

## MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola

Tentamen i Linjär algebra och geometri, TMA660, 18/08/2010, 8.30-12.30

Inga hjälpmedel, förutom penna och linjal, är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Jonatan Vasilis, 0703-088304.

Besökstider: ca 9.00 och 11.00

---

**OBS:** Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.  
Ange kod på *varje* inlämnat blad.  
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.  
För godkänt krävs minst 30 poäng på del 1.

---

### Del 1

1. (a) För vilka tal  $h$  är ekvationsystemet nedan lösbart? (5p)

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 5 \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 10 \\ -x_1 + x_2 + hx_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_3 = 4 \end{cases}$$

- (b) Lös ekvationsystemet ovan för  $h = 0$ . (3p)

2. (a) Beräkna determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

(2p)

- (b) Hitta inversen till matrisen i uppgift (a) med hjälp av adjungerad matris. (5p)

- (c) Använd matrisen som du har räknat ut i uppgift (b) för att hitta matris  $A$  sådan att

$$A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(1p)

3. (a)  $A = (1, 2, 0)$ ,  $B = (2, 1, 1)$  och  $C = (1, 0, 1)$  är tre punkter i  $\mathbb{R}^3$ . Hitta arean av triangel  $\triangle ABC$ . (4p)

- (b) Hitta arean av projektionen av triangel  $\triangle ABC$  i uppgift (a) på planet  $\pi : x + y + z = 0$ . (4p)

4. Polynomet  $p(x) = x^5 + 2x^4 - 2ix^3 - 4ix^2 - x - 2$  har en reell rot. Hitta alla rötter av polynomet. (8p)

5. Hitta alla komplexa tal  $z$  sådana att  $\frac{2}{iz+1} = e^{i\frac{3}{4}\pi}$  (8p)

## Del 2

6. Formulera och bevisa determinantvilkor för existens av invers matris. (10p)

7. Formulera räknelagar för determinant. Bevisa en av räknelagarna (du får använda andra räknelagarna vid bevis.) (10p)

8. Vad är minstakvadratmetoden? Vad minimeras vid dess användning? Är lösningen entydligt? Motivera dina svar. (10p)

9. (a) Hitta ortonormerad bas till linjärt hölje av följande fem vektorer:

$$\begin{aligned}v_1 &= (2, 0, 0, 1, 1) \\v_2 &= (1, 1, 1, -1, -1) \\v_3 &= (1, -1, -1, 2, 2) \\v_4 &= (1, 1, 1, 1, 1) \\v_5 &= (0, 2, 2, -1, -1)\end{aligned}$$

(7p)

(b) Hitta koordinaterna av vektorerna  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$  i basen som du har hittat i uppgift (a) (3p)

Information om när tentan är färdiggrättad och tid för visning av tentan kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

Maria