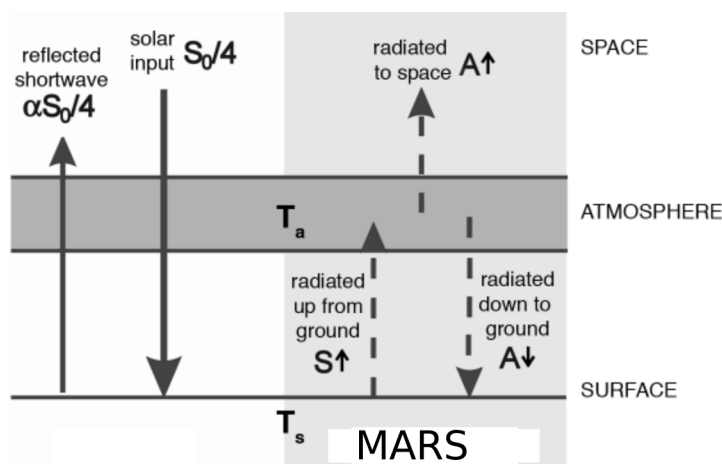


Lösningsskiss: Tentamen – Miljöfysik (TIF076)

Tid och plats:	28 maj 2024, Johanneberg.
Hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta Mathematics Handbook, typgodkänd kalkylator, A4-blad med egna anteckningar (kan vara datorskriven men det ska vara läsbart)
Examinator:	Tünde Fülöp (031-772 3180).
Jourhavande lärare:	Tünde Fülöp (031-772 3180).

Detta är enbart en skiss av den fullständiga lösningen. Det kan innebära att vissa mellansteg i uträkningarna, som egentligen är nödvändiga för en komplett lösning, inte redovisas.

- (a) Solarkonstanten för Mars är 589 W/m^2 och albedot är 0,24. Skriv upp en enkel växthusmodell för Mars, dvs en ekvation för effektbalans, med hänsyn taget till en atmosfär som antas absorbera strålningen från Mars yta fullständigt (se figur). Räkna ut vilken temperatur Mars atmosfär och yta skulle ha i det här fallet. (6 poäng)



Mars yta har temperatur T_s , ett atmosfärsskikt med temperatur T_a som utsätts för den inkommande solstrålningen $S_0/4$. Strålningen från Mars yta antas absorberas fullständigt av atmosfärslagret.

Lösning: _____

Strålning från Mars atmosfär mot rymden är

$$A^\uparrow = \sigma T_a^4$$

där T_a är atmosfärens effektiva temperatur. Eftersom inkommande flöde är

$$\frac{S_0 \pi a^2}{4\pi a^2} = \frac{S_0}{4}$$

och en del ($\alpha S_0/4$) reflekteras har vi att

$$\sigma T_a^4 = \frac{1}{4}(1 - \alpha)S_0 = \sigma T_e^4$$

där vi har använt beteckningen $T_e = [S_0(1 - \alpha_p)/(4\sigma)]^{1/4}$ (emissionstemperaturen).

Vid Mars yta är inkommande kortvågigt strålningsflöde

$$\frac{1}{4}(1 - \alpha)S_0$$

och det finns också strålning från atmosfären som riktas nedåt

$$A^\downarrow = \sigma T_a^4 = \sigma T_e^4.$$

Slutligen, flödet uppåt från Mars yta är

$$S^\uparrow = \sigma T_s^4$$

där T_s är Mars yttemperatur.

Nettoflödet på Mars yta måste vara noll

$$S^\uparrow = \frac{1}{4}(1 - \alpha)S_0 + A^\downarrow,$$

så

$$\sigma T_s^4 = \frac{1}{4}(1 - \alpha)S_0 + \sigma T_e^4 = 2\sigma T_e^4$$

vilket leder till

$$T_s = 2^{1/4}T_e$$

Vi sätter in siffror så får vi att $T_e = 211$ K och $T_s = 251$ K.

