**CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA**
**INSTITUTIONEN FÖR SIGNALER OCH SYSTEM**
**Avd för reglerteknik**

# Tentamen i Reglerteknik för F 2

(Kurs nr ERE 091)
torsdagen den 19 augusti 1999.

**Tid:** Kl 14.15-18.15 **Lokal:** mg

**Lärare:** Claës Lindeborg, tel Chalmers 3719.

**Poängberäkning:** Tentamen består av 8 uppgifter om totalt 30 poäng. För betygen tre, fyra och fem krävs 12, 18 respektive 24 poäng.

**Lösningar** anslås den 20 augusti på institutionens anslagstavla.

**Tentamensresultaten** anslås senast den **7 september** på institutionens anslagstavla.

**Granskning** av rättning sker den **7 och 8 september** kl 12.30 - 13.15 på institutionen.

**Tillåtna hjälpmedel:**
Valfri kalkylator, dock ej portföljdator
Standardtabeller typ TEFYMA och Beta
Formelsamling i reglerteknik
Bodediagram

**OBS!**
Iakttag granskningstiderna! Kommer du senare mottages endast skriftliga klagomål mot rättningen. Sådana skriftliga klagomål måste inlämnas **senast två veckor** efter gransknings-dagarna.

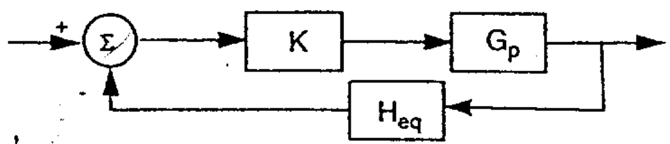
LYCKA TILL!

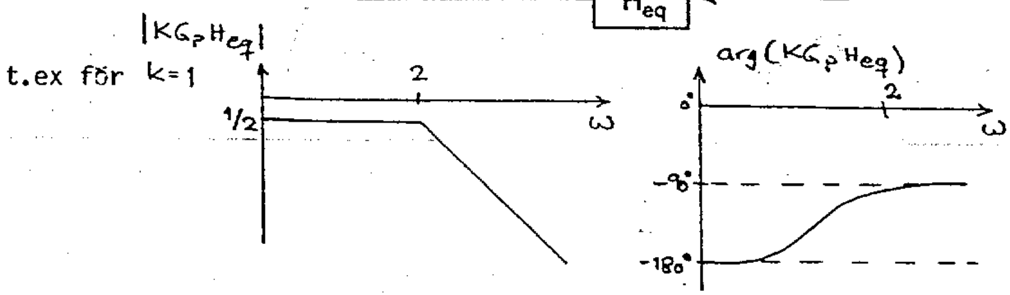
1. Tidsfunktionen $x(t)$ har Laplacetransformen $x(s) = \dfrac{3}{s^2 + 9}$ .

Uppgift: Beräkna $x(t)$ då $t \to \infty$ .

(1 p)

2. c) Kretsöverföringen för reglersystemet enl figur har ett Bode-diagram enl nedan. Man kan (med viss svårighet) av fas- och amplitudkurvorna dra slutsatsen att kretsöverföringen $K \cdot G_p \cdot H_{eq}$ har en pol i högra halvplanet. Bestäm för vilka K-värden systemet är stabilt.



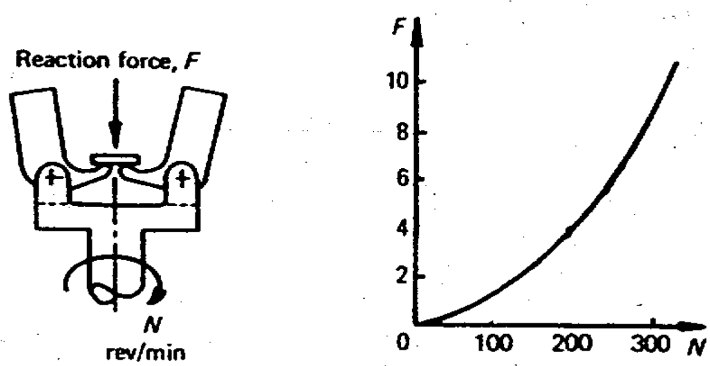

(2 p)

3. Figuren visar en modern version av centrifugalregulatorn.

Det gäller: $F = K \cdot N^2$ (kraft)

