CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik

Tentamen i Reglerteknik för F2, ERE091, och för Kf2, ESS016,
torsdagen den 18 augusti 2005.

Tid: Kl 14.00 - 18.00

Lokal: V

Lärare: Claes Breitholtz, telefon Chalmers 3718

Tentamensresultaten anslås senast den 6 september på avdelningens anslagstavla. Granskning av rättningen kan ske den 6 och 7 september, kl 12.30 -13.00, på avdelningen för reglerteknik, våning 5 i E-huset. Iakttag granskningstiderna! Den som kommer senare får endast avge klagomål mot rättningen skriftligen. (Pga sommaren accepterar vi sådana klagomål t o m augusti.)

Tentamen omfattar totalt 30 poäng. Räknefel leder normalt till en poängs avdrag. Ett direkt följdfel (såvida ingen orimlighet "dyker upp") leder inte till ytterligare poängavdrag. Ofullständiga lösningar leder till större poängavdrag. Detta gäller även fullständigt lösta uppgifter där grövre felaktigheter förekommer, alternativt om svaret är fullständigt orimligt. Följande betygskala gäller:

betyg TRE : minst 12 poäng
betyg FYRA: minst 18 poäng
betyg FEM : minst 24 poäng

Tillåtna hjälpmedel:

1. Kursboken, dvs ***Reglerteknik**-Grundläggande teori*, av Glad och Ljung.
2. Matematiska och fysikaliska tabeller (t ex *BETA* och *Physics handbook*).
3. Skriv- och ritmaterial inklusive gradskiva. Diagram fås av vakten.
4. Valfria räknare med handhavandeinstruktion. Inga "laptop-datorer"!

LYCKA TILL!

1. a) Vilket av nedanstående påståenden om linjära system är <u>korrekt</u>?

A: Stegsvarsanalys innebär att utsignalen studeras vid sinusformad insignal.

B: Vid flera insignaler, är utsignalen summan av de utsignaler som uppstår då var och en av insignalerna tillåts verka på systemet, samtidigt som de övriga är noll.

C: Viktfunktionen är för ett (stabilt) system samma sak som frekvensfunktionen.

D: Minimumfassystem karakteriseras av en <u>positiv</u> fasvinkel för alla frekvenser.

1 poäng

b) Betrakta följande linjära tillståndsmodell, och ange det <u>felaktiga</u> påståendet.

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \text{ och } y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

A: Systemet är stabilt.

B: Systemet är av minimumfas typ.

C: Viktfunktionen går mot noll då tiden går mot oändligheten.

D: Då systemet är av andra ordningen, har överföringsfunktionen två nollställen.

1 poäng

c) Vilket av nedanstående påståenden är <u>felaktigt</u>?

A: Framkoppling påverkar normalt inte stabiliteten i ett återkopplat system.

B: Om en störning är mätbar är kaskadreglering effektivare än framkoppling.

C: Kaskadreglering kan i princip mycket väl kombineras med framkoppling.

D: Med framkoppling kan snabbare styrning åstadkommas än med återkoppling.

1 poäng

d) Vilket av nedanstående påståenden om sampling är <u>korrekt</u>?

A: Det väsentliga är inte om utsignalen från processen filtreras före eller efter sampling i en dator, utan att signalen överhuvud taget filtreras.

B: Samplingen bör vara minst dubbelt så snabb som viktiga processvariationer.

C: Aliaseffekten uppstår endast vid sampling av signaler från instabila processer.

D: För att i praktiken eliminera aliaseffekten vid sampling av signaler från ett icke-minimumfassystem, bör alltid analoga regulator användas.

1 poäng

2. Ett blandningskar har ett (långsamt) varierande inflöde $w(t)$ och ett styrbart utflöde $u(t)$ m^3/minut. Karets bottenyta är 1 m^2 och dess höjd är $y(t)$ m.

a) Ställ först upp materialbalansen för systemet i form av en differentialekvation, och ange de två överföringsfunktionerna från w till y, respektive från u till y.