- (b) En enkel energibalansmodell för hur ett klimatsystem under strålningsdrivning utvecklas med tiden kan skrivas

$$C \frac{dT}{dt} = F^\downarrow - F^\uparrow$$

där T är temperaturen, C är värmekapaciteten per enhetsarea och $F^\downarrow - F^\uparrow$ är infallande minus utgående strålningsflöde per enhetsarea. Antag att $F^\downarrow - F^\uparrow$ endast beror av temperaturen T och koncentrationen U av en viss växthusgas så att $F^\downarrow - F^\uparrow = Q(T, U)$. Hur definieras klimatåterkoppling i en sådan modell? Och strålningsdrivning? (4 poäng)

Lösning:

Om man inför en liten störning kring stationärtillståndet (där $Q(T_{ss}, U_{ss}) = 0$ gäller) så att $T = T_{ss} + T'(t)$ och $U = U_{ss} + U'(t)$, där $T' \ll T_{ss}$ och $U' \ll U_{ss}$, kan vi linearisera

$$C \frac{dT'}{dt} = Q(T_{ss} + T', U_{ss} + U') \simeq \frac{\partial Q}{\partial T} T' + \frac{\partial Q}{\partial U} U'$$

där vi har utvecklat $Q(T,U)$ till första ordningen i T' och U' .

Klimatåterkoppling-parametern definieras som

$$\alpha = -\frac{\partial Q}{\partial T}$$

och kvantifierar hur nettovärmeflödet Q varierar med temperaturen. Notera att α är inte albedo.

Strålningsdrivning definieras som

$$F = \frac{\partial Q}{\partial U} U'$$

och den kvantifierar ändringen i nettovärmeflödet ovanför troposfären som associeras med en liten ändring U' av en växthusgas från dess stationära värde.

2. (a) Beskriv atmosfärens opacitet (genomskinlighet) för olika frekvenser av elektromagnetisk strålning (synligt, ultraviolett, infrarött). Kommentera hur N_2 , O_2 , O_3 , H_2O och CO_2 påverkar absorption av strålning, både när det gäller strålning från jorden och från solen. (3 poäng)

Lösning: _____

- Atmosfären är nästan helt genomskinlig för synligt ljus och det är detta som solen strålar mest av. Däremot tränger nästan ingen UV-strålning igenom atmosfären.
- Atmosfärens opacitet varierar för IR strålning. För somliga våglängder är atmosfären nära nog ogenomtränglig medan den för andra är nästan helt genomskinlig.
- N_2 har ingen påverkan på absorptionsspektrat och O_2 absorberar endast djupt in i ultravioletta (UV) regionen och lite av kortvågig IR-strålning. Det innebär att atmosfärens främsta beståndsdelar är nästan genomskinliga i större delen av våglängdsområdet som är av vikt.
- Ozon blockerar skadligt UV-ljus som kommer från solen, men har också en viktig roll i att absorbera infraröd strålning från jorden.
- Absorptionen av strålning från jorden härrör främst från treatomiga molekyler såsom O_3 (som också absorberar UV) och H_2O och CO_2 eftersom dessa har rotations- och vibrationsenergi i IR-området.

- (b) Beskriv hur man kan få fram följande formel för vindhastighetens variation med höjden z

$$v = \frac{v_*}{k} \ln \frac{z}{z_0}$$

där v_* är friktionshastigheten, z_0 är grovhetslängden och k är en konstant. Redovisa dina antaganden och ge ett uttryck för v_* i termer av skjuvspänningen längs ytan τ och luftens densitet ρ .

(3 poäng)

Lösning: _____

Ovanför markytan, får luften en skjuvspänning τ längs ytan. τ har dimensionen N/m^2 . Förutom styrkan på skjuvspänningen är det luftens densitet ρ en viktig parameter. Om man kombinerar dessa två variabler kan man definiera en friktionshastighet, eller skjuvhastighet

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$$

som representerar hastigheten i gränsskiktet.

