 1

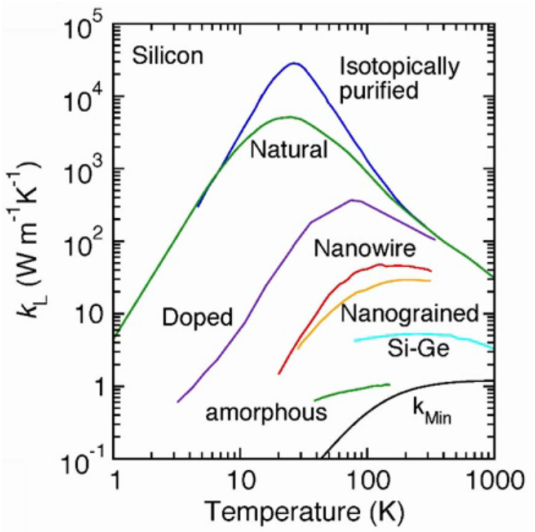
Lågenergielektroner faller in ortogonalt mot (100)-ytan i en monoatomär enkristall med FCC-struktur och med gitterkonstant $a = 4{,}05$ Å. Beräkna den minsta elektronenergi som kan ge upphov till diffraktion? Beräkna också vinkeln mellan normalen och de diffrakterade strålarna, då elektronenergin är 80 eV. (4p)

Uppgift 2

Härled dispersionsrelationen, $\omega(k)$, för vibrationsvågor för en enatomig linjär kedja av atomer, med växelverkan endast mellan närmsta grannar. (2p)

Uppgift 3

I figuren till höger visas den uppmätta värmeledningen som funktion av temperatur för Si (kisel) i olika former.



a) Förklara skillnaden i värmeledning i temperaturområdet ca. 10–100 K mellan det naturligt framställda provet ("Natural") och det som är renat på isotoper, d.v.s. det som innehåller en färre mängd "defekter" ("Isotopically purified"). (1p)

b) Förklara varför värmeledningen är samma vid lägre, respektive högre temperaturer, för de två proven. Provens yttre dimensioner kan antas vara exakt samma. (1p)

Uppgift 4

Förklara begreppen:

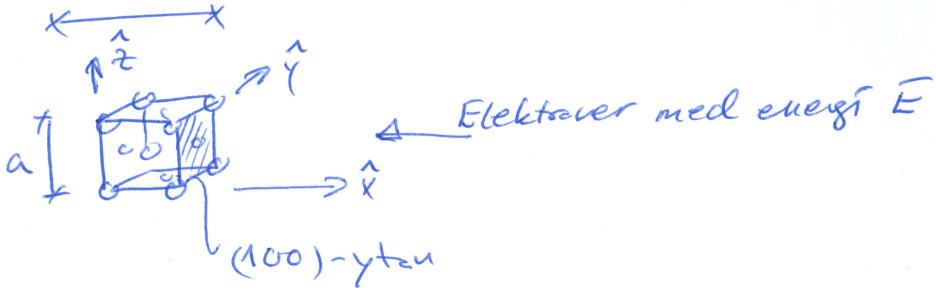
a) Spridningstvärsnitt för neutroner (0.5p)
b) Akustisk och optisk gittervibration. (0.5p)
c) Vätebindning. (0.5p)
d) Värmekapacitet. (0.5p)

Dugga 2015-02-12

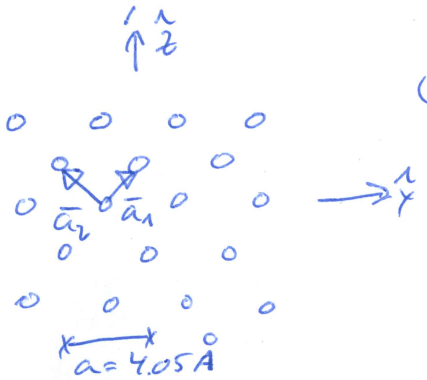
Uppgift 1 Lågenergielektroner faller in ortogonalt mot (100)-ytan i en motoatomär enkristall med FCC-struktur, $a = 4.05$ Å

a) Beräkna minsta elektronenergi som kan ge upphov till diffraktion

b) Beräkna vinkeln mellan normalen och de diffrakterade strålarna, då elektronenergin = 80 eV.