2 poäng

b) Processen skall PI-regleras, med regulatorn $F(s) = -0,8 \cdot (1 + 1/s)$. Vilket syfte har minus-tecknet? Skissera känslighetsfunktionens amplitud, dvs $|S(j\omega)|$, för frekvenser mellan 0,25 och 4 radianer/minut. Hur mycket förstärks en liten sinusformad variation i inflödet w, som har en periodtid på cirka 12 minuter?

4 poäng

3. Ett system, som skall P-regleras, har följande överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

Använd P-regulatorn $F(s) = 2$ och upprita systemets Nyquistkurva. Avläs fasöverkorsningsfrekvensen och amplitudmarginalen direkt ur diagrammet.

4 poäng

4. I ett autonomt (dvs utan insignal) biologiskt system finns två komponenter, med koncentrationerna C_A respektive C_B (mol/liter), som tillväxer eller avtar. Processen beskrivs av differentialekvationerna

$$\frac{dC_A}{dt} = -C_A + \alpha C_A C_B$$

$$\frac{dC_B}{dt} = -C_B + \beta C_A C_B$$

Bestäm de två möjliga arbetspunkterna för systemet, och ange motsvarande linjära tillståndsmodeller för dessa arbetspunkter. Utred även de två linjäriserade modellernas stabilitet för olika kombinationer av processparametrarna α och β.

6 poäng

5. Ett system har överföringsfunktionen $G(s) = e^{-s}/s$. Bestäm en fysikaliskt realiserbar PD-regulator, så att systemets fasmarginal φ_m är 45° vid $\omega_c = 1,25$. Rita också ett fullständigt Bodediagram för det kompenserade systemet, där det klart framgår att systemspecifikationerna är uppfyllda.

5 poäng

6. Ett system vars överföringsfunktion är $G(s) = e^{-\tau s}/s$, där $\tau > 0$ är en liten dödtid. Systemet skall samplas med samplingsintervallet $h > \tau$. Insignalen $u(t)$ har det konstanta värdet $u(kh)$ för $kh \le t < kh + h$, $k \in I$. Låt denna samplade insignal först passera dödtiden och generera en "ny" insignal $v(t)$ till integratorn. Beräkna utsignalen $y(kh + h)$ och beskriv därefter det samplade systemet genom en differensekvation av typen

$$y(kh+h) = a_1 y(kh) + a_2 y(kh-h) + \ldots + b_1 u(kh) + b_2 u(kh-h) + \ldots$$

där koefficienterna a_i, b_i är funktioner av h liksom av processparametrarna, men inte av löpande diskret tid k.

5 poäng

Reglerteknik för F2 och Kf2 ERE091
2005-08-18 / EB

1. a) <u>B är korrekt</u>. ("superpositionsprincipen")

b) $G(s) = (1 \;\; 0)\begin{pmatrix} s+1 & -1 \\ 1 & s \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$

$$= \frac{1}{s^2+s+1}\underbrace{(1 \;\; 0)\begin{pmatrix} s & 1 \\ -1 & s+1 \end{pmatrix}}_{=(s \;\; 1)}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{2s+1}{s^2+s+1}$$

$\Rightarrow$ Stabilt system, minimumfassystem, och

$g(t) = e^{-t/2}\cdot\left(C_1\cdot\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t + C_2\cdot\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$

$\Rightarrow$ $g(t) \to 0$ då $t \to \infty$ $\Rightarrow$ <u>D är fel</u>.

($s = -1/2$ är enda nollstället.)

c) Mätbar störning är själva huvudförutsättningen för framkoppling, och har i princip inget med kaskadreglering att göra. <u>B är fel</u>.

d) <u>B är korrekt</u> ("samplingsteoremet").