En enkel diffekvation som beskriver vindens variation med höjden, och som kan fås med hjälp av dimensionsanalys, är

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{v_*}{kz}$$

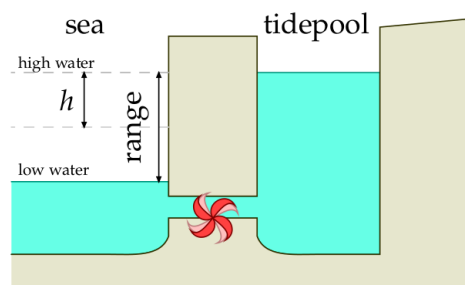
där k är en konstant.

Ekvationen ovan har lösningen

$$v = \frac{v_*}{k} \ln z + B = \frac{v_*}{k} \ln \frac{z}{z_0}$$

där z_0 brukar kallas grovhetslängden.

- (c) Ett tvärsnitt av en tidvattenbassäng visas i figuren.



Härled en formel för den ungefärliga effekten per ytareaenhet. Om $h = 2$ m (dvs högvattenståndet är 4 m ovan lågvattenståndet), hur stor är effekten per enhetsarea? (4 poäng)

Lösning: _____

Massan per enhetsarea som täcker bassängen är $\rho \times (2h)$ där ρ är vattnets täthet (1000 kg/m^3). Effekten som alstras per enhetsarea är sålunda

$$\frac{2\rho gh}{6 \text{ timmar}}$$

givet att generatorerna är perfekta. Om $h = 2$ m (dvs högvattenståndet är 4 m ovan lågvattenståndet) gäller det att effekten per enhetsarea är $3,6 \text{ W/m}^2$.

3. (a) En elbil drar ungefär 3 kWh per mil. Antag att vi installerar solceller för att täcka bilens energibehov. Hur många kvadratmeter solceller behövs för att täcka elbilens energibehov för 1000 mils körning per år? Instrålningen per år i Sverige är cirka $S = 1 \text{ MWh/m}^2$. Antag att man täcker 90% av ytan med solceller som har 15% effektivitet. (1 poäng)

Lösning: _____

Elbilens energibehov är $3 \times 1000 \text{ kWh}$ per år. Ytan fås av $3 \text{ MWh} = \eta SA$ där $\eta = 0,9 \cdot 0,15$. Yta som ska täckas blir cirka 23 m^2 .

- (b) Vad är den teoretiskt maximala effektiviteten för omvandling av blått ljus med våglängd 450 nm till elektrisk energi i en GaAs-solcell? (2 poäng)

Lösning: _____

Energien en foton med våglängd 450 nm bär med sig är

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 299792458 \text{ m/s}}{0,45 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 4,41 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,76 \text{ eV}.$$

Bandgapet hos GaAs är 1,40 eV och därför försvinner resten av 2,76 eV som värme. Eftersom värdet på bandgapet inte är givet i uppgiften får man antingen anta något rimligt värde, eller ge effektiviteten som funktion av det (okända) bandgapet. Därmed är den sammanlagda effektiviteten

$$\eta = \frac{1,40 \text{ eV}}{2,76 \text{ eV}} = 50 \text{ \%}.$$

- (c) Beskriv tunnfilmssolceller och tandemsolceller. Kommentera deras effektivitet och förväntad livslängd jämfört med kiselceller. (3 poäng)

Lösning: _____

- i. Tunnfilmssolceller tillverkas av material med direkt bandgap. I material med direkt bandgap kan man få ut bättre ljusabsorption med mindre material vilket resulterar i tunnare och billigare solceller. Ett kisellager behöver vara 250-300 mikrometer tjockt för att absorbera 100% av ljuset, medan tunnfilmssolceller kan vara ungefär 100 gånger tunnare, vilket sänker kostnaden att tillverka dem.

De flesta kommersiella tunnfilmssolcellerna har idag något lägre verkningsgrad än kiselsolceller. CdTe- och CIGS-tunnfilmssolceller är vanligast på solcellsmarknaden idag. Både kadmium och tellur är metaller som det finns knappt av i jordskorpan. Vid massproduktion kan anskaffningen av material bli en utmaning. Kadmium är en giftig metall vilket har sina risker både vid tillverkning och användning.

