

Reglerteknik Z2

Kurskod: SSY 050 och ERE080

Tentamen 2006-08-24

Tid: 14:00-18:00,

Lokal: V-huset

Lärare: Goran Cengic tel 3729, 073-903 70 10

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås senast den 7 september på avdelningens anslagstavla E-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den 7 och 8 september kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny). Anteckningar är tillåtna i formelsamlingen.
- Bodediagram (finns längst bak i tentatesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator.

Lycka till!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik
Chalmers tekniska högskola

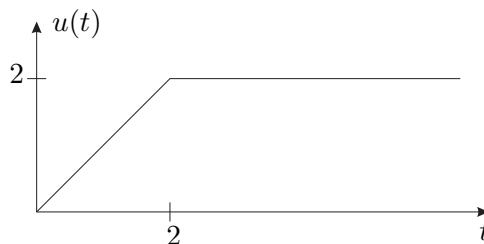


1

För ett visst system är sambandet mellan insignalen $u(t)$ och utsignalen $y(t)$ givet av differentialekvationen

$$4\dot{y} + y = u$$

Givet insignalen $u(t)$ enligt nedanstående figur, beräkna analytiskt systemets utsignal $y(t)$. (2 p)



2

a) Linjärisera följande tillståndsmodell

$$\dot{x} = \sin(x) + u^3$$

kring den stationära arbetspunkten $x_0 = \pi/3$.

(2 p)

b) Avgör även om det linjäriserade systemet är stabilt.

(1 p)

3

En icke-minfasprocess

$$G(s) = \frac{1 - sT}{(1 + s)^2(1 + 0.5s)}$$

där tidskonstanten T är en osäker parameter, ska regleras med en P-regulator.

a) För vilka värden på förstärkningen K_p är det återkopplade systemet stabilt för ett godtyckligt positivt värde på tidskonstanten T .

(2 p)

b) Utnyttja resultatet i uppgift a) och bestäm förstärkningen K_p så att en godtycklig amplitudmarginal A_m erhålls för det nominella värdet på tidskonstanten $T = 1$. Ange speciellt värdet på K_p för $A_m = 2$ och 4.

(1 p)

c) Vilka avvikelser från det nominella värdet på tidskonstanten T kan accepteras innan det återkopplade systemet blir instabilt då amplitudmarginalen $A_m = 2$ och 4.

(1 p)

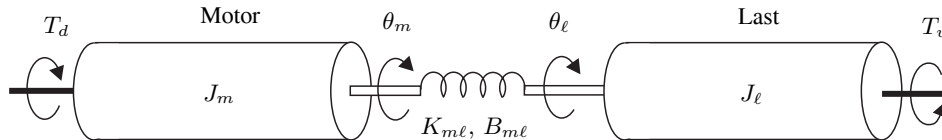
d) Ange en allmän slutsats angående relationen mellan amplitudmarginalen för ett återkopplat system och tillåtna parameterosäkerheter.

(1 p)

2

4

En motor med ett tröghetsmoment J_m , vinkeln θ_m och vinkelhastigheten $\omega_m = \dot{\theta}_m$ kopplas samman via en veka axel med en last med ett tröghetsmoment J_ℓ , vinkeln θ_ℓ och vinkelhastigheten $\omega_\ell = \dot{\theta}_\ell$.



Den veka axeln genererar ett vinkelberoende fjädermoment $K_{m\ell}(\theta_m - \theta_\ell)$ och ett vinkelhastighetsberoende dämpningsmoment $B_{m\ell}(\omega_m - \omega_\ell)$. Lasten utsätts också för en laststörning i form av störmomentet T_v , medan motorn drivs av momentet T_d , som är systemets styrsignal.

- Formulera en tredje ordningens tillståndsmo-
dell med T_d och T_v som insignaler samt
 ω_ℓ som utsignal. Valet av utsignal innebär att ω_m och ω_ℓ lämpligen väljs som till-
ståndsva-riabler. Vilken blir då den tredje tillståndsva-riabeln? (3 p)
- Välj i stället momentet på axeln $T_a = K_{m\ell}(\theta_m - \theta_\ell) + B_{m\ell}(\omega_m - \omega_\ell)$ som utsignal
och visa att det då går att formulera en andra ordningens tillståndsmo-
dell. Antag nu
för enkelhets skull att $J_m = J_\ell = K_{m\ell} = B_{m\ell} = 1$. (2 p)
- Bestäm systemets poler i uppgift b) samt motsvarande dämpningskoefficient ζ och
odämpade resonansfrekvens ω_n . (1 p)

