

## Tentamen: Miljö och Matematisk Modellering (MVE346) för TM Åk 3, klockan 08.30-12.30 den 25:e augusti, 2021

Tentamen består av 8 frågor uppdelat på tre delar. Svaren lämnas in för respektive del i Canvas. För uppgifter som kräver en numerisk lösning så skriv ned ditt svar och lösningsgång, dvs hur du gick till väga för att lösa uppgiften (använd helst inte programkod, men om ni gör så måste den vara transparent och tydligt kommenterad). Lägg till eventuella grafer eller illustrationer och spara svaren som pdf eller i word-format (eventuella figurer kan sparas som separata bildfiler om de inte går att klistra in i pdf- eller word-filen, filer som måste exekveras innan läsbar figur fås fram beaktas inte i rättningen). Skicka även med eventuella matlab-filer (dessa beaktas bara vid tveksamma fall och ingår i regel inte i rättningen, kommentera koden tydligt). Namnge svarsfilerna med dina initialer och vilken del det gäller (ex: DJ\_Hållbarutveckling). Skriv även ditt namn någonstans i varje fil.

För att kunna få delpoäng vid felaktigt svar krävs att man beskriver lösningsansatsen, delsteg (exempelvis m.h.a. "pseudokod" dvs konceptuell implementeringsbeskrivning och/eller tydligt kommenterad kod) och att man resonerar om de erhållna resultaten, är de rimliga m.m.

Betygsgränser: 12 p för 3:a, 16p för 4:a, 20p för 5:a. Max är 24p.

Lärarkontakt under tentamen: Daniel Johansson nås via Zoom alternativt 0721907431

---

### Del 1. Hållbar utveckling

1. Visa att du förstår innebörden av de **tre dimensionerna för en hållbar utveckling** genom att ge exempel på utmaningar med dagens energisystem som är relevanta för respektive dimension samt genom att **förklara** varför dessa exempel är relevanta. Det räcker med ett exempel för respektive dimension. (3p)
2. Beskriv möjliga **åtgärder** för de utmaningar som du beskrivit i uppgiften ovan och **förklara** varför dessa kan fungera som åtgärder. För att få full poäng ska det finnas med åtgärder på olika nivåer, d v s politiska, tekniska och på individnivå. (3p)

### Del 2. Energisystem

3. Bioenergisystem kan både orsaka låga och höga utsläpp av växthusgaser. Beskriv kortfattat:
  - a. Ett bioenergisystem som ger låga utsläpp (dvs utsläpp nära 0).
  - b. Ett bioenergisystem som ger högre utsläpp än motsvarande energimängd fossila bränslen. (2p)
4. Olika typer av tekniker i olika system har olika loadfaktors. Hur påverkar loadfaktorn den:
  - a. Fasta kostnaden för elproduktionen
  - b. Rörliga kostnaden för elproduktionen
  - c. Hur påverkas kärnkraftens loadfaktor om man väsentligt ökar mängden vindkraft i energisystemet. (3p)
5. Du ska uppskatta den ekonomiska potentialen för solceller i Sverige. Vilka är de viktigaste parametrarna du tar med i en sådan beräkning. (2p)

### Del 3. Klimat och klimatpolitik

6. Beskriv och förklara vad ett styrmedel är och vad som kännetecknar de fyra typerna av styrmedel: ekonomiska styrmedel, administrativa styrmedel, information och forskning. (2p)

7. Beskriv försiktighetsprincipen och nyttomaximeringsprincipen. Hur kan dessa två principer tas om hand i designen av en matematisk modell av klimatsystemet och/eller energisystemet? (2p)

8. De kumulativa antropogena utsläppen av koldioxid har varit cirka 2300 GtCO<sub>2</sub> över perioden 1750-2020. Utsläppen idag (2021) är cirka 42 GtC O<sub>2</sub>/per år. Vi kan approximera de historiska utsläppen med en funktion enligt följande

$$E_{CO_2}(t) = A \cdot e^{(t-1750) \cdot r}$$

där  $A$  är utsläppen 1750,  $r$  den årliga tillväxten av utsläppen och  $t$  tiden mätt i år (där  $1750 \leq t \leq 2020$ ).  $A=0.29$  [GtCO<sub>2</sub>/år] och  $r=0.0185$  [1/år] ger en ok approximation till de faktiska historiska utsläppen.