CIGS-solceller har ett ljusabsorberande lager gjort av koppar, indium, gallium och selen. Utmaningen med CIGS-celler är att både gallium och indium är ovanliga metaller som är svåra framställa.

- ii. Genom att kombinera olika material och tillverka tandemsolceller kan man utnyttja energin i solens spektrum effektivare. Tandemsolcellen är två eller flera celler med olika egenskaper på varandra. En halvgenomskinlig cell med stort bandgap får utnyttja fotoner med hög energi. De fotoner som har lägre energi passerar igenom till en cell med mindre bandgap, där dessa fotoners energi kan utnyttjas.

- (d) Skissa tankegången bakom Hubberts beräkning, som leder till logistiska ekvationen

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda Q \left(1 - \frac{Q}{Q_\infty}\right).$$

Redogör för dina antaganden och beskriv de ingående storheterna Q , Q_∞ och λ . (4 poäng)

Lösning: _____

Betrakta en exponentiell ökning av en kvantitet $Q(t) = Q_0 e^{\lambda t}$, där Q är det som sammanlagt producerats vid en tid t och Q_0 är det som hade producerats vid en tidpunkt $t = 0$. Den ögonblickliga

produktionen uppfyller därmed

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda Q_0 e^{\lambda t} = \lambda Q.$$

Men det är endast i början som produktionen kan öka exponentiellt. När väl en ansevärd mängd av resursen har utvunnits borde den ögonblickliga produktionen vara proportionell med andelen som är kvar, $1 - Q(t)/Q_\infty$, där Q_∞ är den sammanlagda mängden av resursen som är tillgänglig, givet att kostnad och teknik för utvinning ej ändras. Vi får nu ekvationen

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda Q \left(1 - \frac{Q}{Q_\infty} \right)$$

som är Verhulsts logistiska ekvation och användes av Hubbert för att uppskatta tidpunkten då oljeproduktionen når sitt maximala värde.

4. (a) Naturligt förekommande uran består av 99,3% ^{238}U och 0,7% ^{235}U . Nukliderna sönderfaller med halveringstiderna $4,5 \times 10^9$ år respektive $7,1 \times 10^8$ år. Hur stor aktivitet kan uppmätas från 1 kg naturligt uran? (3 poäng)

Lösning: _____

Aktiviteten definieras som

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

där λ är halveringskonstanten och N är antalet atomer.

Halveringskonstanten för ^{238}U är

$$\lambda_{238} = \frac{\ln 2}{4,51 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600}$$

och ^{235}U är

$$\lambda_{235} = \frac{\ln 2}{7,1 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600}$$

1 kg naturligt uran består av $0,993 \cdot 10^3$ g ^{238}U och $0,007 \cdot 10^3$ g ^{235}U . Antal atomer för ^{238}U är

$$N_{238} = \frac{0,993 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{238}$$

och för ^{235}U

$$N_{235} = \frac{0,007 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{235}$$

Aktiviteten är

$$\lambda_{238}N_{238} + \lambda_{235}N_{235} = 1,224 \cdot 10^7 + 552785 = 12,8 \text{ MBq}$$

- (b) En termisk kärnreaktor använder naturligt uran. Energin från fissionen är 200 MeV per atom ^{235}U och den sammanlagda effekten är 500 MW. Utgå ifrån att alla ^{238}U -kärnor blir ^{239}Pu om de absorberar en neutron och beräkna hur många kg plutonium som på detta vis skapas på ett år. Absorptionstvårsnittet är $\sigma_a = 3 \text{ b}$ och fissionstvårsnittet är $\sigma_f = 600 \text{ b}$ för dessa neutronenergies. (5 poäng)

Lösning: _____

Med J som neutronströmmen i reaktorn och N_{235} som antalet ^{235}U -kärnor gäller det att antalet ^{235}U -kärnor som fissioneras är

$$W_f = JN_{235}\sigma_f$$

och effekten är $P = E_f W_f$, där $E_f = 200 \text{ MeV}$.