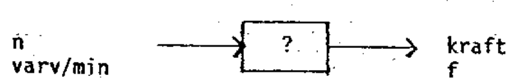
$K = \dfrac{1}{10\,000}$ (en konstant)

$N$ = varv/minut




Flyweight governor with force–speed relationship

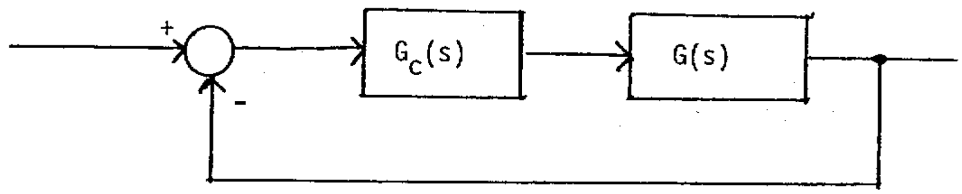
a) Linjärisera kring arbetspunkten $N = 200$ .




(2 p)

b) Antag anordningen körs med hastigheten 250 varv/min. Hur stort fel (räknat i kraft) uppstår på grund av lineariseringen?

4.




Ett system $G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$ skall regleras så att följande krav uppfylles:

A. Hastighetsfelkonstanten $K_1 = 20\ sek^{-1}$

B. Fasmarginalen $\geq$ $50^o$

C. Amplitudmarginalen $\geq$ $10\ dB$

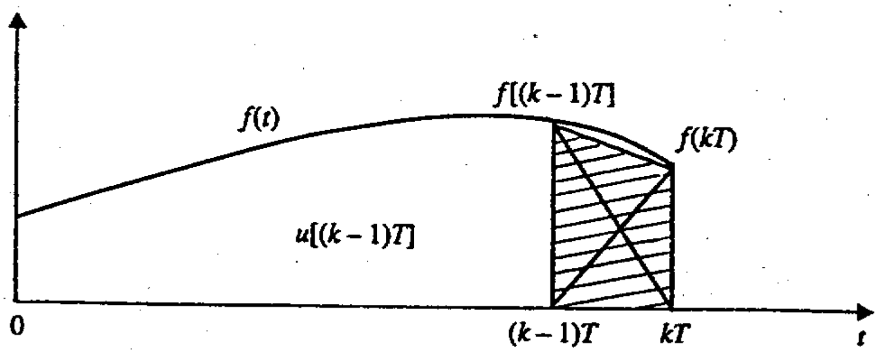
Uppgift: Sök $G_c(s)$ (5 p)

Ledning:

**Tabell 6.2 Statiska fel hos reglerkretsar av typ 0, 1 och 2 vid olika insignal (börvärdesvariation).**

| Insignal \ Typsiffra | $m=0$ | $m=1$ | $m=2$ |
|---|---|---|---|
| Steg $\sigma(t)$ | $\frac{1}{1+K_0}$ | 0 | 0 |
| Ramp $t$ | $\infty$ | $\frac{1}{K_1}$ | 0 |
| Parabel $t^2/2$ | $\infty$ | $\infty$ | $\frac{1}{K_2}$ |

5. En metod att beräkna integralen av en funktion f(t) är att approximera ytan mellan två samplingar med en trapetsoid (streckad yta).




Låt u(kT) beteckna det approximerade värdet av

$$\int_0^{kT} f(t)\,dt .$$

Uppgift: Beräkna överföringsfunktionen $G_I(z) = U(z)/F(z)$ för denna typ av integrator.

(3 p)

6. En process G(s) innehållande en dödtid skall regleras (styckvis konstanta styrningar).

Samplingsintervall = 5 sek.

$$G(s) = \frac{2 \cdot e^{-10\,s}}{1 + 20\,s}$$

a) Bestäm processens överföringsfunktion $H(z)$ .