5

Betrakta en process vars dynamik ges av överföringsfunktionen

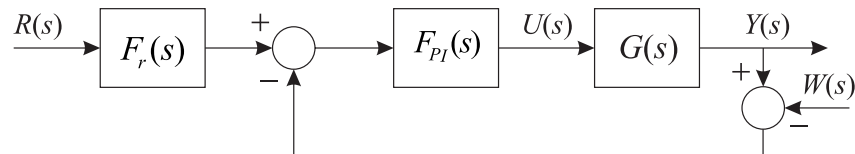
$$G(s) = \frac{3}{(1 + 20s)^3}$$

- Dimensionera en PI-regulator för denna process så att fasmarginalen $\varphi_m = 50^\circ$. Välj
tre olika överkorsningsfrekvenser $\omega_c = 0.2\omega_{\pi_{proc}}$, $0.35\omega_{\pi_{proc}}$ och $0.5\omega_{\pi_{proc}}$. (3 p)
- Vad blir regulatorns integralförstärkning K_i och högfrequensförstärkning K_∞ för de
olika valen av ω_c ? Vilken av de tre erhållna regulatorerna är att föredra med tanke på
förmågan att kompensera processtörningar och känsligheten för mätstörningar? (2 p)

6

Betrakta nedanstående reglersystem. Låt

$$G(s) = \frac{1}{s+3} \quad \text{och} \quad F_{PI}(s) = 1 + \frac{3}{s}$$



- a) Designa ett realiserbart förfilter $F_r(s)$ så att det återkopplade systemets bandbredd blir 10 ggr högre än utan förfilter.

(2 p)

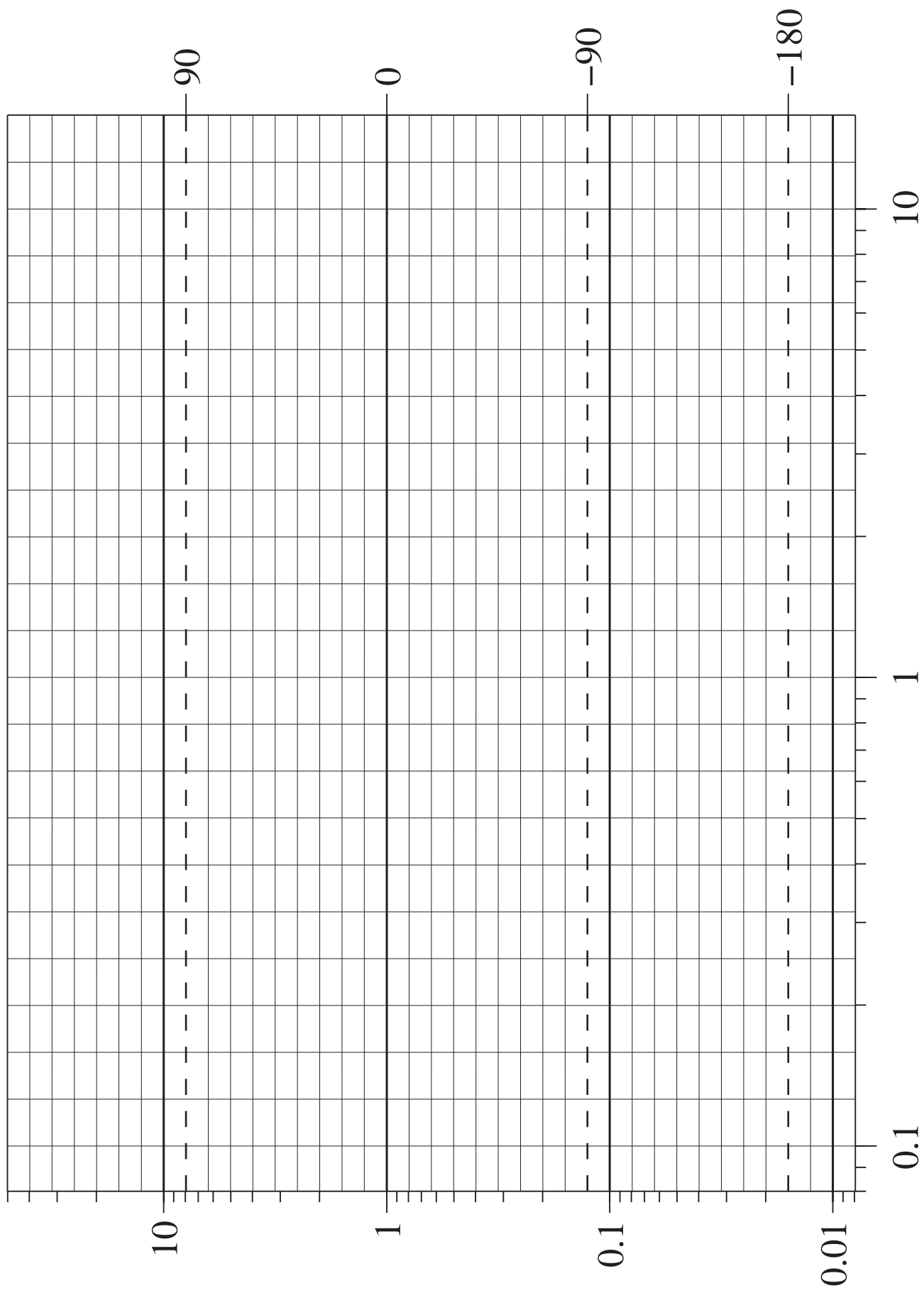
Ledning: Den resulterande överföringsfunktionen $\frac{Y(s)}{R(s)}$ med förfilter ska till exempel bli av första ordning med brytfrekvensen tio gånger högre än utan förfilter. LF-förstärkningen ska vara ett.

