CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik för F2

(Kurs nr ERE 091)

Tisdagen den 16 december 1997.

Tid: Kl 14.15-18.15 Lokal: mn

Lärare: Claës Lindeborg, tel Chalmers 3719.

Poängberäkning: Tentamen består av 8 uppgifter om totalt 30 poäng. För betygen tre, fyra och fem krävs 12, 18 respektive 24 poäng.

Lösningar anslås den 17 december på institutionens anslagstavla.

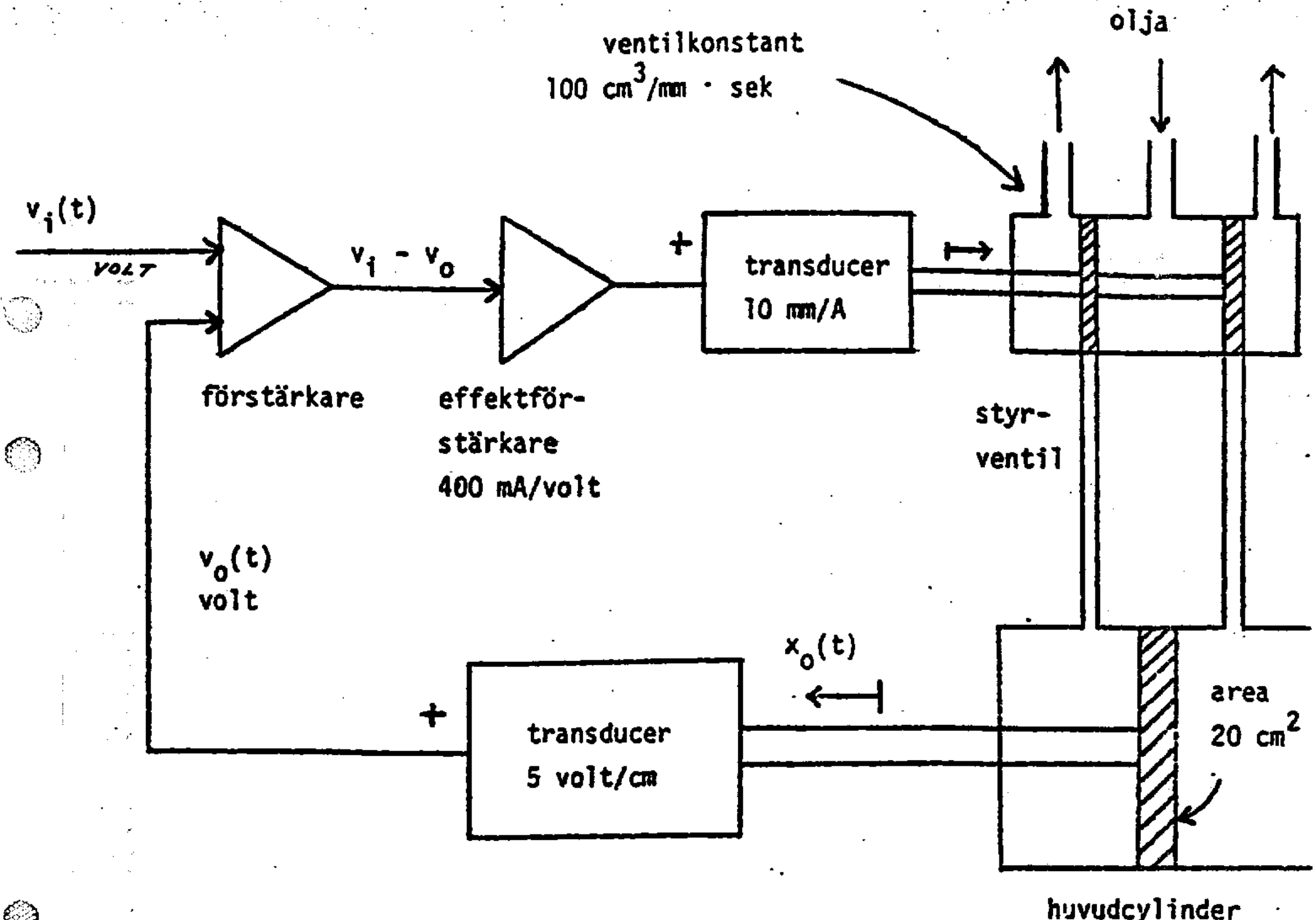
Tentamensresultaten anslås senast den **12 januari** på institutionens anslagstavla.

Granskning av rättning sker den **12 och 13 januari** kl 12.30 - 13.15 på institutionen.

Tillåtna hjälpmedel:
Valfri kalkylator, dock ej portföljdator
Standardtabeller typ TEFYMA och Beta
Formelsamling i reglerteknik
Bodediagram

LYCKA TILL!

1.



Figuren föreställer ett hydraulsystem med återföring. Pilen i anslutning till en transducer (omvandlare) innebär att en rörelse i pilens riktning ger en positiv utsignal respektive orsakas av en positiv insignal.

Förstärkarna ändrar ej tecken.

<u>Uppgift:</u> Beräkna överföringsfunktionen $\dfrac{X_o(s)}{V_i(s)}$

Systemets massor försummas.

Studera endast låga frekvenser, d v s flödet genom styrventilen är prop. mot slidens rörelse.

(3 p)

2.

En viss industriell process som styrs med en styckvis konstant insignal beskrivs med följande differensekvation då samplingsintervallet är $h = 2$ sekunder:

$$y(k) = 0{,}8465\ y(k-1) + 0{,}7676\ u(k-1)\ .$$

Hur ser motsvarande differensekvation ut om samplingsintervallet i stället är $h = 1$ sekund ?