---

2. a) 1. y = volymen $\Rightarrow$

$\dot{y}(t) = w(t) - u(t)$ (materialbalans)

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{1}{s} = G_w(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = -\frac{1}{s} = G_u(s) = G(s)$$

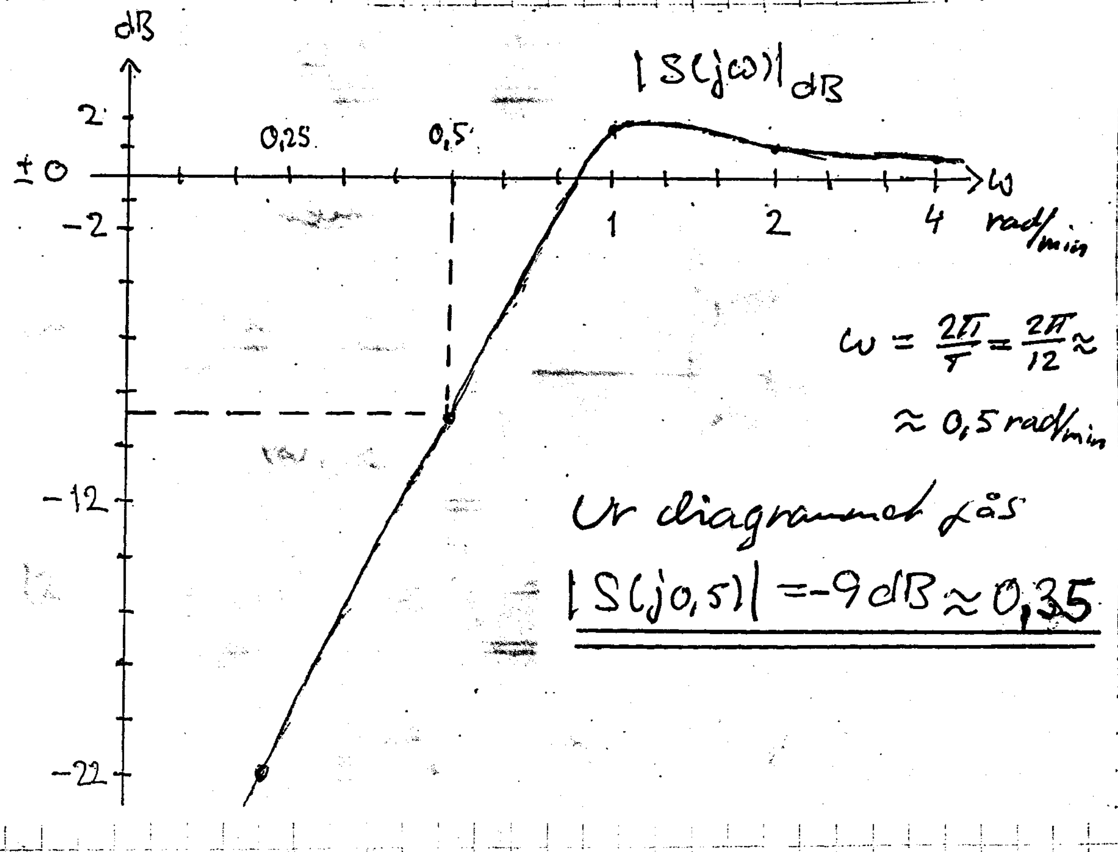
2, b) Processens överföringsfunktion, från styrsignal till utsignal, är $-1/s$. Regulatorns minustecken kompenserar processens minustecken.

$$\Rightarrow L(s) = \left(-\frac{1}{s}\right)\cdot\left(-\frac{0.8(s+1)}{s}\right) = \frac{0.8(s+1)}{s^2}$$

$$S(s) = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{s^2}{s^2+0.8s+0.8}$$

$$|S(j\omega)| = \frac{\omega^2}{\sqrt{(0{,}8-\omega^2)^2+0{,}64\omega^2}}$$

ω	ω^2	$\lvert S(j\omega)\rvert$	$\lvert S(j\omega)\rvert_{dB}$
0.25	0,0625	0,0818	$-21{,}74 \approx -22$ dB
0.50	0,25	0,3676	$-8{,}69 \approx -9$ dB
1.00	1	1,2127	$1{,}68 \approx 1{,}7$ dB
2,00	4	1,1180	$0{,}97 \approx 1{,}0$ dB
4.00	16	1,0301	$0{,}59 \approx 0{,}6$ dB



$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12} \approx$$
$$\approx 0{,}5 \text{ rad/min}$$

Ur diagrammet läs

$$\underline{\underline{|S(j0{,}5)| = -9\,\text{dB} \approx 0{,}35}}$$

3. $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$, $F(s) = 2 \Rightarrow L(s) = \frac{2}{s(s+1)(s+2)}$

Det öppna systemet saknar poler i HHP, varför N:s förenklade kriterium kan tillämpas. Det räcker därför att skissa $G(j\omega)$ för $0 < \omega < \infty$.