(2 p)

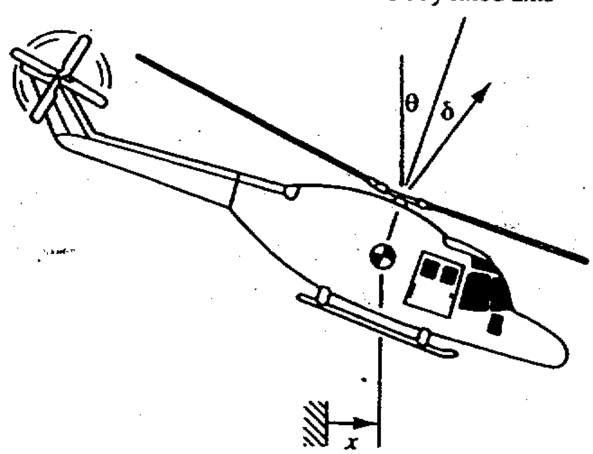
b) Dimensionera en regulator. Det slutna systemet skall ha en pol i 0.5 och de övriga två = 0. Beräkna kvarstående felet vid enhetssteg i process-störningen $V$ .

(3 p)

**7.** En modell för en helikopters lutningsvinkel (pitch) $\theta$ vid justering av rotorvinkeln $\delta$ är:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -\sigma_1 \dfrac{d\theta}{dt} - \alpha_1 \dfrac{dx}{dt} + n\,\delta \\[2ex] \dfrac{d^2x}{dt^2} = g\,\theta - \alpha_2 \dfrac{d\theta}{dt} - \sigma_2 \dfrac{dx}{dt} + g\,\delta \end{cases}$$

Här är x den horizontella rörelsen och $\sigma_1$, $\sigma_2$, $\alpha_1$, $\alpha_2$, $n$ och $g$ är konstanter.




Helicopter pitch angle, $\theta$, control.

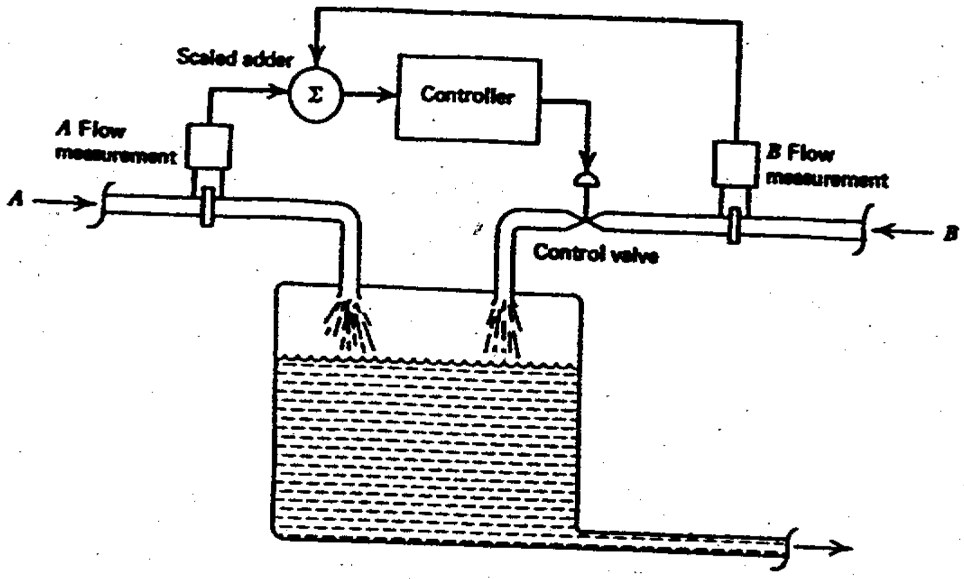
a) Tag fram överföringsfunktionen $\frac{\theta(s)}{\delta(s)}$. (3 p)

b) Välj tillståndsvariabler och skriv modellen ovan på formen

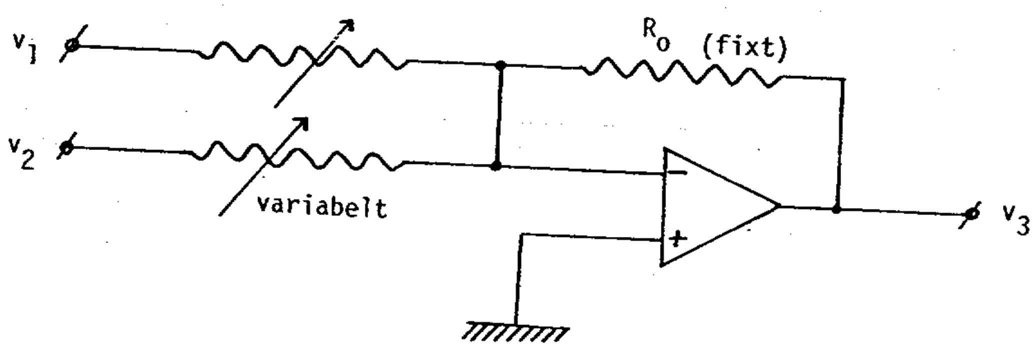
$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad \text{där } y = \theta .$$ (3 p)

8.