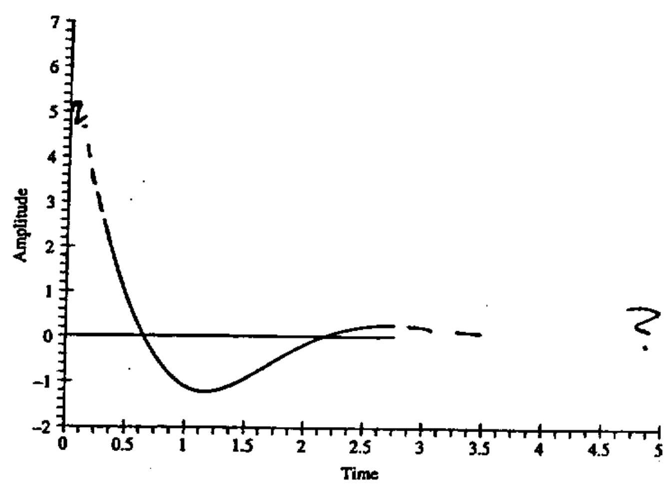
(3 p)

3.

Givet:

$$G(s) = \frac{7s^2 + 18s + 15}{(s+3)\ (s+1-j2)\ (s+1+j2)}$$

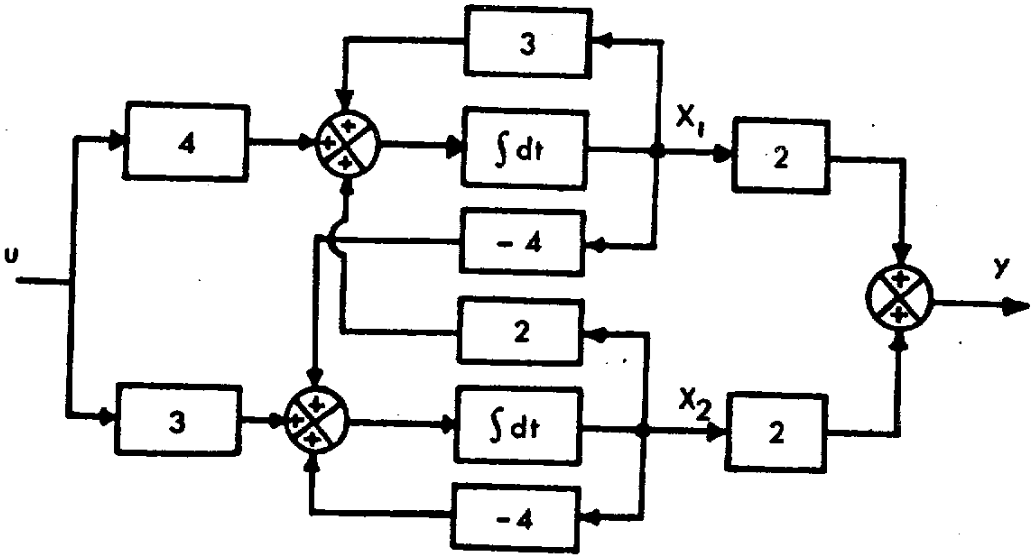
Figuren visar ett impulssvar av *G(s)* med början (*t= 0*) och slutet utelämnade.



Uppgift: Bestäm impulssvaret vid $t = 0^{+}$ och $t \to \infty$.

(2 p)

4.



Uppgift:

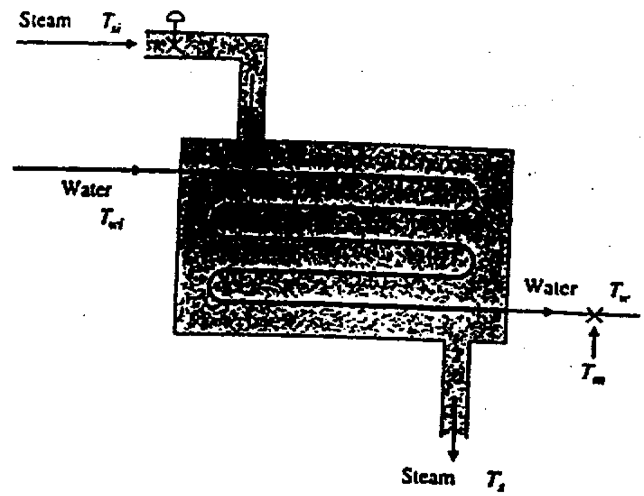
Bestäm överföringsfunktionen $Y(s)/U(s)$.

(4 p)

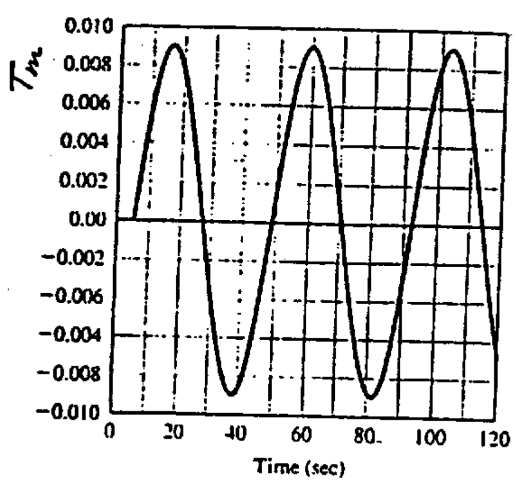
5.

