

Tentamen i Diskret Matematik MVE505, 2017-03-14

Examinator: Johan Wästlund, tel 073-500 25 83.

Skrivtid: 14.00 – 18.00.

Tillåtna hjälpmedel: Handskriven “formelsamling” på ett A4-ark (2 sidor).
Ej miniräknare!

Varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För godkänt krävs 20 poäng (inklusive bonuspoäng).

1. Ange vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska (svaren på denna uppgift behöver inte motiveras).
 - (a) Mängden $\mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$ är överuppräknelig.
 - (b) Beräkningsproblemet att avgöra huruvida en graf har en hamiltoncykel är NP-fullständigt.
 - (c) Det finns exakt 42 välformade parentesuttryck med 5 parentespar.
 - (d) Grafen K_{10} har hundra miljoner uppspannande träd.
 - (e) Sannolikheten att en enkel slumpvandring på det tvådimensionella gittret $\mathbb{Z}^2$ är tillbaka på utgångspunkten efter 2 miljoner steg är ungefär en på 3141593.
2. Bestäm alla lösningar i positiva heltal till ekvationen

$$279x + 171y = 2808.$$

3. Tre mängder A , B och C har 15 element vardera. Vidare är $|A \cup B| = 23$, $|A \cup C| = 25$, $|B \cup C| = 18$, och $|A \cup B \cup C| = 25$. Hur många element har mängden $A \cap B \cap C$? Rita gärna ett Venndiagram!

4. Antalet sätt att färga en cyklisk graf på n noder med tre färger ges av (detta behöver inte bevisas):

$$\begin{cases} a_3 = 6, \\ a_4 = 18, \\ a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n, \text{ för } n \geq 3. \end{cases}$$

Härled ett explicit uttryck för a_n .

5. Bestäm det minsta icke negativa tal som är kongruent med

(a)

$$2^{100} \pmod{257},$$

(b)

$$9^{21} \pmod{25}.$$

6. Avgör huruvida följande ställning går att nå i femtonspelet:

1	8	9	
2	7	10	15
3	6	11	14
4	5	12	13

7. Nisse och Lisa spelar det kombinatoriska spelet nim. Det är Nisses tur, och det finns fyra högar av storlekar 6, 7, 13 och 24. Föreslå ett drag för Nisse!
8. Hur många delmängder av mängden $\{1, \dots, 25\}$ har egenskapen att ingen differens mellan två av dess element är delbar med 4?

Svar till tentamen i Diskret Matematik

MVE505, 2017-03-14

Examinator: Johan Wästlund

Observera att nedanstående bara är kortfattade svar, och inte fullständiga lösningar!

1. Ange vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska (svaren på denna uppgift behöver inte motiveras).

- (a) Falskt
- (b) Sant
- (c) Sant
- (d) Sant
- (e) Sant

2. Den enda lösningen är $x = 7$, $y = 5$.

3. Mängden har 4 element. Inklusion-exklusion ger $15 + 15 + 15 - 23 - 25 - 18 + 25 = 4$.

4. Talföljden ges av

$$a_n = 2^n - 2 \cdot (-1)^n.$$

5. De minsta icke negativa resterna är

- (a)

$$2^{100} \equiv 16 \pmod{257},$$

- (b)

$$9^{21} \equiv 9 \pmod{25}.$$

6. Ställningen går inte att nå (jämn permutation men tomma rutan på udda avstånd från nedre högra hörnet).
7. Ta bort 12 från högen med 24.
- 8.

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 8 = 2744.$$