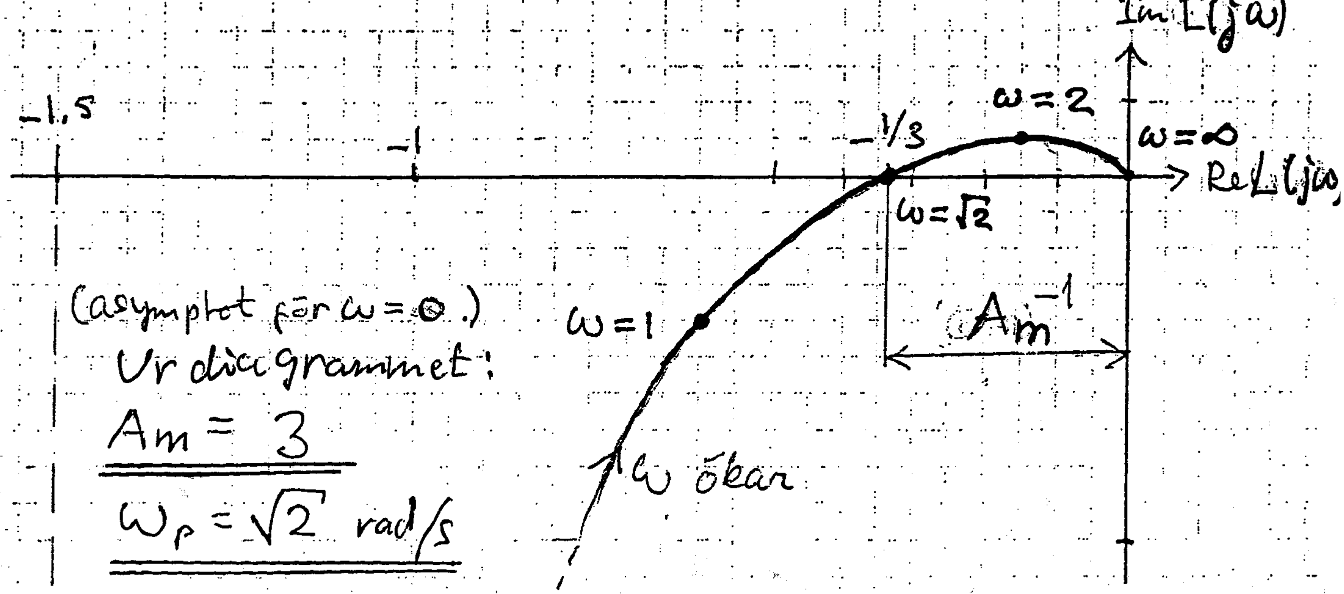
$$L(j\omega) = \frac{2}{j\omega(1+j\omega)(2+j\omega)} = \frac{-2j(1-j\omega)(2-j\omega)}{\omega(1+\omega^2)(4+\omega^2)} =$$

$$= \frac{-2j(2-\omega^2-j3\omega)}{\omega(1+\omega^2)(4+\omega^2)} = \frac{-6\omega - j2(2-\omega^2)}{\omega(1+\omega^2)(4+\omega^2)}$$

$$Re\{L(j\omega)\} = -\frac{6}{(1+\omega^2)(4+\omega^2)} = R(\omega)$$

$$Im\{L(j\omega)\} = -\frac{2(2-\omega^2)}{\omega(1+\omega^2)(4+\omega^2)} = I(\omega)$$

ω	R	I
0	-1.5	$-\infty$
1	-0.6	-0.2
$\sqrt{2}$	-0.333	0
2	-0.15	+0.05
∞	0	0



(asymptot för $\omega = 0$.)