Figuren föreställer ett blandningskar för två komponenter *A* och *B*. Båda flödena mätes och bildar insignaler till en enhet ($\Sigma$ i fig.), som skall konstrueras. Enhetens utsignal skall bilda insignal till regulatorn (controller). Dess utsignal styr ventilen för flöde *B* så att en viss, specificerad kvot mellan flöde *A* och *B* upprätthålles. Båda flödesmätarna ger en utsignal (0-5 volt) som är proportionell mot flödet.




Uppgift:
Konstruera enheten $\Sigma$ med hjälp av ett antal operationsförstärkarkretsar enligt fig.




Ett korrekt svar skall innehålla kopplingsschema samt värden på de ingående resistanserna (inställningarna).

Krav: 1) Flöde *A* skall vara 3,5 ggr större än *B*;

2) Insignalen till regulatorn skall vara noll vid det korrekta flödesförhållandet.

(5 p)

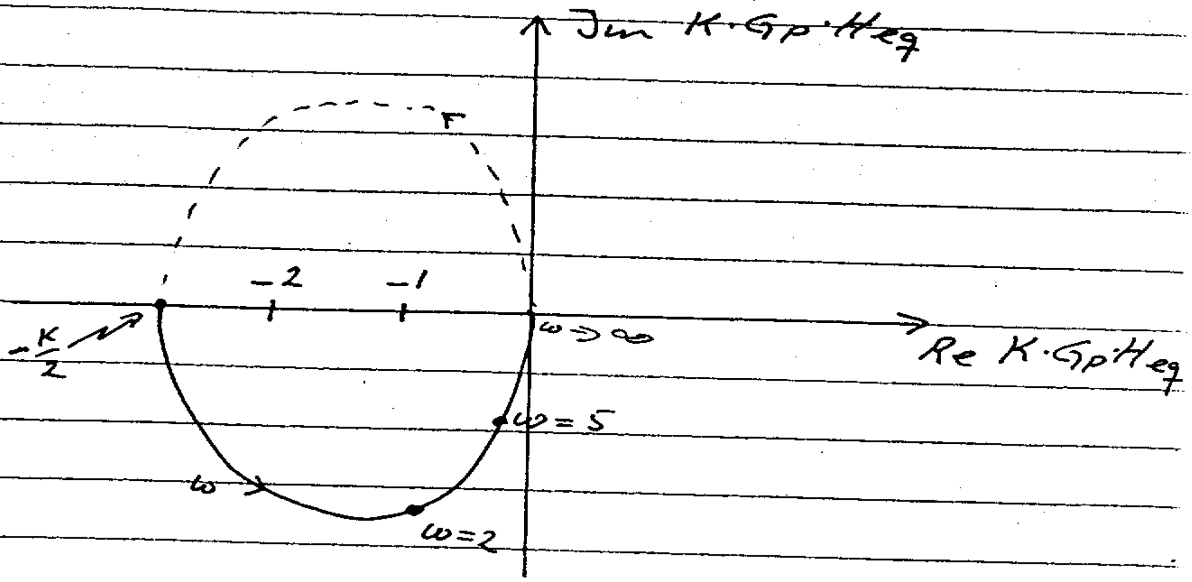
Lösning till tentamen i Reglerteknik för F2 19/8 1999

1) Slutvärdessatsen ger en falsk lösning (=0) eftersom $\lim_{t \to \infty} X(t)$ ej existerar

X(t) är en sinusfunktion och saknar gränsvärde då $t \to \infty$

2) Tillämpa Nyquists fullständiga stab. krit (FS sid. 15)

$N = Z - P$ Här är $P = 1$ enligt teorem




$Z = N + P$ skall undersökas

För $K > 2$ fås 1 neg. omslutning av $(-1;0)$

$\Rightarrow Z = -1 + 1 = 0$ dvs. inga poler i HHP för kar. ekv. Stabilt!