(100)-ytan sedd i [100]-riktningen



Val av primitiva basvektorer:

$$\begin{cases} \bar{a}_1 = a/2\,(\hat{y} + \hat{z}) \\ \bar{a}_2 = a/2\,(-\hat{y} + \hat{z}) \\ \bar{a}_3 \to \infty \cdot \hat{x} \end{cases}$$

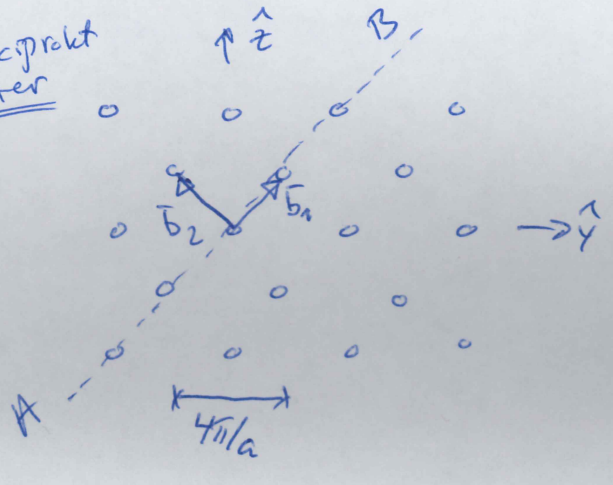
⇒ Reciproka gitter vektorer

$$\begin{cases} \bar{b}_1 = 2\pi/a\,(\hat{y} + \hat{z}) \\ \bar{b}_2 = 2\pi/a\,(-\hat{y} + \hat{z}) \\ \bar{b}_3 \to 0 \cdot \hat{x} \end{cases}$$

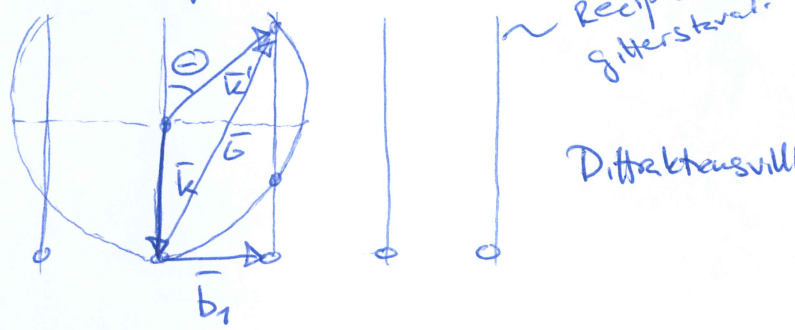
Från ur: $\bar{a}_i \cdot \bar{b}_j = \begin{cases} 2\pi, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$

(D.v.s. stavar i x-riktningen)

Reciprokt gitter



Gittret oppvrikt kring AB



Diffraktionsvilkår: $\bar{k}' = \bar{k} + \bar{G}$

Minste E som kan gi diffraktion $\Leftrightarrow$ korteste $|\bar{k}|$

Ges av $|\bar{k}| = |\bar{b}_1| = \frac{2\pi}{a} \cdot \sqrt{2}$

$$E = \frac{\hbar^2 |\bar{k}|^2}{2m} \Rightarrow \text{Minste } E = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot |\bar{b}_1|^2 = \frac{\hbar^2}{\cancel{2}m} \cdot \cancel{2} \cdot \frac{4\pi^2}{a^2}$$

$$= \frac{4\pi^2 \hbar^2}{m a^2} = \left\{ \begin{array}{l} m = 9.109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \\ a = 4.65 \cdot 10^{-10}\ \text{m} \\ \hbar = 1.054 \cdot 10^{-34}\ \text{m}^2\text{kg/s} \end{array} \right\} = \underline{\underline{18.3\ \text{eV}}}$$

b) θ når $E = 80$ eV ?

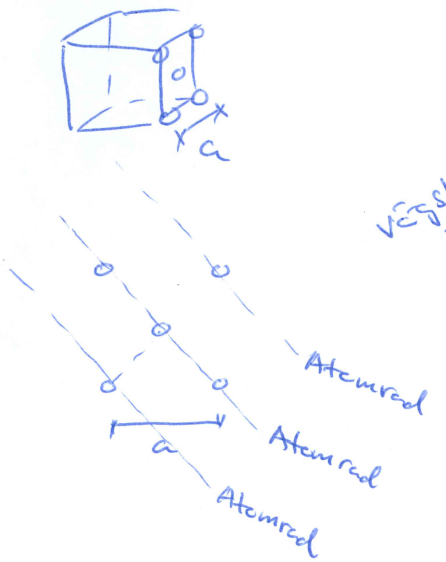
$$\sin\theta = \frac{|\bar{b}_1|}{|\bar{k}|} \qquad |\bar{k}| = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

