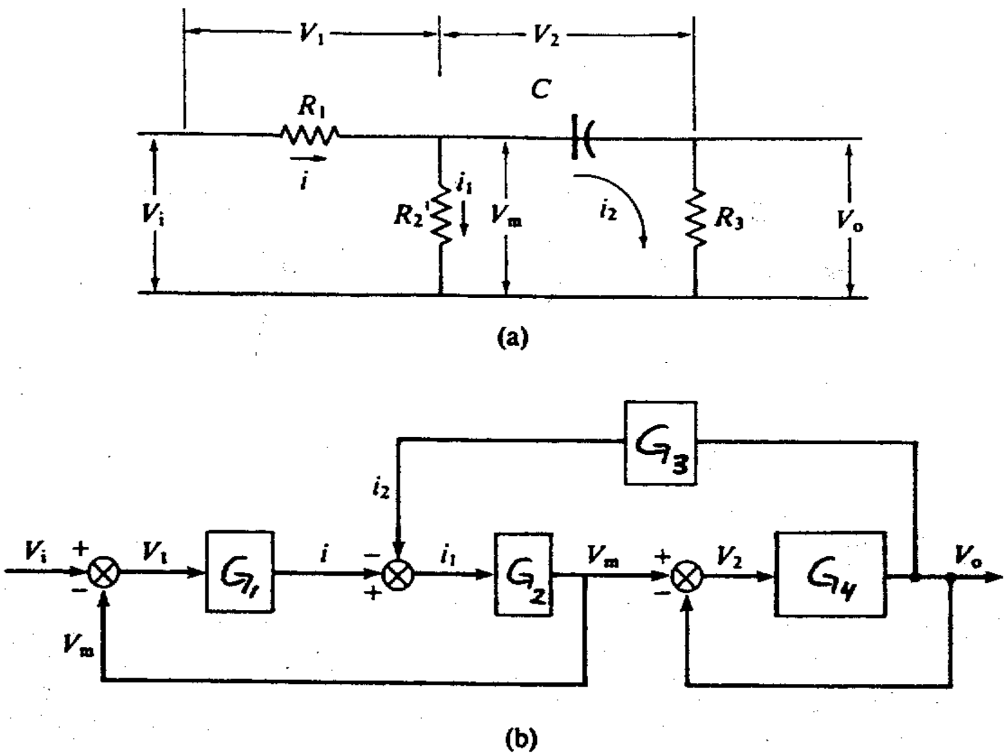
2.

En elektrisk RC-krets (a) skall beskrivas med hjälp av blockschema (b).



A two stage RC circuit (a) and block diagram (b).

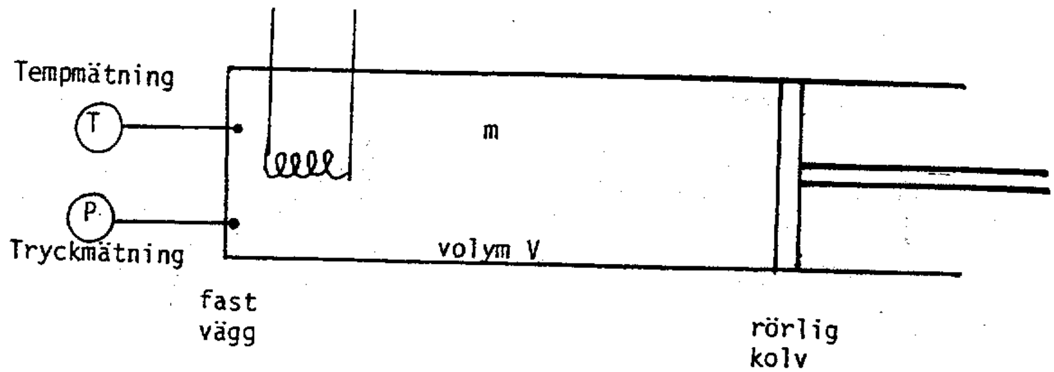
Uppgift:

a) Ange överföringsfunktionerna $G_1(s)$ till $G_4(s)$. (2 p)

b) Reducera blockschemat och ange överföringsfunktionen $V_o(s)/V_i(s)$. (3 p)

3.

En gasmassa *(m)* är innesluten i en cylinder. Allmänna gaslagen (ideal gas law) kan anses gälla.



Man vill nu styra trycket genom att variera temperaturen T och volymen V.

Uppgift: Ange ett linjärt samband mellan trycket och styrstorheterna T och V. Låt P_0; T_0 och V_0 beteckna arbetspunkten X_0.

(3 p)

4.

För att utröna en reglerkomponents frekvenskaraktäristik genomfördes ett försök där insignalen utgjordes av en frekvensserie enligt tabell (f i Hz). Amplitudförstärkning och fasvridning för utsignalen uppmättes.