För $K < 2$ fås inga omslutningar

$\Rightarrow Z = 0 + 1 = 1$ Instabilt!

3/

$F = K \cdot N^2$ ett icke linjärt samband

Linjärisera kring arbetspunkten $F_0$ och $N_0$

$$\begin{cases} F = F_0 + f \\ N = N_0 + n \end{cases}$$ Taylorutveckling: $$\begin{cases} N_0 = 200 \\ F_0 = \frac{200^2}{10000} = 4 \end{cases}$$

$$F = F_0 + \left.\frac{dF}{dN}\right|_{N=N_0} + \text{högre ordn. termer} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f \approx 2KN\Big|_{N=200} = \frac{2 \cdot 200}{10000} = \frac{1}{25}$$ Svar: $n \longrightarrow \boxed{\frac{1}{25}} \xrightarrow{f}$

b) $f = 50 \frac{1}{25} = 2 \Rightarrow F_{lin} = F_0 + 2 = 4 + 2 = 6{,}00$

$F_{olin} = \frac{250^2}{10000} = 6{,}25$ Svar: $6{,}25 - 6{,}00 = 0{,}25$ förläggande

---

5)

$$u(kT) = u((k-1)T) + \frac{T}{2} \cdot \left[ f(kT) + f((k-1)T) \right]$$

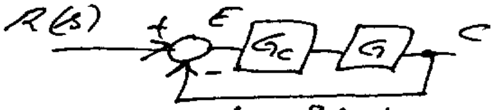
Z-transformera tidsserien!

$$U(z) = U(z) \cdot z^{-1} + \frac{T}{2} F(z) + \frac{T}{2} F(z) \cdot z^{-1}$$ eller

$$U(z)\left[1 - z^{-1}\right] = \frac{T}{2} F(z) \left[1 + z^{-1}\right] \Rightarrow$$

$$G_I(z) = \frac{U(z)}{F(z)} = \frac{T}{2} \cdot \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$$ Svar

Enl. Tab. 6.2 fås för Typ 1-system vid rampsignal ett kvarstående fel $\frac{1}{K_1}$. Med ett filter $G_c(s)$ utan integration blir $G_c \cdot G$ av Typ 1




enhetsåterkoppling

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c \cdot G}{1+G_c \cdot G} \Rightarrow \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G_c \cdot G}$$

Slutvärdessatsen:

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1+G_c \cdot G} =$$

$$= \lim_{s \to 0} \frac{1/s}{1+G_c \cdot G} = \frac{1}{K_c \cdot K_G} = \frac{1}{K_1}$$

där $\begin{cases} K_c = \lim_{s \to 0} G_c(s) \\ K_G = \lim_{s \to 0} G^*(s) \end{cases}$ $G^*$ utan $\frac{1}{s}$ faktorn

Nu är: $K_G = \lim_{s \to 0} \frac{4}{s+2} = 2$

Vid filter av typ $G_R(s) = K \cdot G_{LEAD}$ är LF-asympt. $= 1$ för $G_{LEAD}$ (F.S. sid 19)

$\therefore \frac{1}{K_c \cdot 2} = \frac{1}{20} \Rightarrow K_c = 10$ dvs $G_c \cdot G$ skall ha LF-asympt. $\frac{20}{s}$ i Bode-diagr.

$K_c = K$ sid 19

Lägg till termen $\frac{2}{1+s/2}$ och rita in, dvs processen $G(s)$ plus den statiska delen av $G_c$. Avläs marginaler!

$$\begin{cases} \varphi_m = 17^\circ & \text{(för liten)} \\ A_m = \infty & \text{OK!} \end{cases}$$

För att öka $\varphi_m$ kan man sänka först. men det får vi inte för LF-kravet. Välj därför en leadlänk som ökar fasen vid medelhöga frekv. men ingen förstärkning vid låga. F.S. sid 19. Då vi får en oönskad förstärkning vid centerfrekv. lägger vi till en extra marginal vid max. faslyft (vid centerfrekv. $\omega_g$). Den nya överkorsningsfrekvensen kommer att ligga något till höger om den gamla.

Välj max. faslyft vid $\omega = 9$

$50 - 17$ plus $5^\circ$ är $38^\circ \Rightarrow b = 4,2$ (F.S. sid 20)

(forts.)