- b) Jämför de asymptotiska amplitudkurvorna för överföringsfunktionen $\frac{Y(s)}{W(s)}$ med och utan förfilter. Hur påverkar förfiltret mätstörningskompenseringen?

(1 p)

- c) Jämför de asymptotiska amplitudkurvorna för överföringsfunktionen $\frac{U(s)}{R(s)}$ med och utan förfilter. Hur påverkar förfiltret styrsignalaktiviteten?

(1 p)



1. $G(s) = \frac{1}{1+4s}$ $U(t) = t - (t-2)\Delta(t-2)$
 $U(s) = \frac{1}{s^2}(1 - e^{-2s})$

$Y(s) = \frac{0.25}{s^2(s+0.25)}(1 - e^{-2s}) = \left(\frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+0.25}\right)(1 - e^{-2s}) =$
 $= \left(\frac{1}{s^2} - \frac{4}{s} + \frac{4}{s+0.25}\right)(1 - e^{-2s})$ $(\Delta(t-2))$
 $y(t) = (t - 4 + 4e^{-t/4})\Delta(t) - \left((t-2) - 4 + 4e^{-(t-2)/4}\right)\Delta(t-2)$

2. a) $\dot{x} = \sin x + u^3$ $x_0 = \pi/3$

Arbetspunkt $\sin \pi/3 + u_0^3 = 0 \Rightarrow u_0 = -0.75^{1/3}$
 ≈ -0.9532

Linjärisering $\Delta \dot{x} = \cos x_0 \Delta x + 3u_0^2 \Delta u =$
 $= \cos \frac{\pi}{3} \Delta x + 3 \cdot 0.75^{2/3} \Delta u =$
 $= 0.5 \Delta x + 2.73 \Delta u$

b) $\frac{\Delta x(s)}{\Delta u(s)} = \frac{2.73}{s-0.5} \Rightarrow$ pol i $s=0.5$ dvs
 instabilt system

3. a) KE $1 + \frac{K_f(1-sT)}{(1+s)^2(1+0.5s)} = \frac{1+2s+s^2+0.5s+s^2+0.5s^3 - K_fTs + K_f}{\dots} = 0$

$0.5s^3 + 2s^2 + (2.5 - K_fT)s + K_f + 1 = 0$

R-H
tabell

s^3	0.5	2.5 - K_fT	stabilit d's
s^2	2	$K_f + 1$	$4.5 > (2T + 0.5)K_f$
s^1	$\frac{5 - 2K_fT - 0.5K_f - 0.5}{2}$	0	$K_f > -1$
s^0	$K_f + 1$		$-1 < K_f < \frac{9}{1+4T}$

b) $A_m K_f = \frac{9}{1+4T} = 1.8 \Rightarrow K_f = 1.8/A_m = \begin{cases} 0.9 & A_m = 2 \\ 0.45 & A_m = 4 \end{cases}$

c) $K_f < \frac{9}{1+4T} \Rightarrow 1+4T < 9/K_f \Rightarrow T < \frac{9}{4K_f} - \frac{1}{4}$

$A_m = 2 \Rightarrow T < \frac{9}{4 \cdot 0.9} - 0.25 = 2.25$

$A_m = 4 \Rightarrow T < \frac{9}{4 \cdot 0.45} - 0.25 = 4.75$

d) större amplitudmarginal (stabilitetsmarginal) \Rightarrow större parameterosäkerhet accepteras.