A heat exchanger is shown in Fig. Steam enters the chamber through the controllable valve at the top, and cooler steam leaves at the bottom. There is a constant flow of water through the pipe that winds through the middle of the chamber so that it picks up heat from the steam. The sensor that measures the water outflow temperature, being downstream from the exit temperature in the pipe, lags the temperature by t_d seconds.

FIGURE
Heat exchanger
VÄRMEVÄXLARE



En PI-regulator kopplas nu in för att reglera det utgående vattnet med hjälp av ångan. Genom att störa systemet med enstaka korta pulser (inkommande ånga) då endast P-delen var inkopplad (först. = 15,3) erhölls nedanstående temperaturkurva.



forts. tal 5 →

Forts. tal 5.

Uppgift:

a)
Rita ett processtekniskt kopplingsschema över reglersystemet baserat på tentamens-tesens figur. Här skall även ingå: regulator, mätgivare, börvärde samt styrdon.

(1 p)

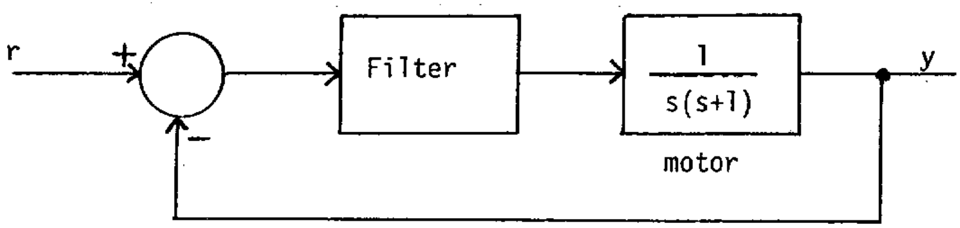
b)
Rita blockschema över systemet. Markera ev. störkällor samt fördröjningen t_d.

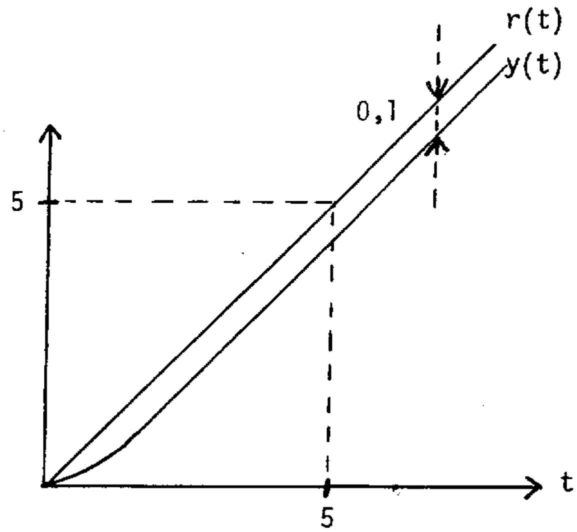
(1 p)

c)
Bestäm PI-regulatorns parametrar med Ziegler-Nichols metod.

(2 p)

6.





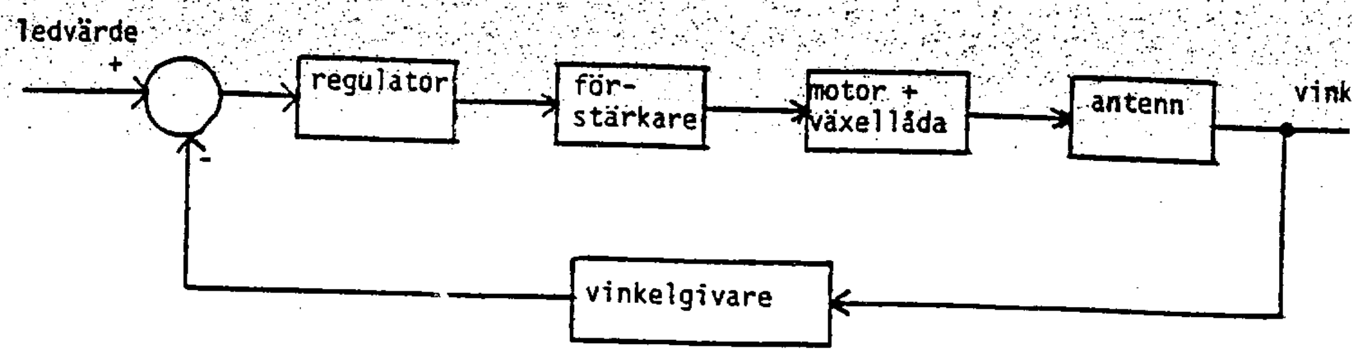
Finn ett filter så att reglersystemet har:

a) kvarstående fel = 0,1 vid insignal enligt figur.

b) fasmarginal $\geqslant 45^\circ$.

(5 p)