Table. ***Experimental Frequency Response Data***

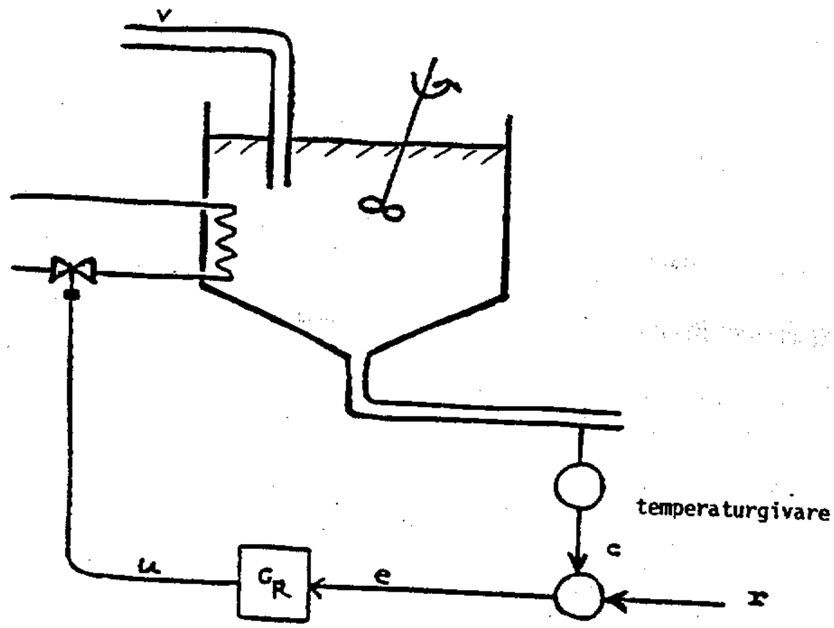
f	ω	Gain (dB)	Phase Shift (deg)
60	377	−7.75	−155
50	314	−4.3	−150
40	251	−0.2	−145
35	219	0.75	−140
25	157	5.16	−135
20	126	7.97	−120
16	100	10.5	−110
10	63	15.0	−100
7	44	16.9	−85
2.5	16	20.4	−45
1.3	8	21.6	−30
0.22	1.38	24.0	−5
0.16	1.0	24.1	0

Uppgift: Ange en approximativ överföringsfunktion för komponenten.

(3 p)

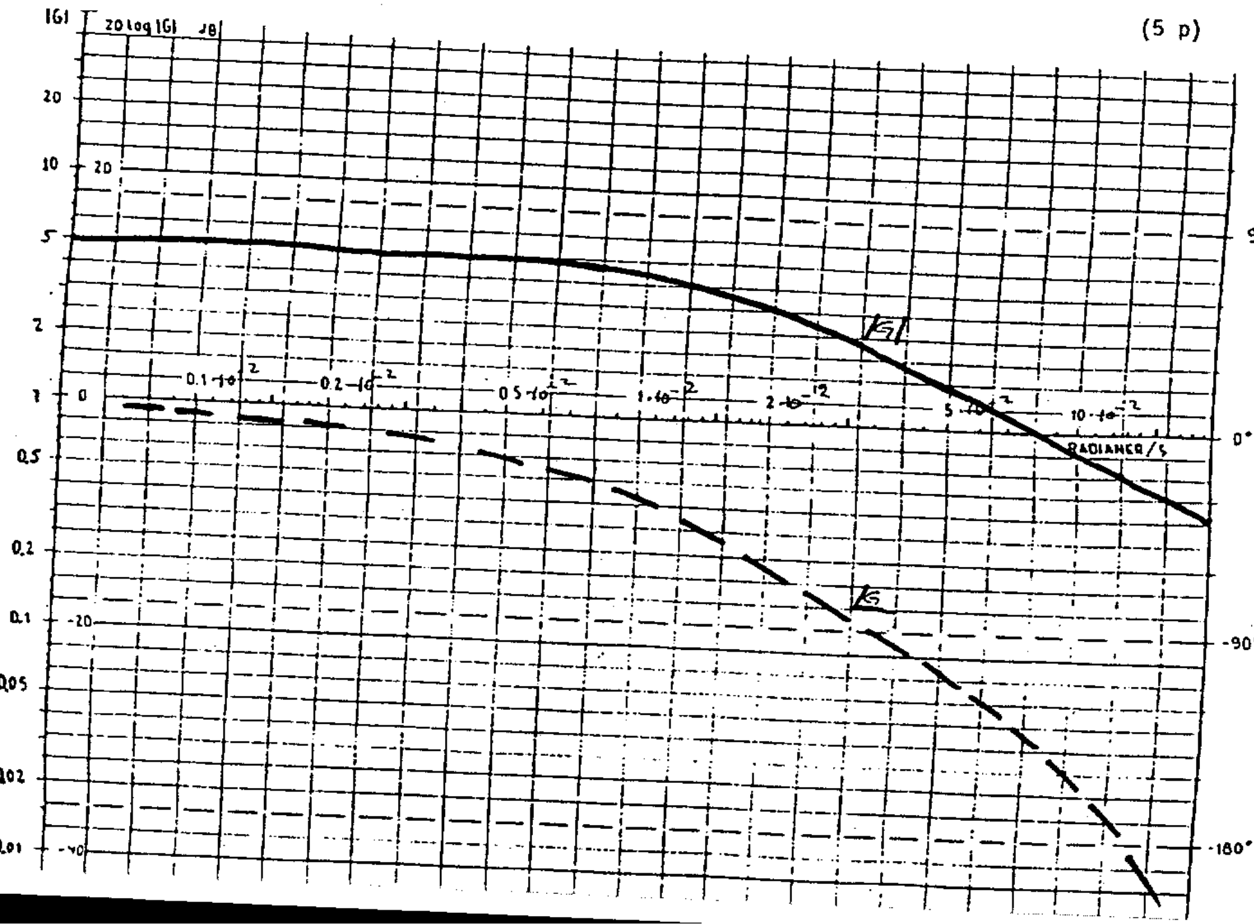
5. En behållare med konstant volym vatten och ett konstant genomflöde innehåller en värmeslinga för reglering av temperaturen c i utflödet. Temperaturen i inflödet är en störning i systemet och betecknas v.