Ur diagrammet:

$\underline{\underline{A_m = 3}}$

$\underline{\underline{\omega_p = \sqrt{2} \text{ rad/s}}}$

4. $\dot{C}_A = -C_A + \alpha C_A C_B = f_1(C_A, C_B)$

$\dot{C}_B = -C_B + \beta C_A C_B = f_2(C_A, C_B)$

Arbetspunkter fås för $\dot{C}_A = \dot{C}_B = 0$:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= -\bar{C}_A + \alpha \bar{C}_A \bar{C}_B \\ 0 &= -\bar{C}_B + \beta \bar{C}_A \bar{C}_B \end{aligned}\right\}$$

Man ser att om $\bar{C}_A = 0$ måste $\bar{C}_B$ också vara $= 0$ och tvärtom. Antag att ~~(t.ex.)~~ $\bar{C}_A \neq 0$. Då fås:

$$0 = -1 + \alpha \bar{C}_B \Rightarrow \bar{C}_B = 1/\alpha \Rightarrow$$

$$0 = -1/\alpha + (\beta/\alpha)\bar{C}_A \Rightarrow \bar{C}_A = 1/\beta$$

Systemets två möjliga arbetspunkter är:

(1) $\bar{C}_A = 0, \ \bar{C}_B = 0$

(2) $\bar{C}_A = 1/\beta, \ \bar{C}_B = 1/\alpha$

Linjäriserade modeller ur relationerna

$$\Delta\dot{C}_A = \left[\frac{\partial f_1}{\partial C_A}\right]^0 \Delta C_A + \left[\frac{\partial f_1}{\partial C_B}\right]^0 \Delta C_B = \left[-1 + \alpha \bar{C}_B\right]\Delta C_A + \alpha \bar{C}_A \Delta C_B ;$$

$$\Delta\dot{C}_B = \left[\frac{\partial f_2}{\partial C_A}\right]^0 \Delta C_A + \left[\frac{\partial f_2}{\partial C_B}\right]^0 \Delta C_B = \beta \bar{C}_B \Delta C_A + \left[-1 + \beta \bar{C}_A\right]\Delta C_B ;$$

<u>Modell 1</u> $\Delta\dot{C}_A = -\Delta C_A$ och $\Delta\dot{C}_B = -\Delta C_B$

<u>Modell 2</u> $\Delta\dot{C}_A = (\alpha/\beta)\Delta C_B$ och $\Delta\dot{C}_B = (\beta/\alpha)\Delta C_A$

Inför tillståndsvektorn $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta C_A \\ \Delta C_B \end{bmatrix}$

4. (8?:?)

Modell 1

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x$$

Egenvärden: $\lambda_1 = \lambda_2 = -1 < 0 \Rightarrow$ Stabilt system

Modell 2

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha/\beta \\ \beta/\alpha & 0 \end{pmatrix} x$$

Egenvärden: $\begin{vmatrix} \lambda & -\alpha/\beta \\ -\beta/\alpha & \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 1 = (\lambda+1)(\lambda-1) = 0$

$\lambda_1 = -1, \ \lambda_2 = +1$

Ett egenvärde i HHP $\Rightarrow$ Instabilt system

5. $G(s) = e^{-s}/s$. $\omega_c = 1{,}25$ och $\varphi_m = 45^\circ$

Nödv. faslyft vid $\omega = \omega_c$ är ψ^*

$45^\circ = 180^\circ - 90^\circ - 1.25 * (180^\circ/\pi) + \psi^*$

$\Rightarrow \psi^* = 1{,}25 * 57{,}3^\circ - 45^\circ \approx 27^\circ$

Leadkvoten blir: $N = \left(\frac{1+\sin 27^\circ}{\cos 27^\circ}\right)^2 = 2.66$