7. Ett servosystem för inriktning av en antennvinkel skall konstrueras.



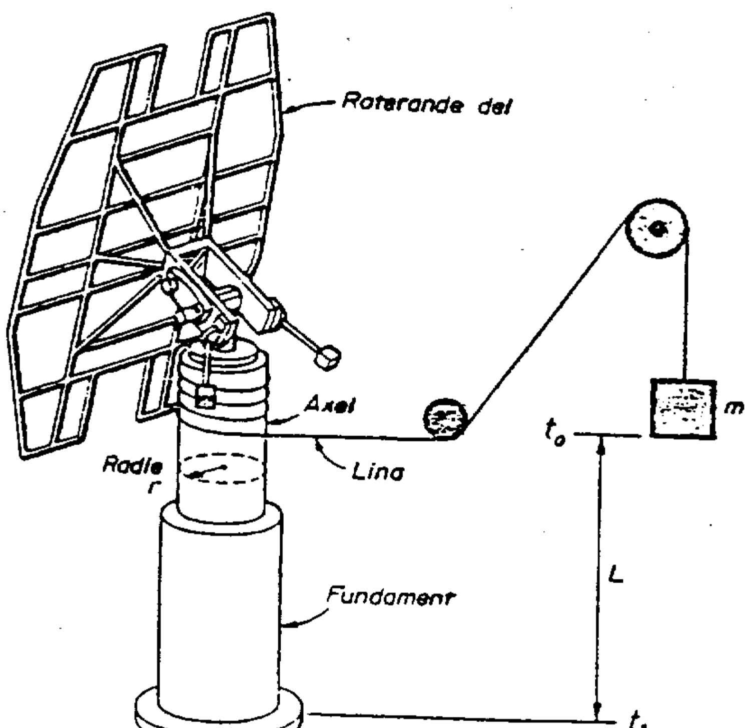
Antennsystemets tröghetsmoment (J) är då av primär betydelse. Nedanstående urklipp från en lärobok beskriver hur J experimentellt kan erhållas.

För rotationssystem gäller ekvationen

$$M = J\ddot{y} + f\dot{y}$$

där M = momentet, J = tröghetsmomentet, y = rotationsvinkeln och f = viskös friktion (f är för väl lagrade axlar ofta liten och kan därför försummas vid överslagsberäkningar). Om apparaten ifråga är komplicerad kan det vara svårt att teoretiskt beräkna J. Man kan då bestämma J med hjälp av följande mätning:

Runt den vridbara axeln fästs en lina som via lämpligt placerade block förbinds med en massa m. Om massan m vid tidpunkten t_0 befinner sig på avståndet L över marken och rotationssystemet är i vila, kan J bestämmas om man mäter tiden för massan m att nå mark = t_1. För att kunna beräkna J måste man känna radien r på axeln kring vilken linan är upprullad och höjden L. Beräkna J ur givna uppgifter.



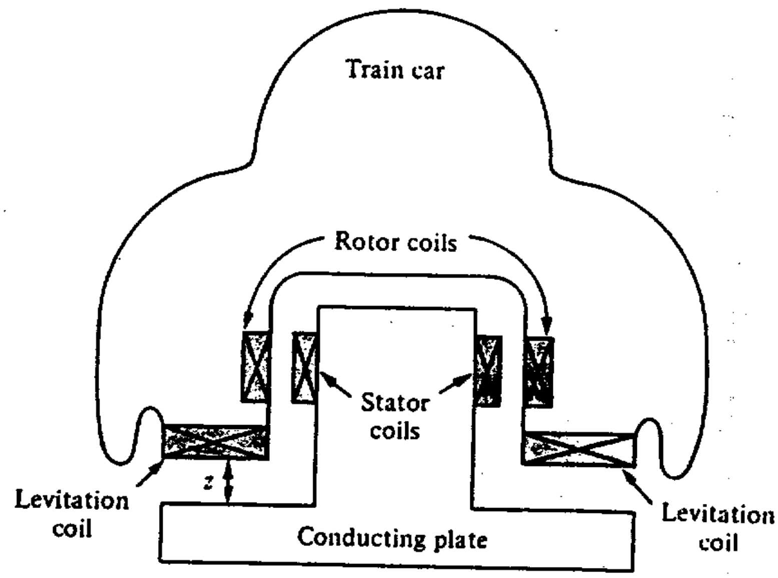
Uppgift: Härled en formel för beräkning av J . (Sätt $t_0 = 0$, $f = 0$) .

8.

Figuren visar genomskärningen av ett svävartåg med elektronmagnetisk driftsprincip. Vi är här intresserade av rörelsen i vertikalled. Tåget, med massan m, lyftes med hjälp av "svävarspolarna" (levitation coils). Lyftkraften F_L kan approximeras med

$$F_L = k\frac{i^2}{z^2}$$ där

i är strömmen genom spolsystemet
z är luftgapets storlek



Cutaway view of train.

Uppgift:

a) Ställ upp differentialekvationen för tågets rörelse i vertikalled.

(1 p)

b) Tag fram överföringsfunktionen $\left[\frac{\text{rörelse} \quad z}{\text{ström} \quad i}\right]$ genom att linearisera kring en arbetspunkt z_0 ; i_0. Vad har då k för värde?

(4 p)

Ledning:

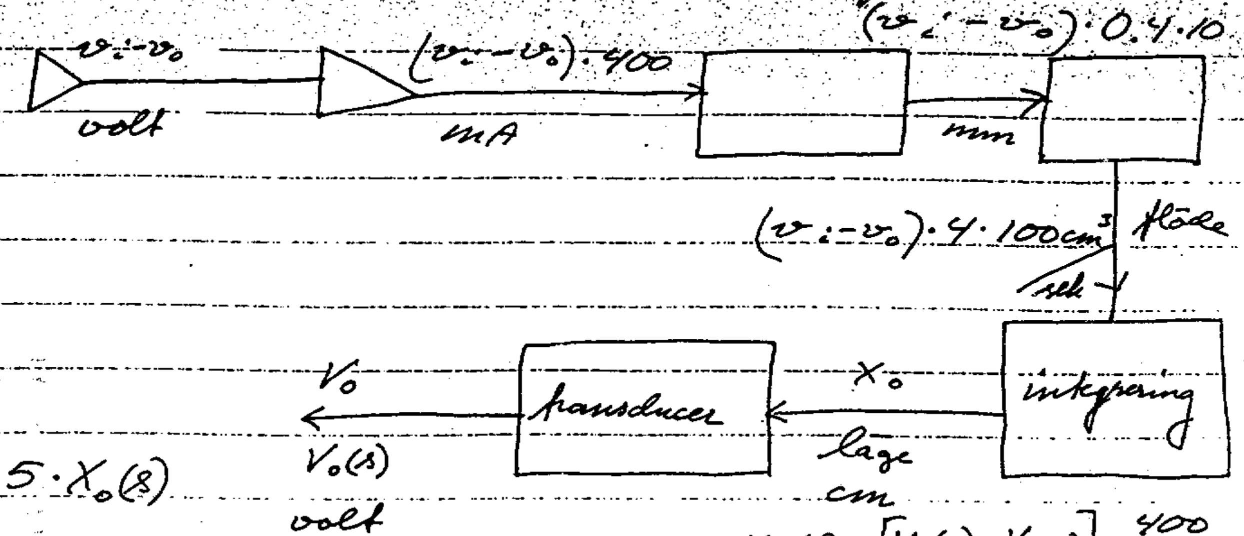
Om $X = X_0 + \Delta X$ där ΔX är en liten avvikelse gäller binominalserie-approximationerna