Överföringsfunktionen från u till c har bestämts experimentellt och resultatet finns i form av bifogade frekvenskurvor. Frekvensaxeln är graderad i rad/sek, men en övergång till rad/min kan vara praktisk, då exempelvis kravet på ω_c är givet i rad/min.



__Uppgift:__ Dimensionera en regulator G_R, som styr värmeslingans effekt. Regulatorn skall kompensera stegstörningar så att kvarstående fel undviks. Kravet är också att skärfrekvensen ω_c skall vara $\geq$ 6 rad/min och att fasmarginalen skall vara $\geq 45^0$

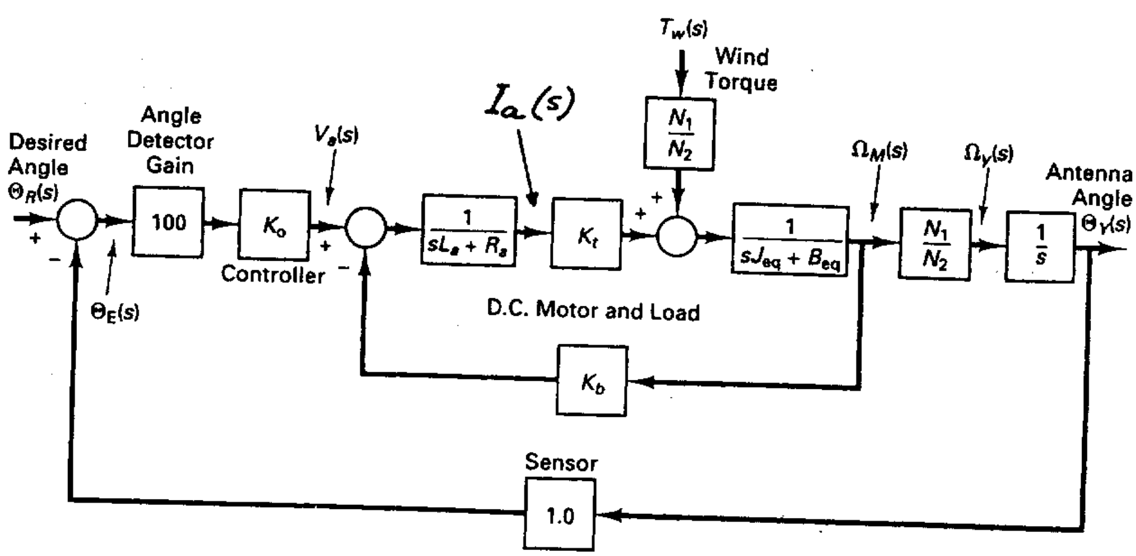
(5 p)



6.

Figuren visar ett reglersystem för inriktningen av en antenn innehållande en permanentmagnetiserad DC-motor.

Referensvärde	$\Theta_R(s)$	
Antennvinkel	$\Theta_Y(s)$	$\theta_Y(t)$
Styrspänning	$V_a(s)$	
Vindstörning, moment	$T_W(s)$	$t_W(t)$
Vinkelhastighet för motorn	$\Omega_M(s)$	$\omega_M(t)$
Vinkelhastighet för antennen efter utväxlingen	$\Omega_Y(s)$	$\omega_Y(t)$
Motorparametrar	L_a och R_a	
Belastningsparametrar	J_{eq} och B_{eq}	
Utväxlingsförhållande	N_1/N_2	
Vinkelfel	$\Theta_E(s)$	$\theta_E(t)$
Motorström	$I_a(s)$	$i_a(t)$
Förstärkningar	K_o, K_t och K_b	



forts tal 6 ->

Forts tal 6.

Uppgift:

Beskriv systemet på tillståndsform.