4 poäng

$$\omega_f = 9 = \sqrt{4{,}2}/T_d \Rightarrow T_d = 0{,}2277$$

$$\therefore \quad G_{LEAD}(s) = \frac{1 + s \cdot 0{,}2277}{1 + s\frac{0{,}2277}{4{,}2}} = \frac{1 + \frac{s}{4{,}4}}{1 + \frac{s}{18{,}5}}$$

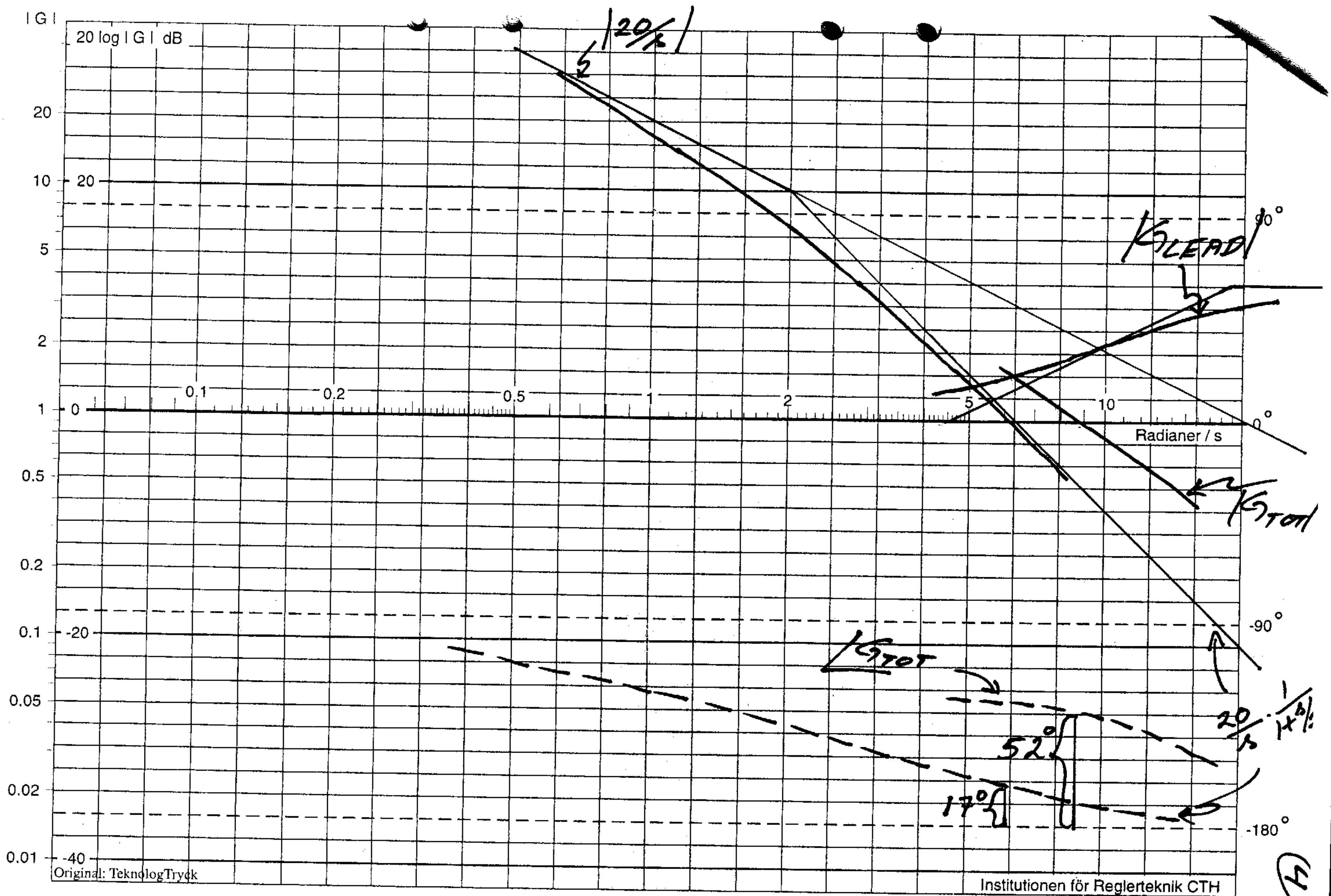
Rita in filtret i diag.