Ni ska beräkna hur stora de kumulativa utsläppen kan vara under resten av det tjugoförsta århundradet givet att vi ska klara av att hålla den globala uppvärmningen under 2°C över den förindustriella nivån de kommande århundradena (fram till 2300). Till er hjälp har ni ett antal modeller.

Vi har ett impulssvar som ger hur ett utsläpp av CO<sub>2</sub> klingar av i atmosfären över tid. Du vet även att 1 Gton CO<sub>2</sub> i atmosfären motsvarar 0.128 ppm CO<sub>2</sub> [ppm·Gt<sup>-1</sup>]. Anta att impulssvaret består av en summation av exponentialfunktioner med olika relaxationstider ( $\tau_i$ )

$$f(t) = A_0 + \sum_i A_i e^{-t/\tau_i}$$

	CO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>
$i$	$A_i$	$\tau_i$ [år]
0	0.25	NA
1	0.27	3
2	0.28	25
3	0.20	250

CO<sub>2</sub> koncentrationen ( $C(t)$ ) fås m.h.a. av faltning och vi vet att den förindustriella koncentrationen ( $C_0$ ) var 278 ppm.

Radiative forcing  $RF_{CO_2}$  [W·m<sup>-2</sup>] ges av följande formel

$$RF_{CO_2} = 5.35 \cdot \ln \left( \frac{C(t)}{C_0} \right)$$

Påverkan på den globala medeltemperaturen kan i sin tur beräknas med följande energibalansmodell

$$C_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = RF_{CO_2} - \frac{T_1}{\lambda} - \kappa_1(T_1 - T_2)$$

$$C_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \kappa_1(T_1 - T_2)$$

$T_1$  är jordens medeltemperatur vid ytan [K],  $T_2$  är representativ temperatur i djuphavet [K],  $C_1$  och  $C_2$  är värmekapaciteten [W·yr·K<sup>-1</sup>·m<sup>-2</sup>] för yt-boxen respektive djuphavsboxen.  $\kappa_1$  är värmeledningskoefficient [W·K<sup>-1</sup>·m<sup>-2</sup>], samt  $\lambda$  är klimatkänslighetsparametern [K·W<sup>-1</sup>·m<sup>2</sup>].

Använd följande parametervärden:  $C_1=8$  [ $\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ ],  $C_2=130$  [ $\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ ],  $\lambda=0.7$  [ $\text{K}\cdot\text{W}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ ],  $\kappa_1=0.9$  [ $\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ ].

Ni kan välja formen för ert scenario för framtida  $\text{CO}_2$  utsläpp själva (t.ex. starta i dagens utsläpp och låt de ändras linjärt, exponentiellt m.m.), men de ska förstås starta på den nivå vi har idag (och vi kan förvänta oss en gradvis och relativt långsam förändring i utsläppsnivån över tid).

Implementera modellen, uppskatta de maximala kumulativa utsläppen av  $\text{CO}_2$  över perioden 2021-2300 som är förenliga med att begränsa den globala medeltemperaturökningen till max  $2^\circ\text{C}$  över den förindustriella nivån. Visa även hur  $\text{CO}_2$  koncentrationen och temperaturen över den förindustriella nivån utvecklas under perioden 1750-2300. Beskriv ert tillvägagångssätt med pseudokod eller tydligt kommenterat kod, samt förklara hur ni diskretiserar ekvationerna. (7p).

***Lycka till!***