Tillståndsvariabler: i_a, ω_M och θ_Y

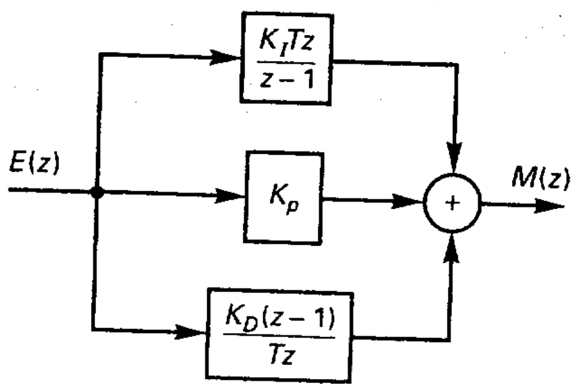
Utsignaler: θ_E och ω_Y

Insignaler: θ_R och $t_W(t)$

(5 p)

7.

Figuren visar en tidsdiskret PID-regulator. K_I, T, K_P och K_D är parametrar.



Uppgift:

Visa hur en dator skall beräkna styrsignalserien m(k) med hjälp av felsignalserien e(k). Svaret skall ges i form av en differensekvation:

m(k) = ...

(3 p)

8.

Ett mekaniskt system med insignalen u(t) och utsignalen y(t) kan approximativt beskrivas av differentialekvationen

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{du}{dt} + u$$

a) Systemet samplas med samplingstiden h. Visa att motsvarande samplade överföringsfunktion blir

$$H(z) = \frac{(h^2/2+h)z + h^2/2 - h}{(z-1)^2}$$ (2 p)

(styckvis konstant styrning)

b) En polplaceringsregulator sådan att samtliga poler läggs i origo, skall bestämmas för systemet ovan. Regulatorn skall **inte** vara integrerande!

Ställ upp det ekvationssystem, vars lösning ger koefficienterna i polynomen C(z) och D(z). **OBS!** Ekvationssystemet skall **inte** lösas! Visa hur regulatorparametrarna kan beräknas. (3 p)

Lösning till tentamen i Reglerteknik för F2 15/12-98

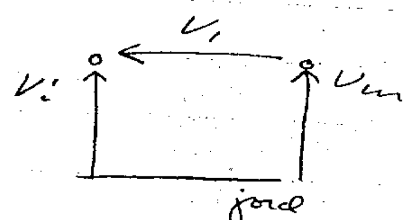
Många fysikaliska system har icke-minfasegenskaper. Som exempel kan vi betrakta ett flygplan enligt figur 5.36, där styrsignalen är ...

... först nedåt och sedan uppåt. Om man beräknar överföringsfunktionen från roderutslag till tyngdpunktsläge, hittar man mycket riktigt ett nollställe i höger halvplan.

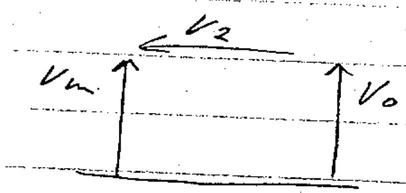
1/ SVAR

2/ $V_1 = i \cdot R_1$ samt $V_1(s) \cdot G_1(s) = i(s) \Rightarrow G_1(s) = \frac{1}{R_1}$

$$i_2 \cdot \frac{V_2}{\frac{1}{sC}} = \frac{V_0}{R_3} \Rightarrow \frac{V_0(s)}{V_2(s)} = G_4 = sR_3C$$



$V_i - V_m = V_1$ dvs. den vänstra summationspunkten



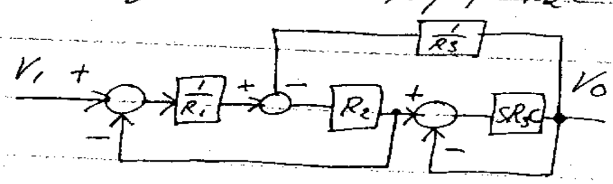
$V_m - V_0 = V_2$ dvs. den högra summationspunkten

$V_0 = i_2 \cdot R_3$ och $i_2(s) = V_0(s) \cdot G_3(s) \Rightarrow G_3(s) = \frac{1}{R_3}$

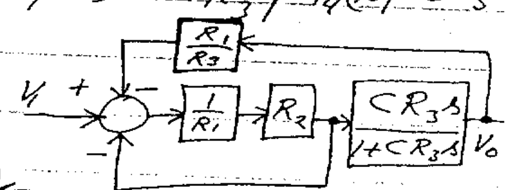
$V_m = R_2 \cdot i_1$ och $i_1(s) \cdot G_2(s) = V_m \Rightarrow G_2(s) = R_2$

Den mellersta summationspunkten har dimension ström $i = i_1 + i_2 \Rightarrow i_1 = i - i_2$

