Chalmers Tekniska Högskola
Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik SSY310/ERE091

Den 31 maj 2018 em

1. Längd: 4 timmar.
2. Examinator: Balazs Kulcsar (☎1785)
3. Nödvändigt villkor för att erhålla betyg på tentan är *i*) för SSY310 att ha godkänt på projektarbete och laboration, *ii*) för ERE091 att ha godkänt på laboration.
4. Tentamen omfattar 20 poäng (med 0.5 poängs upplösning). Tabell **??** visar betygsgränserna.

Tabell 1: Betygsgränser

Poäng	Betyg
≤ 9.5	underkänt
$10 \ldots 12.5$	3
$13 \ldots 15.5$	4
$16 \ldots 20$	5

5. Följande hjälpmedel tillåts:
   - Egenhändigt skrivet ”formelblad” **A4 format, ett blad** med anteckningar skrivna för hand på **EN** sida (inga kopior tillåtna).
   - Miniräknare (icke-programerbar, ej grafritande, tömt minne innan tentamensstart).
   - Beta, Physics handbook.

   Förbjudet att använda: andra böcker, föreläsningsanteckningar, telefon, surfplatta, dator el. liknande.
6. Lärare besöker tentamenslokalen under första och sista timmen av tentamenstiden.

Lycka till!

Upgifter

1. Svara kortfattat på följande frågor:

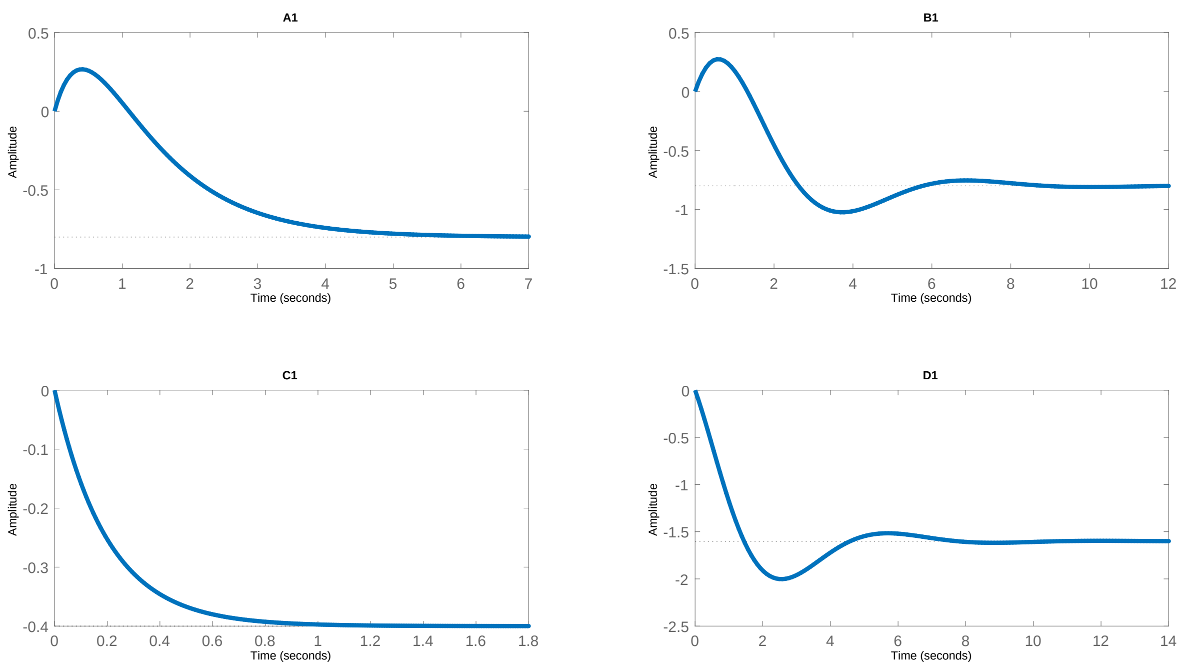
    a) Definiera villkoren för asymptotisk insignal-utsignalstabilitet och intern stabilitet. Är det sant att alla internt stabila modeller också är insignal-utsignalstabila? (**1 poäng**)
    Stability of $G(s)$ by means of checking the real parts of poles define input-output stability (strictly negative real parts), BIBO stability concept in large, small gain theorem. Eigenvalues of the matrix A have to have strictly negative real parts. Internal stability implies IO stability.

    b) Vad innebär det att en LTI-modell är observerbar? Hur kan observerbarheten undersökas? (**1 poäng**)
    Uniquely by means of measured input and output, we can reconstruct the state trajectory. Kalman rank condition test is a way to do so.

    c) Förklara vad begreppet ”robust stabilitet” innebär. Hur kan robust stabilitet verifieras? (**1 poäng**)
    Nominal plant information based controller satisfies the closed loo stability requirements for the real plant as well. Multiplicative and additive tests, brief explanation on how to run those.

    d) På vilket sätt är den linjärkvadratiska regulatorn (LQR) optimal? (**1 poäng**)
    Given weightings Q, R we do minimize the cost functional associated to the state and input related "energy", or in other words in terms of weighted 2-norm. Description of the cost functional.