$b = \omega_c/\sqrt{N} = 1{,}25/1{,}63 = 0.77$

$K_p = \frac{1}{\sqrt{N} \cdot |G(i\omega_c)|} = \frac{1}{1.63 * 0.8} = 0.77$

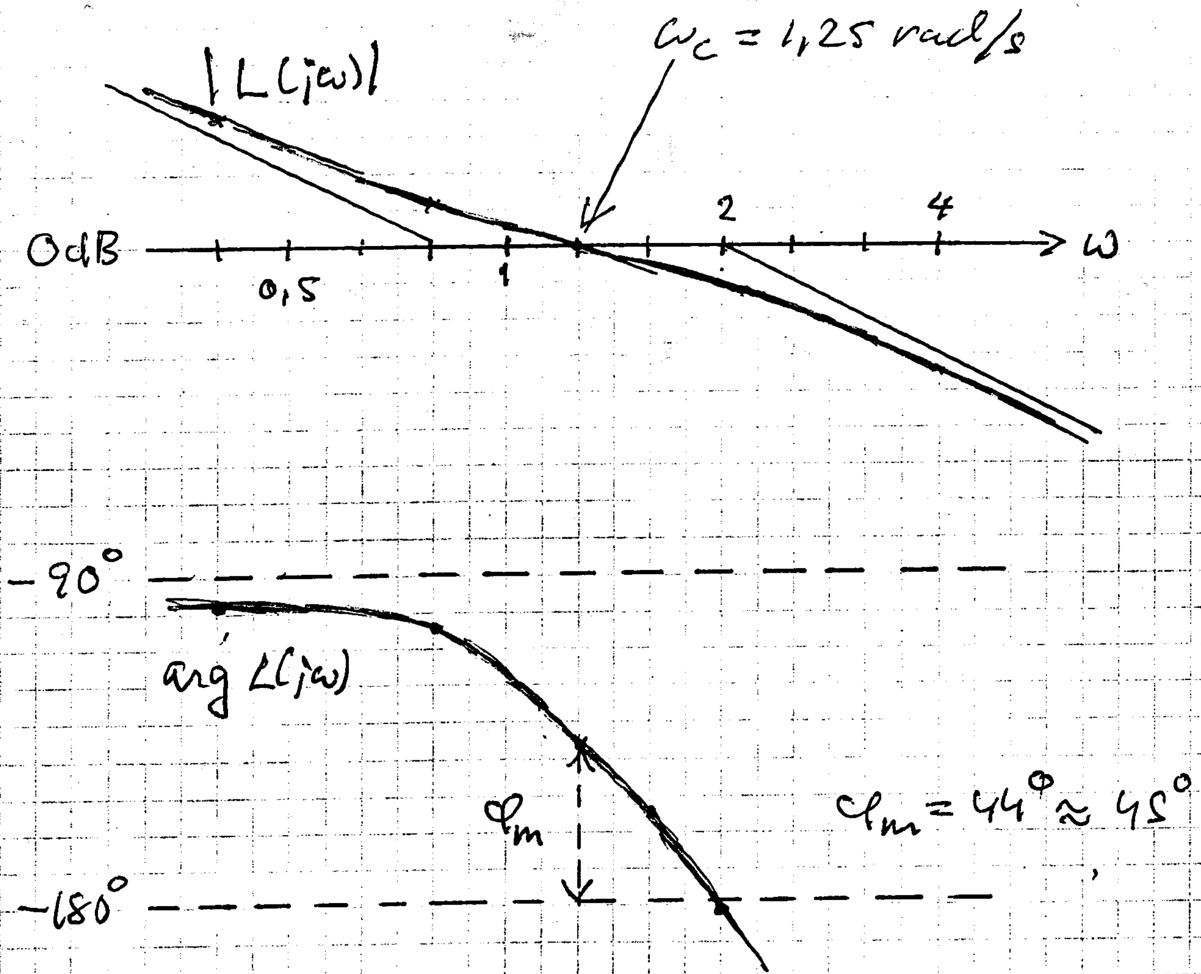
$F(s) = K_p N \frac{s+b}{s+Nb} = 2{,}05 * \frac{s+0.77}{s+2.05}$

Fuska lite för att underlätta Bodediag

$F(s) \approx 2{,}0 \cdot \frac{s+0{,}8}{s+2{,}0} \Rightarrow L(s) = \frac{2}{s} \cdot \frac{s+0{,}8}{s+2} e^{-s}$