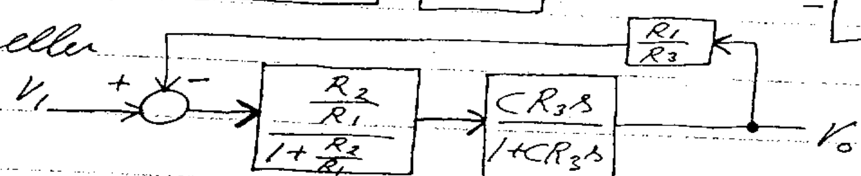
Svar: a) $G_1(s) = \frac{1}{R_1}$; $G_2(s) = R_2$; $G_3(s) = \frac{1}{R_3}$; $G_4(s) = sR_3C$



eller



eller



$$\therefore \frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \frac{\frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{CR_3s}{1+CR_3s}}{1 + \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{CR_3s}{1+CR_3s} \cdot \frac{R_1}{R_3}} =$$

$$\frac{R_2R_3Cs}{(R_1+R_2)(1+CR_3s)+R_1R_2Cs} = \frac{R_2R_3Cs}{sR_1C(R_3+R_2)+sCR_2R_3+R_1R_2}$$

SVAR

3/ Allmänna gaslagen $\underset{\text{tryck}}{P}\,\underset{\text{volym}}{V} = \underset{\text{ant. mol}}{n}\,\underset{\text{gaskonstant}}{R}\,\underset{\text{temp }(^\circ K)}{T}$

(en konstant för en viss gasmängd)

eller $P = \underbrace{nR}_{\text{en konstant}} \dfrac{T}{V}$

Sätt $\begin{cases} \delta p = P - P_0 \\ \delta T = T - T_0 \\ \delta V = V - V_0 \end{cases}$

Serieutveckla! $P \approx P_0 + \dfrac{\partial P}{\partial T}\Big|_{X_0} \underbrace{(T-T_0)}_{\delta T} + \dfrac{\partial P}{\partial V}\Big|_{X_0} \underbrace{(V-V_0)}_{\delta V}$ (+ termer av högre ordn.)

där $P_0 = nR\dfrac{T_0}{V_0}$

Här är $\dfrac{\partial P}{\partial T} = nR\cdot\dfrac{1}{V}$ samt $\dfrac{\partial P}{\partial V} = nR\cdot\dfrac{-T}{V^2}$

$\therefore\ \delta p = P - P_0 \approx nR\cdot\dfrac{1}{V_0}\cdot\delta T + nR\cdot\dfrac{-T_0}{V_0^2}\,\delta V$

<u>Svar:</u> $\delta P = \dfrac{nR}{V_0}\cdot\delta T - nR\dfrac{T_0}{V_0^2}\cdot\delta V$

4) Fas- och amplitudkarakteristiken ritas i ett Bode-diagram ——— $|G|$ och $\angle G$

Man inser att $G(s)$ har formen $\dfrac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$

$G(s) \to 16$ $(=K)$ då $\omega \to 0$

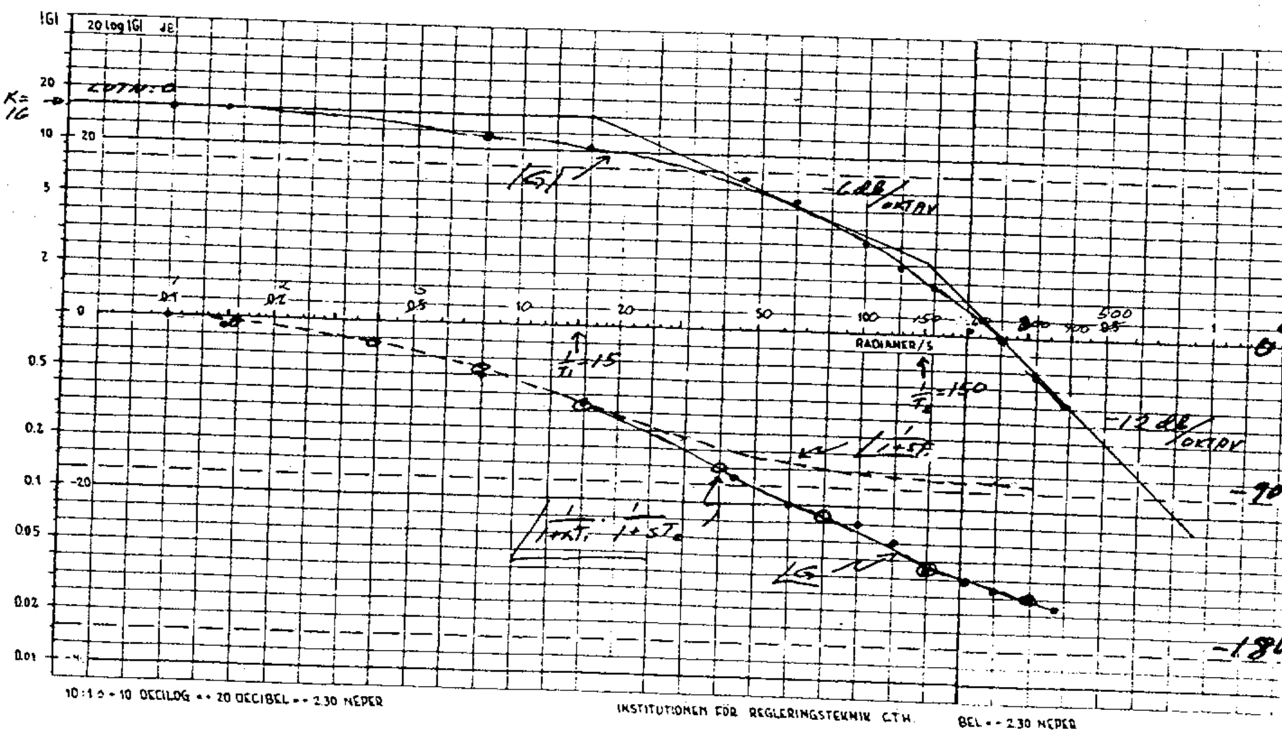
Vidare $\angle G(s) \to 0$ då $\omega \to 0$ dvs. ingen integration