$$X^2 = (X_0 + \Delta X)^2 \approx X_0^{\,2}\left(1 + 2\frac{\Delta X}{X_0}\right) \quad \text{samt}$$

$$\frac{1}{X^2} \approx \frac{1}{X_0^{\,2}\left(1 + 2\frac{\Delta X}{X}\right)} \approx \frac{1}{X_0^{\,2}} \cdot \left(1 - 2\frac{\Delta X}{X_0}\right) .$$

Lösning till tentamen i Reglerteknik för F2, 16/12 - 97

Signalerna tecknas i olika delar av systemet



Här är

$V_0(s) = 5\cdot X_0(s)$

$$X_0(s) = [V_i(s) - V_0(s)]\cdot \frac{400}{20}\cdot\frac{1}{s}$$

$$\therefore [V_i(s) - 5\cdot X_0(s)]\cdot\frac{400}{20s} = X_0(s) \quad \text{eller}$$

$$V_i(s) - 5\cdot X_0(s) = X_0(s)\cdot\frac{s}{20} \Rightarrow \frac{X_0(s)}{V_i(s)} = \frac{20}{s+100}\ \mathrm{cm/volt}$$

SVAR:

3/

$$y_0 = y(0^+) = \lim_{s\to\infty} s\cdot 1\cdot G(s) = \lim_{s\to\infty}\frac{7s^3+18s^2+15s}{s^3 + \text{termer av lägre } s\text{-potens}} =$$

$$= \frac{7s^3}{s^3} = 7;$$

$$y_s = y(t\to\infty) = \lim_{s\to 0} s\cdot 1\cdot G(s) = \lim_{s\to 0}\frac{7s^3+18s^2+15s}{s\text{-termer} + \text{konst}} = 0$$

Stabilt system då alla rötterna till kar. ekv. har neg. realdel

Svar: $\begin{cases} y_0 = 7 \\ y_s = 0 \end{cases}$

2 / Differensekv. kan skrivas:

$$Y(z) = 0{,}8465 \cdot z^{-1} \cdot Y(z) + 0{,}7676 \cdot U(z) \cdot z^{-1}$$ eller

$$H(z) = \frac{0{,}7676}{z - 0{,}8465};$$ dvs formen $\frac{K}{a} \cdot \frac{1 - e^{-ah}}{z - e^{-ah}}$

(formelsaml. sid 24)

Här är $e^{-ah} = 0{,}8465$ för $h = 2$ $\Rightarrow$

$-a \cdot 2 = \ln 0{,}8465 \Rightarrow a = 0{,}0833$; $h = 1 \Rightarrow e^{-0{,}0833 \cdot 1} = 0{,}9201$

Vidare $\frac{K}{a}(1 - e^{-ah}) = 0{,}7676$ för $h = 2 \Rightarrow$

$$\frac{K}{a} = \frac{0{,}7676}{1 - 0{,}8465} = 5{,}000$$

$\therefore \frac{K}{a}(1 - e^{-ah})$ för $h = 1$: $5(1 - 0{,}9201) = 0{,}40$

$\therefore H(z)$ för $h = 1$: $\frac{0{,}40}{z - 0{,}9201}$ eller

$$y(k) = 0{,}92 \cdot y(k-1) + 0{,}40\, u(k-1)$$ SVAR

4/ Via blockschemareduktion tex.
Denna lösning via tillståndsbeskrivning:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = 3X_1 + 2X_2 + 4u \\ \dot{X}_2 = -4X_1 - 4X_2 + 3u \end{cases} \qquad y = 2X_1 + 2X_2 \Rightarrow \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}; \qquad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}; \qquad F.S. \text{ sid. } 29 \Rightarrow$$