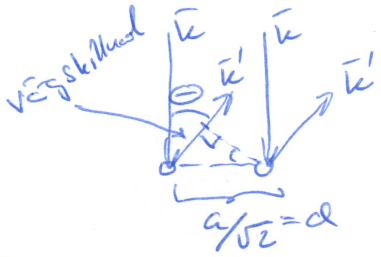
$$|\bar{b}_1| = \frac{2\pi\sqrt{2}}{a}$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{\frac{2\pi\sqrt{2}}{a}}{\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}} = \frac{2\pi\sqrt{2}\,\hbar}{a \cdot \sqrt{2mE}} = \frac{2\pi\hbar}{a\sqrt{mE}} = \ldots =$$

$$\Rightarrow \theta = \underline{\underline{28.57^\circ}}$$

Alternativ lösning: "spridning mot rader"





Braggs lag i 2D:

$d \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda$

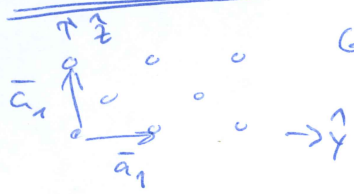
Diffr. villkor: $\theta \leq \pi/2$

$\therefore \; d = \lambda = a/\sqrt{2}$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{2}}{a}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \left(\frac{2\pi\sqrt{2}}{a}\right)^2 = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi^2 \cdot 2}{2ma^2} = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi^2}{ma^2} = \underline{\underline{18.3\,eV}}$$

Alternativ 2



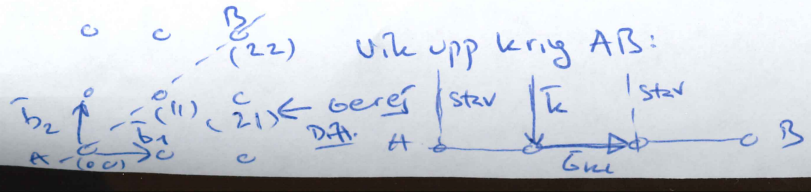
Gitter + bas: $\begin{cases} \bar{a}_1 = a\hat{y} \\ \bar{a}_2 = a\hat{z} \\ \bar{a}_3 = \infty \cdot \hat{x} \end{cases}$, Bas $= \begin{matrix} (0,0) \\ (1/2\ 1/2) \end{matrix}$

$\Rightarrow$ Rec. gittervektorer $\begin{cases} \bar{b}_1 = 2\pi/a \cdot \hat{y} \\ \bar{b}_2 = 2\pi/a \cdot \hat{z} \\ \bar{b}_3 = \to 0 \cdot \hat{x} \end{cases}$

$$\Rightarrow \bar{G}_{kl} = 2\pi/a\,(k\hat{y} + l\hat{z}), \quad S_{kl} = \sum_{j=1}^{2} f_j e^{-i\bar{G}_{kl}\cdot\bar{r}_j}$$

$$\Rightarrow S_{kl} = \begin{cases} 2f & k+l = \text{jämnt tal} \\ 0 & k+l = \text{udda} \end{cases}$$

Dvs, diffr. för (11), (02), (20), osv.



Vik upp kring AB:

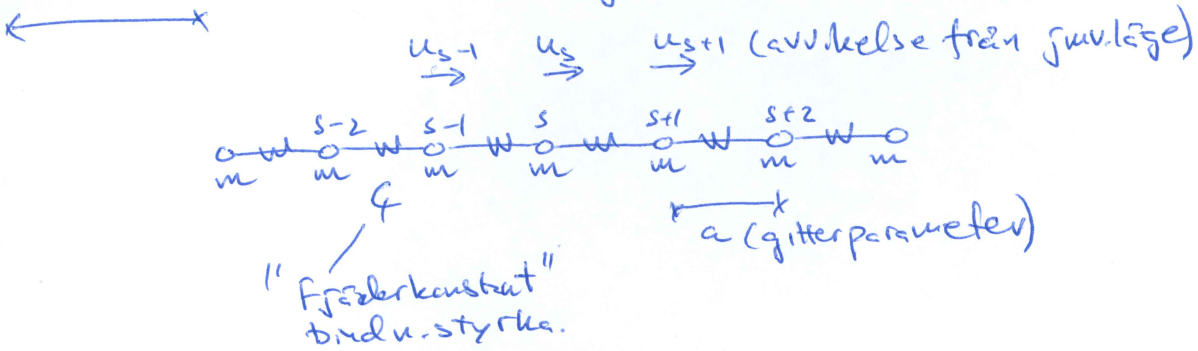
$$|\bar{G}_{kl}| = \bar{b}_1 \cdot \sqrt{2} = \frac{2\pi\sqrt{2}}{a}$$

$\Rightarrow \ldots \sin\theta = \frac{|\bar{G}_{kl}|}{|\bar{k}|}$

$\Rightarrow \theta = \ldots$

Uppgift 2

Härled $\omega(k)$ för enatomig linjär kedja av atomer. Vxv. endast mellan närmaste grannar.