$|G(s)|$ har asymptoter med lutningar -6 och -12 dB/oktav

Man avläser $\frac{1}{T_1} \approx 15$ samt $\frac{1}{T_2} \approx 150$

Vi ritar $\angle \frac{1}{1+sT_1} \cdot \frac{1}{1+sT_2}$ och finner god överensstämmelse med $\angle G(s)$ (ingen transportfördröjning)

Svar: $\dfrac{16}{(1+s \cdot 0{,}066)(1+s \cdot 0{,}0066)}$



5) Krav (i) $e(\infty) = 0$ vid StegStörn (I-verkan)

(ii) $\omega_c = 6$ rad/min $= 10 \cdot 10^{-2}$ rad/sek

(iii) $\varphi_m = 45°$

Enl Bode $G_p(j\omega)$

$$|G_p(j6)| = 0{,}8$$

$$\angle G_p(j6) = -150$$

Dvs. Vi måste lyfta fasen $\Rightarrow$ lead

Ans Reg

$$G_R = K \cdot \left(\frac{1}{T_i s}(T_i s + 1)\right)\left(\frac{1}{\sqrt{b}} \frac{1 + T_d s}{1 + \frac{T_d}{b} s}\right)$$

Om vi använder $\frac{1}{T_i} = 0{,}2\,\omega_c$ & $\omega_c = \frac{\sqrt{b}}{T_d}$ ÖVN. BOKEN SID. 119

- Kan vi sätta $K = \frac{1}{|G_p(j\omega_c)|} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$

- Vi måste lyfta fasen $15° + 10°$ ($10°$ för PI-reg)

FS $\Rightarrow \varphi_{max} = 25° \Rightarrow b = 2{,}5$

- $T_d = \frac{\sqrt{b}}{\omega_c} = \frac{\sqrt{2{,}5}}{6} = 0{,}264$

- $T_i = \frac{1}{0{,}2\,\omega_c} = \frac{1}{0{,}2 \cdot 6} = 0{,}833$

$$G_R = \frac{1{,}25}{0{,}833\ s} \frac{1}{\sqrt{2{,}5}} \frac{(1 + 0{,}83 \cdot s)(1 + 0{,}264 \cdot s)}{\left(1 + \frac{0{,}264}{2{,}5} \cdot s\right)} =$$

$$= \frac{0{,}95}{s} \frac{(1 + 0{,}83 \cdot s)(1 + 0{,}264 \cdot s)}{(1 + 0{,}106 \cdot s)}$$

"MINUTSKALA" på parametrarna

Vill du rita in G_R i Bode-diagr. ersätt alla s med $s/60$ i $G_p \cdot G_R$ visar då $\omega_c = 10 \cdot 10^{-2}$ rad/sek och pavillkoret uppfyllt

6 poäng

Utsignalerna: $\theta_E = \theta_R - \theta_Y$ eller $y_1 = -x_3 + u_1$

$\omega_Y = \frac{N_1}{N_2}\omega_M$ eller $y_2 = \frac{N_1}{N_2} x_2$

I matrisform:

SVAR

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} & -\frac{100K_0}{L_a} \\ \frac{K_t}{J_{eq}} & -\frac{B_{eq}}{J_{eq}} & 0 \\ & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{100K_0}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{N_1}{N_2 \cdot J_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{N_1}{N_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

6 / Sätt $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega_M \\ \theta_Y \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_R \\ A_W \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_E \\ \omega_Y \end{bmatrix}$;