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s-3 & -2 \\ +4 & s+4 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

adj A

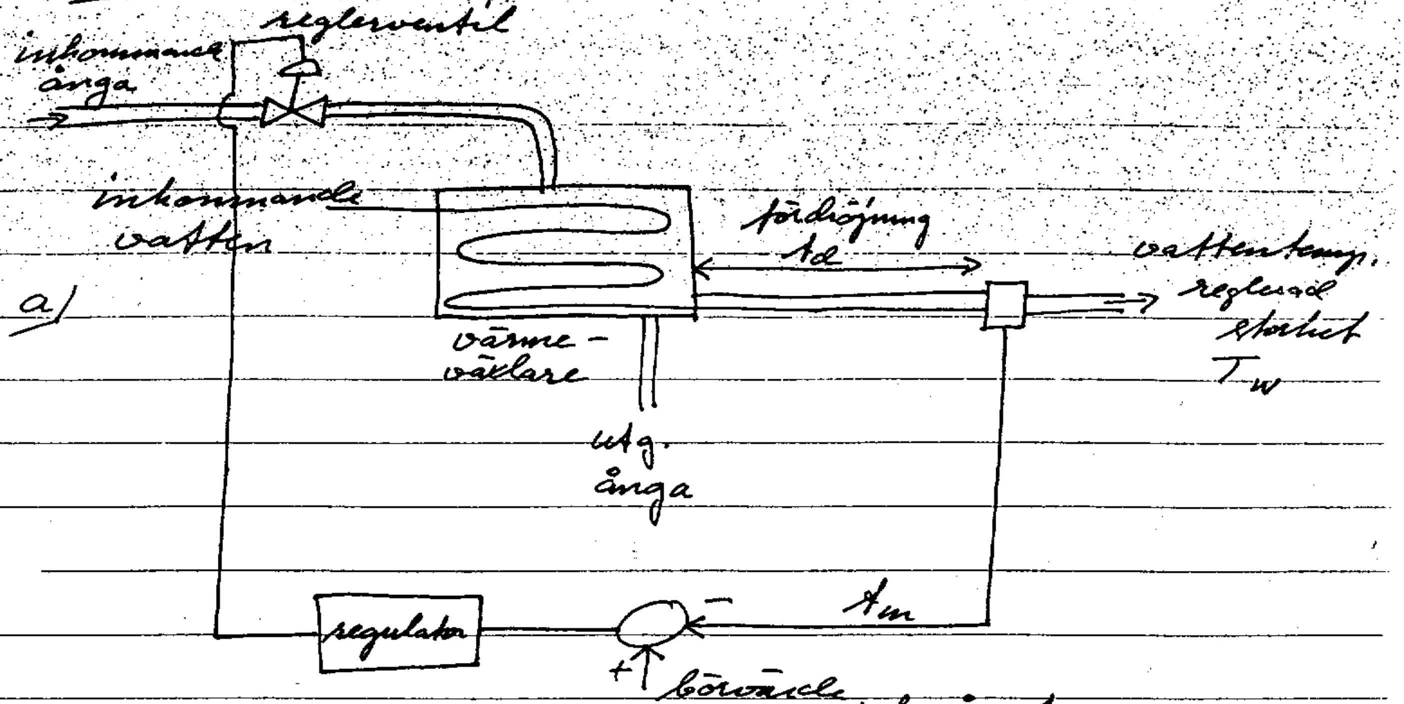
$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\begin{bmatrix} s+4 & +2 \\ -4 & s-3 \end{bmatrix}}{(s-3)(s+4) - 4\cdot(-2)} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} 4s + 16 + 6 \\ -16 + 3s - 9 \end{bmatrix}}{s^2 + 4s - 3s \underbrace{+ 8}_{(-12)}} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\begin{bmatrix} 4s + 22 \\ 3s - 25 \end{bmatrix}}{s^2 + s - 4} =$$

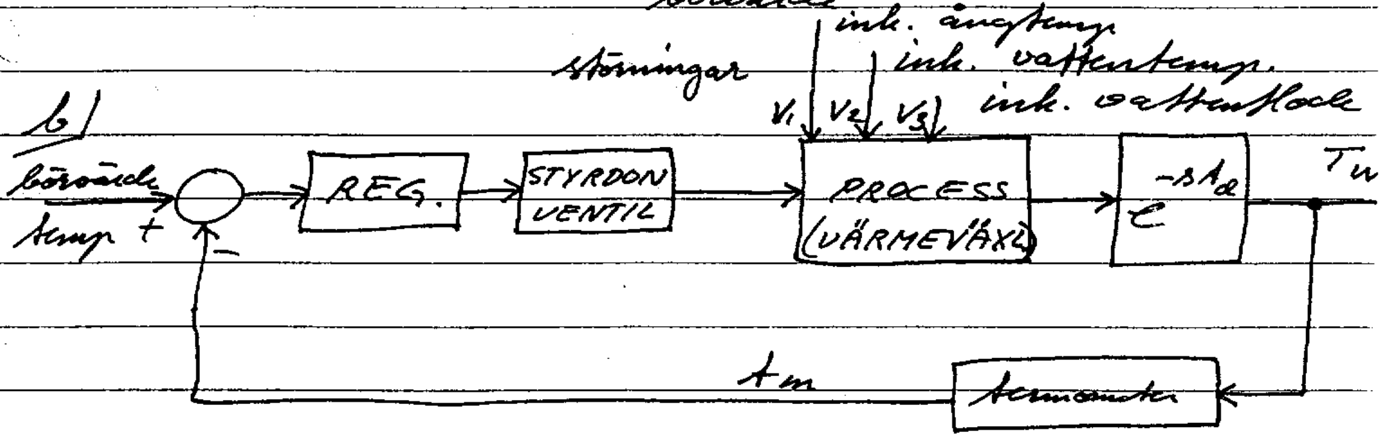
$$\frac{8s + 44 + 6s - 50}{s^2 + s - 4} = \underline{\underline{\frac{14s - 6}{s^2 + s - 4}}}; \qquad \text{SVAR}$$

5/

a/



b/



c/ Formelsaml. sid. 20

$K_0 = 15{,}3$ enligt texten

Vid PI-reg $\quad K = 0{,}45 \cdot K_0 = 6{,}81$

$$T_i = \frac{T_0}{1{,}2} = \frac{42 \text{ (sek. per. tid)}}{1{,}2} = 35$$

Svar: $\begin{cases} K = 6{,}81 \\ T_i = 35 \end{cases}$

6 / $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$; Undersök lågfrekvensförst.
Låt filterblocket vara en konst. $= K$

$\therefore \frac{E}{R} = \frac{1}{1+K\cdot G} = \frac{1}{1+\frac{K}{s(s+1)}} = \frac{s(s+1)}{s(s+1)+K}$; Insignalen en ramp dvs. $R(s) = \frac{1}{s^2}$

Stab. förutsättes.