Antalet plutoniumkärnor som skapas i sekunden är $W_i = JN_{238}\sigma_a$. Från dessa två ekvationer följer det att mängden plutonium som skapas är

$$W_i = \frac{N_{238}\sigma_a}{N_{235}\sigma_f} \frac{P}{E_f} = 1,08 \cdot 10^{19} \text{ atomer s}^{-1} \approx 135 \text{ kg/år.}$$

- (c) Definiera kriticitetsfaktor i en fissionsreaktor, och beskriv vilka faktorer som påverkar den. (2 poäng)

Lösning: _____

Man definierar kriticitetsfaktorn k som

$$k = \frac{\text{antal neutroner i en generation}}{\text{antal neutroner i föregående generation}}$$

Faktorer som påverkar kriticitetsfaktorn under körning av reaktorn:

- Det bildas mer och mer reaktorgifter som sänker kriticitetsfaktorn.
- Allteftersom det klyvbara uranet förbrukas minskar chansen för neutronerna att klyva en kärna och kriticitetsfaktorn minskar.

- ^{238}U kan absorbera en neutron och bilda ^{239}U , som sönderfaller genom två beta-sönderfall till ^{239}Pu . Plutonium kan i sin tur absorbera en neutron och klyvas. Plutonium ger i medeltal något större antal neutroner per klyvning (2,87 jämfört med uran 2,43) och kan därmed öka kriticitetsfaktorn.

5. En ritning på en ny tokamak innehåller följande parametrar:

Storhet	Symbol	Värde
Volym plasma	V	837 m^3
Yttre värmeförsel	P_h	40 MW
Genomsnittlig elektrondensitet	$\langle n_e \rangle$	10^{20} m^{-3}
Genomsnittlig elektron- och jontemperatur	$\langle T \rangle$	$8,1 \text{ keV}$
Genomsnittlig fusionsreaktivitet	$\langle \sigma v \rangle$	$6,8 \cdot 10^{-23} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$

- (a) Utgå från att plasmat innehåller D och T i lika mängder och att dess täthet är densamma överallt i tokamaken. Använd värdet på den genomsnittliga fusionsreaktiviteten i tabellen för att hitta fusionseffekten P_f .

Lösning:

Fusionseffekttätheten är $S_f = E_f n_e^2 \langle \sigma v \rangle / 4$ och den sammanlagda effekten är $P_f = S_f \cdot V$. I varje reaktion frigörs energin $E_f = 17,6 \text{ MeV}$. Vi använder oss av medelvärdena i den givna tabellen och får att fusionseffekten är

$$\begin{aligned}
 P_f &= E_f \frac{(\langle n_e \rangle)^2 \langle \sigma v \rangle}{4} \cdot V = \\
 &= 17,6 \text{ MeV} \frac{(10^{20} \text{ m}^{-3})^2 \cdot 6,8 \cdot 10^{-23} \text{ m}^3\text{s}^{-1}}{4} \cdot 837 \text{ m}^3 = \\
 &= 2,5 \cdot 10^{21} \text{ MeV/s} = 401 \text{ MW}.
 \end{aligned}$$

- (b) Finn värmeeffekten P_α från alfapartiklarna.

Lösning:

Värmeeffekten från α -partiklar är $P_\alpha = S_\alpha \cdot V$ med $S_\alpha = E_\alpha n_e^2 \langle \sigma v \rangle / 4$. Eftersom rörelsemängd bevaras vet vi att ungefär 20 % av energin från en D-T-reaktion bärs av α -partikeln och vi kan sluta oss till att

$$P_\alpha = 0,2 \cdot P_f = 80,2 \text{ MW}.$$

- (c) När fusionsreaktorn är i drift ska effekten som värmer plasmat och effekten som förloras från plasmat vara i balans. Utgå ifrån denna balans för att hitta förhållandet mellan fysikgodhetstalet

$$Q = \frac{P_{ut} - P_{in}}{P_{in}}$$

och kvoten P_α/P_h . Beräkna därefter värdet på Q med ovan givna parametrar. Effekterna som är relevanta i sammanhanget är värmeeffekten från alfapartiklar, den utifrån tillförda värmeeffekten, effekten som förs bort av neutroner, effekten som avges i form av bromsstrålning samt effekten som leds bort i form av värme.