Det gäller nu att teckna tillståndsvariablernas 1:a-derivator

$$\left[V_a(s) - K_b \cdot \Omega_M(s)\right] \frac{1}{sL_a + R_a} = I_a(s) \quad \text{eller}$$

$$L_a \cdot \dot{i}_a + R_a \cdot i_a = v_a - K_b \cdot \omega_M \qquad \text{i tidsform}$$

beg. v. $\equiv 0$

eliminera v_a ! $\qquad v_a \cdot \frac{1}{100K_0} = \theta_R - \theta_Y$

$$\therefore \underset{\dot{x}_1}{\dot{i}_a} = -\frac{R_a}{L_a} \cdot \underset{x_1}{i_a} + \frac{1}{L_a}\left[100K_0 \cdot \underset{u_1}{\theta_R} - 100K_0 \cdot \underset{x_3}{\theta_Y}\right] - \frac{K_b}{L_a}\underset{x_2}{\omega_M};$$

$$\dot{x}_1 = -\frac{R_a}{L_a} \cdot x_1 - \frac{K_b}{L_a} x_2 - \frac{100K_0}{L_a} x_3 + \frac{100K_0}{L_0} u_1;$$

Vidare:
$$\left[I_a(s) \cdot K_t + T_W \cdot \frac{N_1}{N_2}\right] \frac{1}{sJ_{eq} + B_{eq}} = \Omega_M(s)$$

eller
$$i_a \cdot K_t + A_W \cdot \frac{N_1}{N_2} = J_{eq} \cdot \dot{\omega}_M + B_{eq} \cdot \omega_M$$

$$\underset{\dot{x}_2}{\dot{\omega}_M} = \underset{x_1}{i_a} \cdot \frac{K_t}{J_{eq}} + \underset{u_2}{A_W} \cdot \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{1}{J_{eq}} - \frac{B_{eq}}{J_{eq}} \underset{x_2}{\omega_M}$$

$$\therefore \dot{x}_2 = \frac{K_t}{J_{eq}} \cdot x_1 - \frac{B_{eq}}{J_{eq}} \cdot x_2 + \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{1}{J_{eq}} \cdot u_2 \, ;$$

Vidare $\quad \Theta_Y(s) = \Omega_M(s) \cdot \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{1}{s} \qquad$ eller

$$\dot{\theta}_Y = \frac{N_1}{N_2} \cdot \omega_M \Rightarrow \dot{x}_3 = \frac{N_1}{N_2} \cdot x_2$$

(forts.)

7/ Metod: Teckna utsignalen $M(z)$ som funktion av felsignalen $E(z)$. Teckna sedan motsvarande tidsseriesrelationer och ombilda till formen $m(k) = \ldots$

$$M(z) = E(z) \cdot \Big[\underbrace{K_P + \frac{K_I \cdot T \cdot z}{z-1} + \frac{K_D (z-1)}{T z}}_{\text{gör liknämnigt}} \Big]$$

$$M(z) \cdot (z-1) = E(z) \cdot K_P \cdot (z-1) + E(z) \cdot K_I \cdot T \cdot z + $$

$$+ \frac{K_D}{T} \cdot z^{-1} \cdot (z-1)^2 \cdot E(z)$$

$$M(z) \cdot z - M(z) = E(z) \cdot K_P \cdot z - E(z) \cdot K_P + E(z) \cdot K_I \cdot T \cdot z +$$

$$+ \frac{K_D}{T} \cdot z^{-1} (z^2 - 2z + 1) \cdot E(z) \Rightarrow$$

z är här skiftoperator

$$m(k+1) - m(k) = K_P \cdot e(k+1) - K_P \cdot e(k) + K_I \cdot T \cdot e(k+1) +$$

$$+ \frac{K_D}{T} e(k+1) - \frac{K_D}{T} \cdot 2 \cdot e(k) + \frac{K_D}{T} \cdot e(k-1)$$

$$m(k+1) - m(k) = e(k+1) \cdot \Big[K_P + K_I \cdot T + \frac{K_D}{T} \Big] -$$

$$- e(k) \cdot \Big[K_P + \frac{K_D}{T} \cdot 2 \Big] + e(k-1) \cdot \frac{K_D}{T}$$

Isolera $m(k)$! Då $m(k)$ inte kan bero av en senare storhet ($m(k+1)$ och $e(k+1)$) skiftar vi hela uttrycket ett steg i tiden

SVAR:

$$m(k) = m(k-1) + e(k) \Big[K_P + K_I \cdot T + \frac{K_D}{T} \Big] -$$

$$- e(k-1) \Big[K_P + \frac{K_D}{T} \cdot 2 \Big] + e(k-2) \cdot \frac{K_D}{T}$$

$$\ddot{y}(t) = \dot{u}(t) + u(t) \Rightarrow s^2 Y(s) = sU(s) + U(s)$$

$$\therefore \quad G(s) = \frac{s+1}{s^2} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3}\right\} =$$

$$= t + t^2/2;$$

$$H(z) = (1 - z^{-1})\,\mathcal{Z}\{kh + (kh)^2/2\} =$$

$$= (1-z^{-1})h\,\mathcal{Z}\{k\} + (1-z^{-1})\frac{h^2}{2}\mathcal{Z}\{k^2\} = \{\text{FS sid } \cancel{49}\ 23\}$$

$$= \frac{z-1}{z}\left\{\frac{h^2}{2}\cdot\frac{z(z+1)}{(z-1)^3} + h\frac{z}{(z-1)^2}\right\} = \frac{h^2}{2}\cdot\frac{z+1}{(z-1)^2} +$$

$$+ h\frac{1}{z-1} = \frac{h^2/2\,(z+1) + h(z-1)}{(z-1)^2},$$ vilket är den eftersträvade SVAR