Kvarst. felet $e_s = 0{,}1 = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{E(s)}{R(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s} \cdot \frac{s(s+1)}{s(s+1)+K}$

$= \frac{1}{K} \Rightarrow K = 10$;

$K\cdot G(s)$ uppritas i Bode-diagr. $\Rightarrow$ fasmarg. $= 20°$ För lite!

Välj som filter $K \cdot G_{lead}$ där $G_{lead} = \frac{1+T_d s}{1+\frac{T_d}{b}s}$;

Vid denna form påverkas ej lågfrekvensförst. (vi får ej förstöra kvarstående-felkravet. Välj faslyftet (MAX.) kvar $-\varphi_m$ + tillskott för $\omega_f = 3$. Tillskottet behövs då vi flyttar överkorsningsfrekvensen åt höger där faslyftet minskar.

$\therefore (45-20)+10 = 35°$; Formelsaml. fig. sid 20 ger $b = 4$

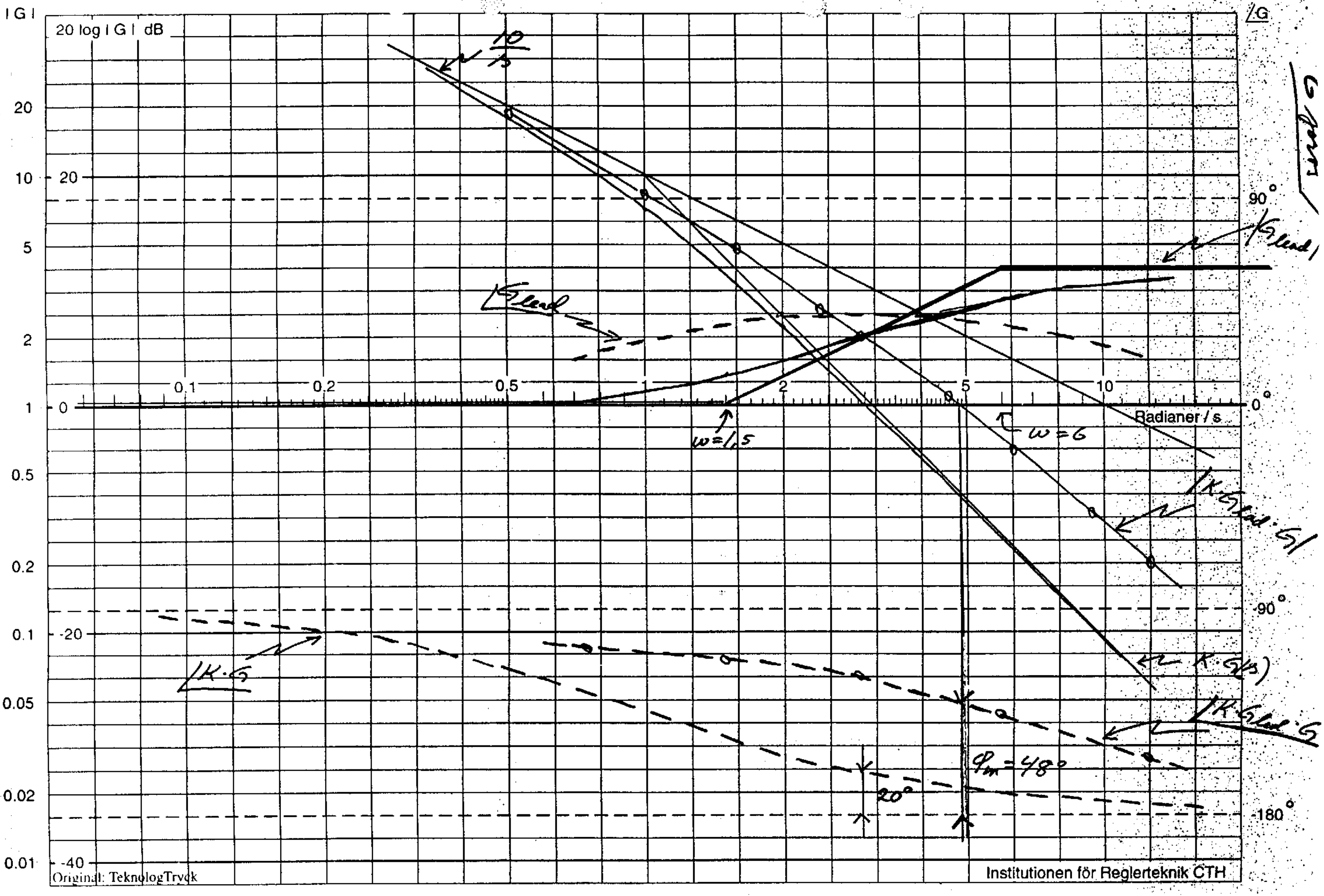
Nu är: $\omega_f = \sqrt{b}/T_d$ eller $T_d = \frac{\sqrt{4}}{3} = 0{,}667$

$\therefore$

$$G_{lead} = \frac{1+0{,}667s}{1+\frac{0{,}667}{4}s} = \frac{1+\frac{s}{1{,}5}}{1+\frac{s}{6}};$$

G_{lead} och sedan $K\cdot G_{lead}\cdot G$ inritas i Bode-diagr.
Vi avläser $\varphi_m = 48°$ och pos. ampl. marginal, dvs. stabilt system.