Lösning: _____

Fysikgodhetstalet är

$$Q = \frac{P_{ut} - P_{in}}{P_{in}}.$$

Effekten in i systemet är värmen som tillförs utifrån, $P_{in} = P_h$. Effekten ut kan delas upp i tre delar: Energin som förs bort med neutroner $P_n = 4P_\alpha$, bromsstrålningen P_B och så värmeledningsförluster P_L . Så effekten ut kan skrivas som $P_{ut} = 4P_\alpha + P_B + P_L$ och Q är därmed

$$Q = \frac{4P_\alpha + P_B + P_L - P_h}{P_h}.$$

För att hålla temperaturen ska förlusteffekter vara i jämvikt med effekten som värmer reaktorn, d.v.s. $P_\alpha + P_h = P_B + P_L$. Vi använder detta för att skriva om Q som

$$Q = 5 \frac{P_\alpha}{P_h}.$$

Med värdena $P_\alpha = 80$ MW och från tabellen $P_h = 40$ MW ges nu svaret

$$Q = 5 \cdot 80/40 = 10.$$

(10 poäng)

6. En fabrik släpper ut en $m = 10^3$ kg av en viss förorening i en flod. Antag att utsläppet sker ögonblickligen, att medelkoncentrationen \bar{C} av föroreningen uppfyller den endimensionella dispersionsekvationen

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = K \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2}$$

där x är en koordinat i flodens riktning ($x = 0$ vid utsläppet), $K = 1,0 \cdot 10^{-3}$ m²/s och vattnets medelfart är $\bar{v} = 5,0$ m/s.

- (a) Vad är medelkoncentrationen [kg/m] som funktion av x av föroreningen efter 6 timmar?
 (b) Hur snabbt avtar det maximala värdet på medelkoncentrationen?

(10 poäng)

Lösning: _____

Det ögonblickliga utsläppet tolkar vi som en delta-funktion när $t = 0$. Lösningen till dispersionsekvationen är

$$\bar{C}(t, x) = \frac{m}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x - \bar{v}t)^2}{2\sigma^2}\right],$$

där $\sigma = \sqrt{2Kt}$. Härav följer att

$$\bar{C}(t, x) = \frac{m}{\sqrt{4\pi Kt}} \exp\left[-\frac{(x - \bar{v}t)^2}{4Kt}\right].$$

Sex timmar efter utsläppet är medelkoncentrationen

$$\bar{C}(x) = \frac{(1,0 \cdot 10^3 \text{ kg})}{\sqrt{4\pi(1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}) \cdot 6 \cdot (3600 \text{ s})}} \exp\left[-\frac{[x - (5,0 \text{ m/s}) \cdot 6 \cdot (3600 \text{ s})]^2}{4 \cdot (1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}) \cdot 6 \cdot (3600 \text{ s})}\right] \quad (1)$$

$$= \left(61 \frac{\text{kg}}{\text{m}}\right) \exp\left[-1,35 \cdot 10^8 \left[\left(\frac{x}{110 \text{ km}}\right) - 1\right]^2\right]. \quad (2)$$

Koncentrationen är högst vid $x = \bar{v}t$ med värdet

$$\bar{C}_0 = \left(150 \frac{\text{kg}}{\text{m}}\right) / \sqrt{\frac{t}{1 \text{ timme}}}$$

dvs, den går ned som $t^{-1/2}$. Formen i x -led breddas samtidigt men är hela tiden gaussisk.