$\approx \frac{0{,}80}{s} \cdot \frac{1+s/0{,}8}{1+s/2} e^{-s}$

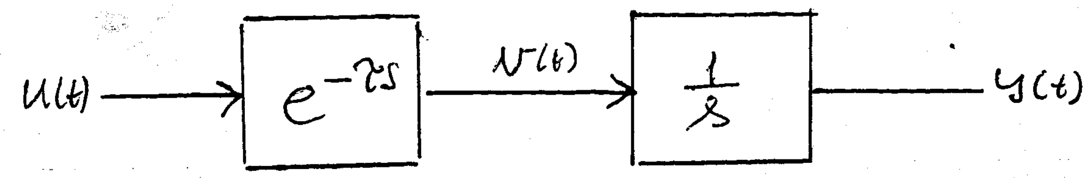
5.

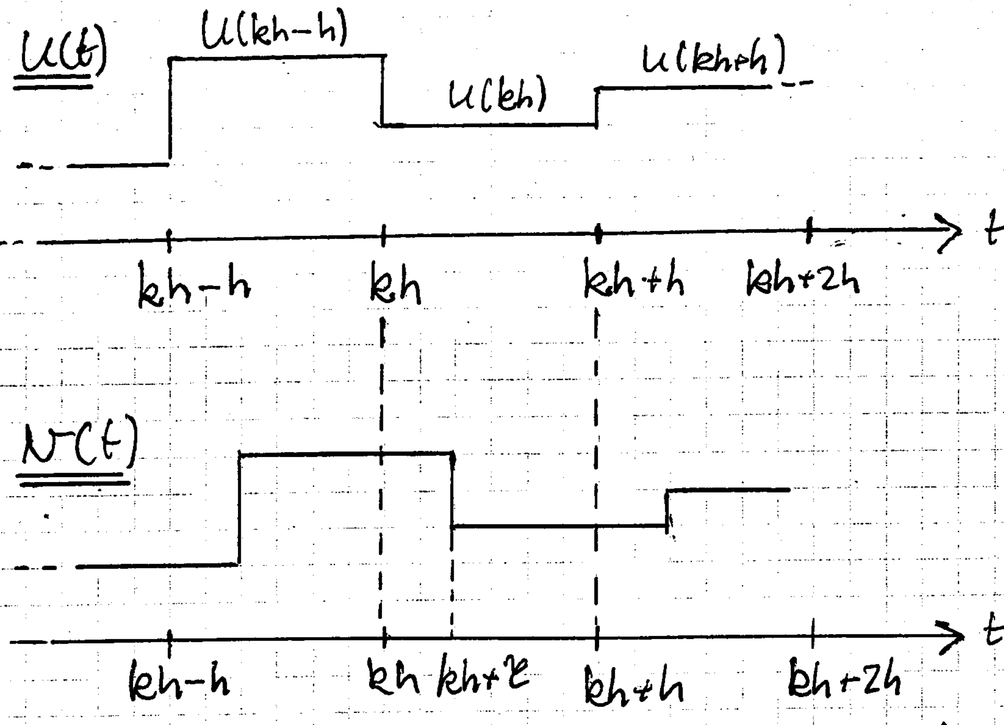


$$\arg L(j\omega) = -90° + \mathrm{atan}(1,25\omega) - \mathrm{atan}(0,5\omega) - 57{,}3° \cdot \omega$$

Specifikationerna är uppfyllda!

6.





$$\dot{y}(t) = v(t) \Rightarrow y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(r)\,dr$$

Med $t_0 = kh$ och $t = kh+h$ fås:

$$\underline{\underline{y(kh+h)}} = y(kh) + \int_{kh}^{kh+h} v(r)\,dr =$$

$$= y(kh) + \int_{kh}^{kh+\tau} u(kh-h)\,dr + \int_{kh+\tau}^{kh+h} u(kh)\,dr =$$

$$= \underline{\underline{y(kh) + \tau \cdot u(kh-h) + (h-\tau) \cdot u(kh)}}$$

$\Rightarrow a_1 = 1 \ , \ a_i = 0$ för $i \geq 2$

$b_1 = \tau \ , \ b_2 = h - \tau$

$b_i = 0$ för $i \geq 3$