2. Para ihop och motivera.

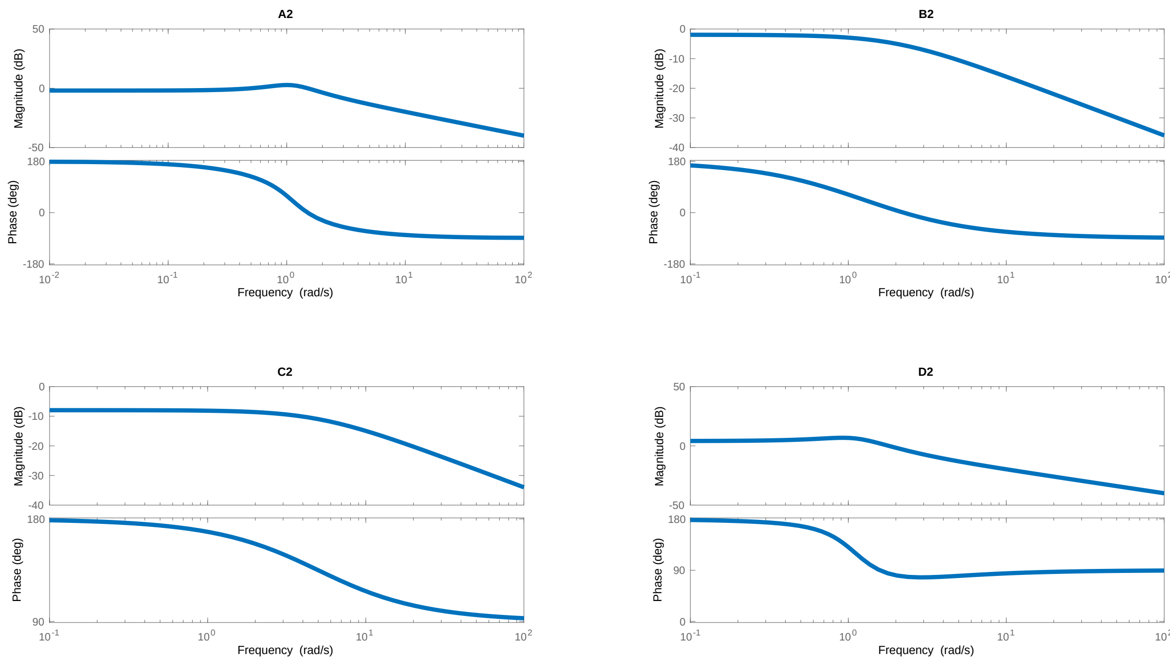


Figur 1: Stegsvar

I figur **??**-**??** visas tids- och frekvensegenskaper hos några system. Vilket stegsvar och vilket Bodediagram matchar det dynamiska systemet $G(s) = \frac{s-1}{s^2+s+1.25}$? (**2 poäng**)

$B1, A2$, non-minimum phase, final value theorem, relative damping

3. I figur **??** visas kretsöverföringens frekvensfunktion för positiva frekvenser med en *P-regulator*, $K_p = 1$. $\lim_{s\mapsto\infty} L(s) = 0$. Det öppna systemet saknar instabila poler. De svängda segmenten kring *Re*-axeln är halvcirklar.



Figur 2: Bodediagram

a) Är det slutna systemet med $K_p = 1$ asymptotiskt stabilt? Hur stor är fasmarginalen då $K_p = 1$?(**1 poäng**)

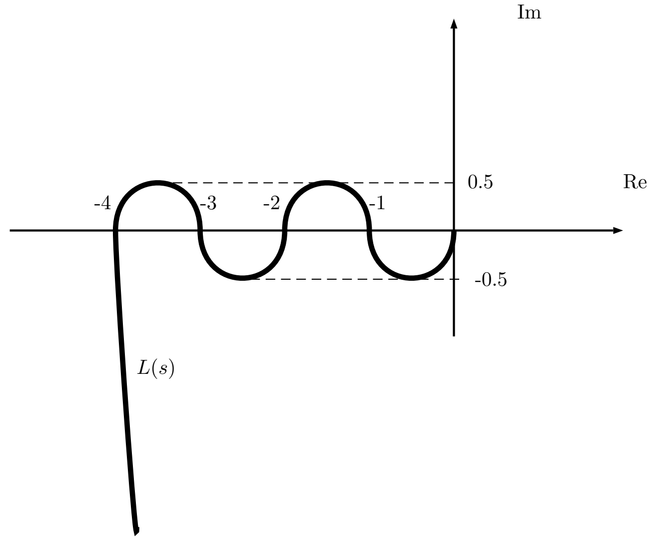
It is only marginally/Lyapunov stable, phase margin is $\varphi_m = 0$

b) Finn alla värden på K_p som ger ett stabilt slutet system. (**1 poäng**)