$$4. a) J_m \dot{\omega}_m = T_d - K_{ml}(\theta_m - \theta_l) - B_{ml}(\omega_m - \omega_l)$$

$$J_l \dot{\omega}_l = K_{ml}(\theta_m - \theta_l) + B_{ml}(\omega_m - \omega_l) - T_U$$

$$\Delta \dot{\theta} = \frac{d}{dt}(\theta_m - \theta_l) = \omega_m - \omega_l$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_m \\ \dot{\omega}_l \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_{ml}}{J_m} & \frac{B_{ml}}{J_m} & -\frac{K_{ml}}{J_m} \\ \frac{B_{ml}}{J_l} & -\frac{B_{ml}}{J_l} & \frac{K_{ml}}{J_l} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ \omega_l \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_l} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_d \\ T_U \end{bmatrix}$$

$$\omega_l = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ \omega_l \\ \Delta \theta \end{bmatrix}$$

b) Välj: $\Delta \omega = \omega_m - \omega_l$ och $\Delta \theta = \theta_m - \theta_l$ som färdständer
variabler

$$\Delta \dot{\omega} = T_d - \Delta \theta - \Delta \omega - \Delta \theta - \Delta \omega + T_U$$

$$\Delta \dot{\theta} = \Delta \omega$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_d \\ T_U \end{bmatrix}$$

$$T_a = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \theta \end{bmatrix}$$

c) $\det(sI - A) = \det \begin{bmatrix} s+2 & 2 \\ -1 & s \end{bmatrix} = s^2 + 2s + 2 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$
 $\omega_n = \sqrt{2} \quad \zeta = \frac{1}{\omega_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

5. $G(s) = \frac{3}{(1+20s)^3} \quad \angle G(j\omega) = -3 \arctan 20\omega$

$$-3 \arctan 20\omega_{\pi_{proc}} = -180^\circ \Rightarrow \omega_{\pi_{proc}} = \frac{1}{20} \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{20} \approx 0.0866$$

$$\omega_c = \begin{cases} 0.2 \omega_{\pi_{proc}} \\ 0.35 \omega_{\pi_{proc}} \\ 0.5 \omega_{\pi_{proc}} \end{cases} = \begin{cases} 0.0173 \\ 0.0303 \\ 0.0433 \end{cases}$$

$$\angle C(j\omega_c) = \angle G(j\omega_c) + \angle \frac{K_i(1+j\omega_c T_i)}{j\omega_c} = -3 \arctan 20\omega_c$$

$$-90^\circ + \arctan \omega_c T_i = -180^\circ + \phi_m = -130^\circ$$

$$T_i = \frac{1}{\omega_c} \tan(-40^\circ + 3 \arctan 20\omega_c) = \begin{cases} 18.0 & \omega_c = 0.0173 \\ 44.9 & \omega_c = 0.0303 \\ 180 & \omega_c = 0.0433 \end{cases}$$

$$|L(j\omega_c)| = \frac{3}{\sqrt{1+(20\omega_c)^2}^3} K_i \frac{\sqrt{1+(T_i\omega_c)^2}}{\omega_c} = 1$$

$$\Rightarrow K_i = \frac{\sqrt{1+(20\omega_c)^2}^3 \cdot \omega_c}{3 \sqrt{1+(T_i\omega_c)^2}} = \begin{matrix} 0.00653 & \omega_c = 0.0173 \\ 0.00957 & \omega_c = 0.0303 \\ 0.00425 & \omega_c = 0.0433 \end{matrix}$$

$$b) K_{oo} = F_{P2}(\infty) = K_i T_i = \begin{cases} 0.118 & \omega_c = 0.0173 \\ 0.430 & \omega_c = 0.0303 \\ 0.765 & \omega_c = 0.0433 \end{cases}$$

Störst K_i ger bästa kompensering av laststörning, vilket motsvarar $\omega_c = 0.35 \omega_{T_{p2}}$

Minst K_{oo} ger lägst känslighet för mätstörningar i styrsystemen, vilket motsvarar $\omega_c = 0.2 \omega_{T_{p2}}$

$$6.9) L(s) = \frac{1}{s+3} \frac{s+3}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1/s}{1+1/s} F_r(s) = \frac{1}{s+1} F_r(s) = \frac{1}{1+s} \frac{1+s}{1+0.1s} = \frac{1}{1+s/10} F_r(s)$$

$$b) \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{1}{1+s} \quad \left| \frac{Y}{W} \right| \rightarrow \begin{matrix} 1 & \text{små } \omega \\ 1/\omega & \text{stora } \omega \end{matrix}$$

OAVSÄTT $F_r(s)$

$$c) \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{F(s)}{1+L(s)} F_r(s) = \frac{s+3}{s(1+1/s)} F_r(s) = \frac{s+3}{s+1} F_r(s)$$

Utan förfilter $\left| \frac{U}{R} \right| \rightarrow \begin{matrix} 3 & \text{små } \omega \\ 1 & \text{stora } \omega \end{matrix}$

Med förfilter $\left| \frac{U}{R} \right| \rightarrow \begin{matrix} 3 & \text{små } \omega \\ 10 & \text{stora } \omega \end{matrix}$

Förfiltret ökar HF asymptoten, med en faktor 10 dvs 10 gånger högre styrsystemets aktslutet