$$G_{TOT} = 10 \cdot G_{LEAD}(s) \cdot G(s)$$

Avläs $\varphi_m = 50°$

Vi har nu uppfyllt alla kraven!

$$\begin{cases} \varphi_m = 50° \\ A_m = \infty \\ K_1 = 20 \text{ sek}^{-1} \end{cases}$$



|G|
20 log |G| dB
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
-40
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
Radianer / s
90°
0°
-90°
-180°
|20/s|
|G_LEAD|
|G_TOT|
∠G_TOT
20/s · 1/(1+s/...)
52°
17°
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH


4

6a/ Formelsamlingen sid 24 nr 1

Här är:

$$G(s) = \frac{2 \cdot e^{-10s}}{20(s+\frac{1}{20})}$$

$K = 2/20 = 0,1$

$a = 1/20$

$\Rightarrow a \cdot h = 0,25$

Fördröjningen $\frac{10}{5} = 2$ sampel

Alltså

$$H(z) = \frac{0,1}{\frac{1}{20}} \cdot \frac{1-e^{-0,25}}{z-e^{-0,25}} \cdot z^{-2} =$$

$$= \frac{0,442 \cdot z^{-2}}{z - 0,779} \quad \text{SVAR}$$

b/ $H(z)$ kan skrivas $\frac{b \cdot z^{-3}}{1+az^{-1}}$

$$\left.\begin{array}{l} n_c = n_B - 1 = 3-1 = 2 \\ n_D = n_A - 1 = 1-1 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{grad } P = n_A + n_C = 3$$

$$\therefore \left.\begin{array}{l} C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} \\ D(z) = d_0 \end{array}\right\}$$

$$P(z) = AC + BD = (1+az^{-1}) \cdot (1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}) + b \cdot z^{-3} \cdot d_0 =$$

$$= 1 + (a+c_1)z^{-1} + (c_2 + ac_1)z^{-2} + (ac_2 + bd_0)z^{-3}$$

Sätt nu $P(z) = (1 - \underset{\uparrow\, 0,5}{q_1} \cdot z^{-1}) \cdot (1 - \underset{\uparrow\, 0}{q_2} \cdot z^{-2})(1 - \underset{\uparrow\, 0}{q_3} \cdot z^{-2}) =$

$= 1 - q_1 z^{-1}$

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1-q_1}{b} = 1,131$$

Identifiera!

$$\left.\begin{array}{l} a + c_1 = -q_1 \\ c_2 + ac_1 = 0 \\ ac_2 + bd_0 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} c_1 = 0,279 \\ c_2 = 0,217 \\ d_0 = 0,383 \end{array}\right\}$$

↑ SVAR

Kvarstående fel: $\frac{B(1)C(1)}{P(1)} =$

$$= \frac{b(1 + c_1 + c_2)}{1 - 0,5} = \underline{\underline{1,32}}$$

SVAR

Laplacetransform[illegible]

$$\begin{cases} s^2\theta = -\sigma_1 s\theta - \alpha_1 s x + n\delta \\ s^2 x = g\theta - \alpha_2 s\theta - \sigma_2 s x + g\delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} (s^2+\sigma_1 s)\theta = -\alpha_1 s x + n\delta \\ (s+\sigma_2) s x = (g-\alpha_2 s)\theta + g\delta \end{cases}$$

Eliminera $x$!

$$(s^2+\sigma_1 s)\theta = -\alpha \frac{(g-\alpha_2 s)\theta + g\delta}{(s+\sigma_2)} + n\delta;$$ eller

$$(s^2+\sigma_1 s)(s+\sigma_2)\theta = -\alpha_1(g-\alpha_2 s)\theta - \alpha_1 g\delta + (s+\sigma_2)n\delta;$$

$$(s^3+\sigma_1 s^2+\sigma_2 s^2+\sigma_1\sigma_2 s)\theta + (g-\alpha_2 s)\alpha_1\theta =$$

$$= sn\delta + \sigma_2 n\delta - \alpha_1 g\delta;$$

<u>Svar:</u> $$\frac{\theta(s)}{\delta(s)} = \frac{sn+\sigma_2 n - \alpha_1 g}{s^3+(\sigma_1+\sigma_2)s^2+(\sigma_1\sigma_2-\alpha_1\alpha_2)s+g\alpha_1};$$

b) Välj $\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = \dot\theta \\ x_3 = \dot x \end{cases}$ samt styrningen $u = \delta$

