

Tentamen i Diskret Matematik MVE505, 2018-08-20

Examinator: Johan Wästlund, tel 073-500 25 83.

Skrivtid: 14.00 – 18.00.

Tillåtna hjälpmedel: Handskriven “formelsamling” på ett A4-ark (2 sidor).
Ej miniräknare!

Varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För godkänt krävs 20 poäng (inklusive bonuspoäng). För betygen 4 och 5 krävs 28 respektive 36 poäng.

1. Vilket är det minsta positiva heltal som kan uttryckas som $696x - 1848y$, där x och y är heltal? Ge ett exempel på värden av x och y som ger detta minimum.
2. De tre mängderna A , B och C har 40 element vardera. Vidare är $|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = 18$, och $|A \cap B \cap C| = 3$. Hur många element har mängden $A \cup B \cup C$?
3. Lisa kastar fyra vanliga sexsidiga tärningar. Vad är sannolikheten att hon får minst två ettor?
4. På hur många sätt kan man färga sidoytorna på en kub med fyra färger, om färgningar räknas som samma när de kan överföras i varandra genom rotationer av kuben?
5. Bestäm det minsta icke-negativa tal som är kongruent med

(a)

$$8^{100} \pmod{13},$$

(b)

$$12^{100} \pmod{97}.$$

6. En talföljd definieras av att

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 2, \\ a_{n+2} = a_{n+1} + 3a_n, \text{ för } n \geq 0. \end{cases}$$

Ange ett explicit uttryck för a_n .

7. Antag att n är ett positivt heltal. Låt f vara den avbildning av mängden $\{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ på sig själv som ges av $f(x) = x + 7 \pmod{n}$. Är f alltid en permutation? I så fall, är denna permutation jämn eller udda? Beror det på värdet av n ?
8. Förklara vad som menas med en hamiltonväg respektive en eulerväg.
- (a) Rita en graf med 6 noder som har en hamiltonväg men ingen eulerväg.
 - (b) Rita en graf med 6 noder som har en eulerväg men ingen hamiltonväg.

Svar till tentamen i Diskret Matematik

MVE505, 2018-08-20

1. Det minsta möjliga värdet är 24. Exempel på x och y som ger detta är $x = 8$, $y = 3$.
2. 69.
3. $171/1296 = 19/144$.
4. $(4^6 + 3 \cdot 4^4 + 12 \cdot 4^3 + 8 \cdot 4^2)/24 = 240$.
5. (a) 1, (b) 75.
6.
$$a_n = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2\sqrt{13}}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2\sqrt{13}}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}\right)^n.$$
7. Funktionen f är alltid en permutation, och den är jämn då n är udda, och udda när n är jämnt.
8. En hamiltonväg passerar varje hörn exakt en gång, medan en eulerväg passerar varje kant exakt en gång. På (a) är ett exempel den fullständiga bipartita grafen $K_{3,3}$, och på (b) är ett trivialt exempel en graf med 6 noder utan kanter (även andra exempel finns).