4.b) $$H(z) = \frac{\alpha z^{-1} + \beta z^{-2}}{(1-z^{-1})^2} = \frac{B(z)}{A(z)} \qquad \begin{cases} \alpha = h^2/2 + h \\ \beta = h^2/2 - h \end{cases}$$

$$n_A = n_B = 2$$

Utan integralverkan:

$$n_C = n_B - 1 = 1$$
$$n_D = n_A - 1 = 1$$
$$n_P = n_A + n_B - 1 = 3$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1}, \quad D(z) = d_0 + d_1 z^{-1}$$

$$P(z) = (1 - q_1 z^{-1})(1 - q_2 z^{-1})(1 - q_3 z^{-1}) \equiv 1 \quad (\text{Ty } q_i = 0)$$

Identitet: $A(z)C(z) + B(z)D(z) \equiv P(z)$

$$(1 - 2z^{-1} + z^{-2})(1 + c_1 z^{-1}) + (\alpha z^{-1} + \beta z^{-2})(d_0 + d_1 z^{-1}) \equiv 1$$

$$1 + c_1 z^{-1} - 2z^{-1} - 2c_1 z^{-2} + z^{-2} + c_1 z^{-3} +$$

$$+ \alpha d_0 z^{-1} + \alpha d_1 z^{-2} + \beta d_0 z^{-2} + \beta d_1 z^{-3} \equiv 1$$

$$1 \equiv \underbrace{(c_1 - 2 + \alpha d_0)}_{=0} z^{-1} + \underbrace{(-2c_1 + 1 + \alpha d_1 + \beta d_0)}_{=0} z^{-2} + \underbrace{(c_1 + \beta d_1)}_{=0} z^{-3}$$

<u>Svar</u>

$$\begin{cases} c_1 + \alpha d_0 = 2 \\ 2c_1 - \beta d_0 - \alpha d_1 = 1 \\ c_1 + \beta d_1 = 0 \end{cases}$$

eller:

$$\begin{cases} c_1 + \left(\frac{h^2}{2} + h\right) d_0 = 2 \\ 2c_1 - \left(\frac{h^2}{2} - h\right) d_0 - \left(\frac{h^2}{2} + h\right) d_1 = 1 \\ c_1 + \left(\frac{h^2}{2} - h\right) d_1 = 0 \end{cases}$$

Alternativuppgift för M3/I3

9) De motriktade krafterna till f är

från accelerationen $M\ddot{x}$

från fjädrarna $k_1 \cdot x + k_2 \cdot x$ OBS! dessa krafter är riktade att samma håll!

från stötdämparen $B \cdot \dot{x}$

från friktionen $M \cdot g \cdot \mu_k$ där $g = 9{,}81$

- Alltså: $f = M\ddot{x} + k_1 \cdot x + k_2 \cdot x + B\dot{x} + \mu_k \cdot Mg$

- Laplacetransformera (systemet är i vila):

$$F(s) = M \cdot s^2 \cdot X + (k_1 + k_2)X(s) + B \cdot s \cdot X + \mu_k \cdot M \cdot g \cdot \frac{1}{s}$$

eller

$$X(s)\left[Ms^2 + (k_1 + k_2) + Bs\right] = F(s) - \mu_k Mg\frac{1}{s}$$

Då $F(s)$ = steg med höjden A fås

$$X(s) = \frac{(A - \mu_k \cdot M \cdot g)}{s(Ms^2 + Bs + k_1 + k_2)}$$

SVAR a)

b) Kritisk dämpning uppstår då nämnarens 2:agradsuttryck har lika (reella) rötter

$$r_{1,2} = -\frac{B}{2M} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4M^2} - \frac{(k_1 + k_2)}{M}} = -\frac{B}{2M} \pm \frac{1}{2M}\sqrt{B^2 - 4(k_1 + k_2)M}$$

Med insatta värden: $B^2 - 4\overset{M}{\smile}(k_1 + k_2) = 0 \Rightarrow$

$$B^2 - 20(4+3) = 0 \text{ eller } B^2 = (\pm)\,140 = (11{,}83)^2$$

Svar: $B = 11{,}83$

9c) Då vätskan i mellantanken stiger över en viss nivå stänger flottören flödet från den översta tanken. Nivån är alltså reglerad (återkopplad). En reglerad nivå är villkoret för flödet genom den lilla öppningen ned mot den undre tanken. Denna mäter alltså tiden genom en ren integrering.

Med den nya tanken är den översta nivån högre under den första dygnshalvan. Ett större tryck mot flottörens ovansida ger en något högre balansnivå för mellantanken. Detta ger något högre flöde till den undre tanken. Det råder likartade förhållanden under den sista dygnshalvan för de båda tanktyperna.

SVAR: NF