(då $x$-variabeln endast förekommer som derivata)

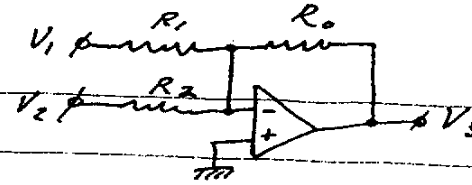
Enligt texten: $y = \theta$ dvs. $= x_1$

$$\begin{cases} \dot x_1 = x_2 \\ \dot x_2 = -\sigma_1 x_2 - \alpha_1 x_3 + nu \\ \dot x_3 = g x_1 - \alpha_2 x_2 - \sigma_2 x_3 + gu \end{cases}$$

<u>Svar:</u> $$\begin{bmatrix} \dot x_1 \\ \dot x_2 \\ \dot x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sigma_1 & -\alpha_1 \\ g & -\alpha_2 & -\sigma_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ n \\ g \end{bmatrix} u;$$ samt

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

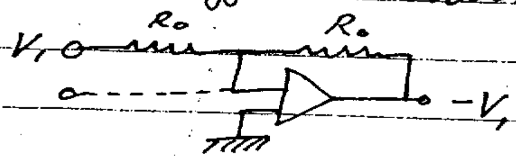
8/ För OP-förstärkaren gäller:



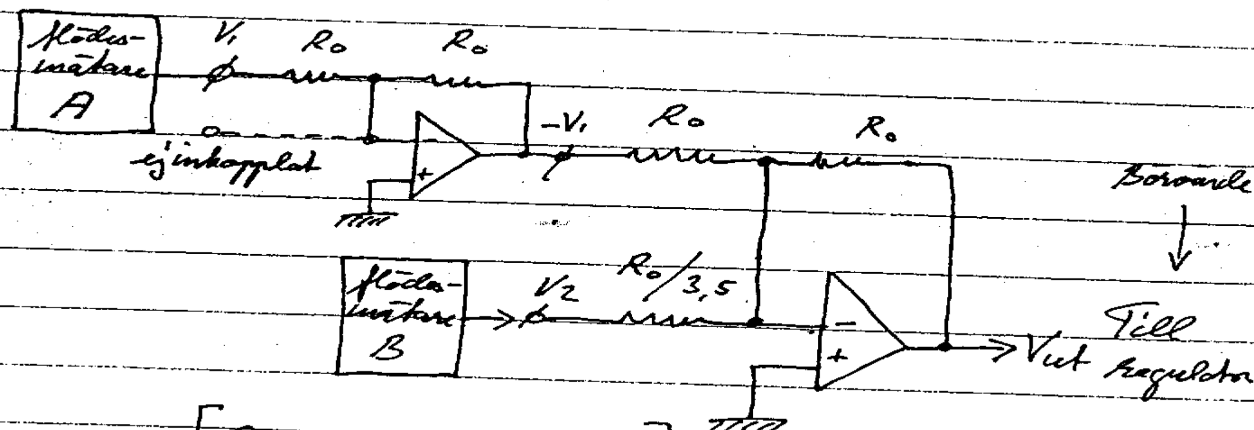

$$V_3 = -\left[\frac{R_0}{R_1}V_1 + \frac{R_0}{R_2}V_2\right]$$

Krav: $V_3 = 0$ vid balans (= rätt kvot) $\Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = -\frac{V_2}{R_2}$ eller $\frac{V_1}{V_2} = -\frac{R_1}{R_2}$

Denna kvot skall vara $+3,5$ ; Låt $R_1$ vara $= R_0$ och $R_2 = R_0/3,5$ samt lägg in en inverterare för t.ex. $V_1$




Svar:




$$V_{ut} = -\left[\frac{R_0}{R_0}\cdot(-V_1) + \frac{R_0}{R_0/3,5}\cdot V_2\right] = V_1 - 3,5V_2$$

Test av kraven: $V_{ut} = 0$ för $V_1 = 3,5V_2$ dvs. flöde A = $3,5 \times$ flöde B

Då $V_1 \neq 3,5V_2$ uppstår en felsignal som via regulatorn justerar flöde B med ventilen. Här sätts börvärdet för regulatorn (controller i fig) = 0 och börkvoten (här 3,5/1) justeras med potentiometer $R_2$