The loop transfer function radially expands/reduced with K_p changed. If $K_p > 1$ or $\frac{1}{2} > K_p > \frac{1}{3}$ or $K_p < \frac{1}{4}$, then stable.

c) Hur stor är kvoten mellan fasmarginalerna då $K_p = 0.4$ och $K_p = 2$? (**1 poäng**)

K_p radially reduces/expands for $0.4/2$ yielding a phase difference between $-\pi$ and the $L_{0.4}(s)/L_2(s)$ $tan(\frac{0.2}{1})/tan(\frac{2}{1})$. We accept solutions with ellipsoids too, i.e. if the value at the Im axis like $-1, 1$ has been used.



Figur 3: Nyquistkurva

4. Givet en *I-regulator*, en processmodell $G_1(i\omega) = \frac{0.5i\omega+2}{2i\omega+5}$ och en sensormodell $G_2(i\omega) = \frac{2}{3i\omega+4}$ i krets enligt figur **??**:

   a) Bestäm regulatorparametern så att $\varphi_m = 35°$. (**2 poäng**)

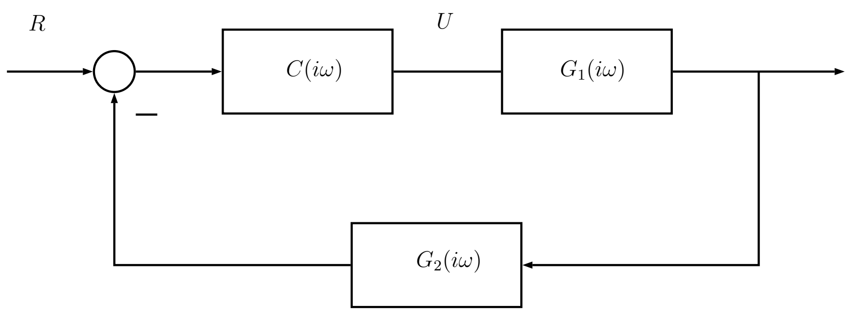
   $C(i\omega) = \frac{A}{i\omega}$, with standard phase margining technique $\varphi(\omega_c) = -180 + 35 = -145$ degree where $\omega_c \approx 1.32$. From about the magnitude diagram we can read $A_i \approx 10$.

   b) Hur stort blir det statiska reglerfelet $y(\infty) - r(\infty)$? (**1 poäng**)

   The loop contains an integrator, so the error is zero between $r_\infty - y_{2,\infty} = 0$ and $r_\infty/2 - y_{1,\infty} = 0$ where y_1 is the output of $g_1 = \mathcal{L}\{G_1(s)\}$.

   c) Vilken amplitudmarginal ger regulatorn i a)? (**1 poäng**)

   $33dB$



Figur 4: Reglersystemets blockschema

5. Givet en tillståndsmodell enligt

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \alpha & -4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \beta u(t)$$

med begränsade skalärer $0 < |\alpha|, |\beta| < \infty$, där $u(t), x(t), y(t)$ är insignal, tillståndsvektor respektive mätsignal:

a) Är tillståndsmodellen asymptotiskt stabil för alla α, β? (**1 poäng**)
Not,

$$det(\lambda I_2 - A) = \lambda^2 - (\alpha + 4)\lambda + 4(1 + \alpha) = 0, \quad \lambda_{1,2} = \frac{(\alpha + 4) \pm \sqrt{\alpha^2 - 8\alpha}}{2}$$

e.g. $\alpha \geq 0$ we get unstable eigenvalues, it is enough to show with one value to answer the question.

b) Är tillståndsrepresentationen minimal för alla α, β? (**2 poäng**)
Not, checking the reachability we found the state space not reachable with $\alpha = -9$. The determinant condition for observability is independent of α.

c) Låt $\beta = \alpha = -4$. Designa en tillståndsåterkoppling genom polplacering så att slutna systemets egenvärden blir $\bar{p}_1 = -1$ och $\bar{p}_2 = -2$. (**2 poäng**)
Controllability + feedback gain in canonical form $\bar{L} = \begin{bmatrix} 3 & -10 \end{bmatrix}$. Solutions computed with T is accepted too.

d) Låt $\beta = \alpha = -4$. Använd polplacering för att designa en observatör med egenvärden i $\bar{p}_1 = -1$ och $\bar{p}_2 = -2$. (**2 poäng**)
Observability + observer gain in canonical form $\bar{K} = \begin{bmatrix} 3 \\ -10 \end{bmatrix}$. Solutions computed with T is accepted too.