SVAR: FILTER $= 10 \cdot \frac{1+s/1{,}5}{1+s/6}$



|G|
20 log |G| dB
/G
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
0
-20
-40
90°
0°
-90°
-180°
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
Radianer / s
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

8/ Lyftkraft: $k\frac{i^2}{z^2}$; Kraft nedåt (gravitation) : mg

Studera endast vertikalrörelsen. Vi kan då betrakta bottenplattan ("rälsen") som stillastående. z är då endast tågets rörelse.

Kraftbalans: $m\ddot{z} = F_L - mg$ eller

$$m\ddot{z} - k\frac{i^2}{z^2} + mg = 0$$ SVAR:

b/ Vid stationärt tillstånd (arbetspunkt $z_0 ; i_0$):

$$0 - k\frac{i_0^2}{z_0^2} + mg = 0 \Rightarrow k = \frac{mg z_0^2}{i_0^2}$$

Linjärisering: $i = i_0 + \Delta i$ och $z = z_0 + \Delta z \Rightarrow$

$$m\Delta\ddot{z} - \frac{mg z_0^2}{i_0^2}\cdot\frac{i_0^2}{z_0^2}\left(1 + 2\frac{\Delta i}{i_0}\right)\cdot\left(1 - 2\frac{\Delta z}{z_0}\right) \ldots = 0$$

enligt ledningen

$$\Delta\ddot{z} - g\left(1 - 2\frac{\Delta z}{z_0} + 2\frac{\Delta i}{i_0} - 4\frac{\Delta i\,\Delta z}{i_0\cdot z_0}\right) + g = 0$$

↑ täljaren ≈ 0

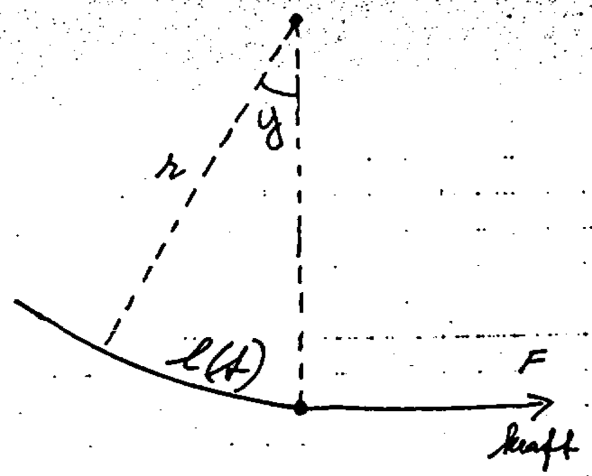
$$\Delta\ddot{z} + 2\frac{\Delta z}{z_0}\cdot g - 2\frac{\Delta i}{i_0}\cdot g = 0$$ Laplacetransf. ⇒

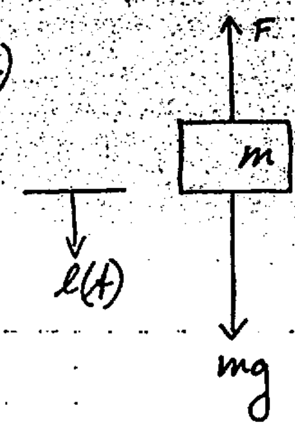
$$\Delta Z(s)\cdot s^2 + \frac{2g}{z_0}\Delta Z(s) = \frac{2g}{i_0}\Delta I(s)$$

Överföringsfunktionen:

$$\frac{\Delta Z(s)}{\Delta I(s)} = \frac{\frac{2g}{i_0}}{s^2 + \frac{2g}{z_0}} \; ; \; k = \frac{mg z_0^2}{i_0^2}$$ SVAR

7) Studera krafterna i linan vid upprullningspunkten. Dess förflyttning utefter linan blir då också $l(t)$





Det gäller: $F = \frac{M}{r}$ där $M = J\cdot\ddot{y}$ (ingen friktion)

Men $l(t) = r\cdot y(t) \Rightarrow \ddot{y} = \frac{\ddot{l}}{r}$;

$\therefore \; F = J\frac{\ddot{l}}{r}$

Studera krafterna som verkar på massan m

$$mg = m\cdot\ddot{l} + F$$

$\therefore \; J\frac{\ddot{l}}{r} + m\cdot\ddot{l} = m\cdot g \Rightarrow \ddot{l} = \frac{m\cdot g}{\frac{J}{r^2} + m} = k$ (en konst.)

$\ddot{l} = k$ har lösningen $l(t) = k\cdot\frac{t^2}{2} + C_1\cdot t + C_2$

Randvillkor $l(0) = 0 = C_2$ } Systemet i vila enligt texten

$\dot{l} = k\cdot t + C_1 \Rightarrow \dot{l}(0) = 0 = C_1$ }

Vidare $l(t_1) = L = k\cdot\frac{t_1^2}{2} = \frac{m\cdot g\cdot r^2}{J + r_2\cdot m}\cdot\frac{t_1^2}{2}$;

$J + r_2\cdot m = \frac{m\cdot g\cdot r^2\cdot t_1^2}{2L}$ eller

$$\underline{J = \frac{m\cdot g\cdot r^2\cdot t_1^2}{2L} - r^2\cdot m}$$ SVAR