Kraften på atom s (med massan m):

$$F_s = G(u_{s+1} - u_s) + G(u_{s-1} - u_s) = G(u_{s+1} + u_{s-1} - 2u_s)$$

Newton II: $F = m \cdot a \Rightarrow F_s = m \cdot \frac{d^2 u_s}{dt^2}$

$$\Rightarrow m\frac{d^2 u_s}{dt^2} = G(u_{s+1} + u_{s-1} - 2u_s)$$

Ansatz: $u_s = u_0 e^{i(ksa - \omega t)}$

$$\Rightarrow \frac{d^2 u_s}{dt^2} = -u_0 \omega^2 e^{i(ksa-\omega t)}$$

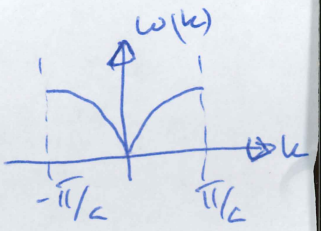
$$\Rightarrow -m u_0 \omega^2 e^{i(ksa-\omega t)} = G\left\{ u_0 e^{i(k(s+1)a - \omega t)} + u_0 e^{i(k(s-1)a - \omega t)} - 2u_0 e^{i(ksa - \omega t)} \right\}$$

$$\Rightarrow -m\omega^2 = G\Big[\underbrace{e^{ika} + e^{-ika}}_{2\cos ka} - 2\Big] = 2G(\underbrace{\cos ka - 1}_{-2\sin^2 ka/2})$$

$$\Rightarrow -m\omega^2 = 2G(-2\sin^2 ka/2) = -4G\sin^2\frac{ka}{2}$$

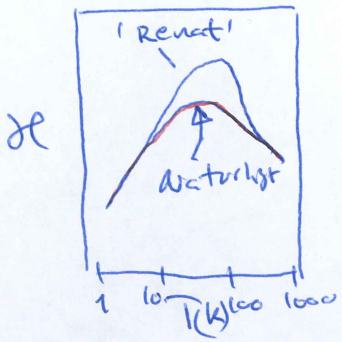
$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{4G}{m}\sin^2\frac{ka}{2} \Rightarrow \omega = \pm\sqrt{\frac{4G}{m}}\sin\frac{ka}{2}$$

$$\omega \geq 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{4G/m}\left|\sin\frac{ka}{2}\right| = \omega(k)$$



Uppgift 3

Värmeledning för Si (kristall) i olika former:



a) Förklara skillnaden i värmeledning i temp.-omr. T = 10 - 100 K mellan det naturliga och det renade provet

Det renade provet antas innehålla en mindre mängd defekter (i detta fall, isotoper av Si)

Svar a): I medeltemperaturområdet (10-100K) så begränsas värmeledningen av att fononerna sprids mot defekter. Vi får därför en högre värmeledning i provet med färre antal defekter.

Svar b): Vid låg temperatur, gäller att fononernas våglängd är (mycket) lång, i storleksordningen av provets dimensioner. Fononerna sprids därför mot provets ytor (detta är det dominerande bidraget till termisk resistivitet)

Då de två proven är lika stora får man samma resultat.

Vid hög temperatur, gäller att fononernas amplitud är stor, och Umklapp-processer ger det största bidraget till termisk resistivitet. Defekter och provets dimensioner spelar här mindre roll. Samma prov (så nära som på skillnaden i defekt-konc.) ger därför samma värmeledning.

Uppgift 4

a) Spridningstvärsnitt för neutroner:

- Ett mått på hur starkt neutroner sprids mot ett specifikt element. Kan också ses som 'sannolikhet' för att en infallande neutron sprids. Eller en "effektiv area" (tvärsnitt) som den infallande neutronen "ser".
- Varierar oregelbundet över periodiska systemet.
- Är mycket stort för väte (H)

b) Akustisk och optisk gittervibration

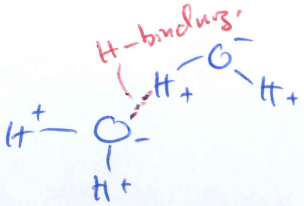
atomerna vibrerar i fas

atomerna vibrerar i anti-fas

c) Vätebindning

Typ av bindning som kan uppstå mellan väte (H) och närliggande elektronegativ jon, vanligtvis O, N eller F.

Ex H_2O (vatten)



d) Värmekapacitet

- Ett mått på den ~~temperaturökning~~ mängd energi som motsvarar en viss temp. förändring hos ett material
- Ett mått på ett materials förmåga att magasinera termisk energi, t.ex genom gittervibrationer.