

Tentamen: Miljö och Matematisk Modellering (MVE346) för TM Åk 3, klockan 08.30 den 29:e maj, 2018.

För uppgifter som kräver en numerisk lösning så skriv ned ditt svar och hur du gick till väga för att lösa uppgiften (använd helst inte programkod), lägg till eventuella grafer eller illustrationer och spara svaren som separata pdf-filer i mapparna C:_EXAM_\Assignments\Uppgift1, C:_EXAM_\Assignments\Uppgift2, osv. Namnge svarsfilerna med din anonyma kod som prefix t ex 23SvarUppgift2.pdf.

För att kunna få delpoäng vid felaktigt svar krävs att man beskriver lösningsansatsen, delsteg (exempelvis m.h.a. "pseudokod" dvs konceptuell implementeringsbeskrivning) och att man resonerar om de erhållna resultaten, är de rimliga m.m.. För uppgifter som endast kräver analytiska lösningar eller ett resonerade svar kan ni välja att antingen skriva dessa på datorn eller för hand. Skriv namnet på den dator ni använder på den fysiska mappen som ni lämnar till tentamensvakten.

Betygsgränser: 12 p för 3:a, 16p för 4:a, 20p för 5:a. Max är 24p.

Lärarkontakt under tentamen: Daniel Johansson, telefonnummer: 031-772 28 16

1.

Hållbar utveckling sägs ofta ha tre dimensioner; vilka är dessa tre dimensioner? Förklara även vad var och en av de tre dimensionerna innebär. (3p)

2.

Anta två interagerande arter som beskrivs av det dynamiska systemet

$$\dot{x} = \alpha x(1 - x)$$

$$\dot{y} = \beta y(\gamma x - y)$$

Vi är intresserade av att skörda art x men interaktionen mellan de båda arterna är sådan att vi inte kan undgå att samtidigt skörda art y . Systemet med skörd blir därför

$$\dot{x} = \alpha x(1 - x) - qx$$

$$\dot{y} = \beta y(\gamma x - y) - qy$$

a) Vad är den maximala avkastningen (endast med avseende på x , arten vi vill åt)? (1 p)

b) Hur mycket kan vi skörda utan att utrota y ? (2 p)

c) Finn ett kriterium för γ (i termer av β och α) för maximal avkastning utan utrotning av y ? (2 p)

d) Kommentera den biologiska relevansen av resultaten i b) och c) och ge en biologisk tolkning av γ .

(1 p)

e) Ge ett exempel på en artinteraktion som skulle kunna modelleras med detta dynamiska system?

(1 p)

3.

Invånarna i en by har tillgång till en bit betesmark. Fem stycken identiska herdare vallar getter på marken. Desto färre getter ju högre avkastning av mjölk per get och ju högre intäkt per get. Vi tänker oss följande vinstfunktion per get

$$m = (\alpha - \beta X) - \gamma$$

där $\alpha = 6.3$, $\beta = 0.2$ och $\gamma = 0.3$, och där X är totala antalet getter som betar på marken. $(\alpha - \beta X)$ beskriver intäkt medan γ anger kostnad per get.

a) Räkna ut antalet betande getter per bonde som maximerar den gemensamma vinsten för de fem herdarna.

(1 p)

b) Räkna ut antalet betande getter per bonde givet att varje herde enskilt maximerar sin vinst utan att koordinera sig med de övriga herdarna.

(1 p)

c) Får varje herde en högre eller lägre vinst i b) jämfört med a)? Förklara resultaten.

(1 p)

d) Vad har den typen av problem som vi har räknat på uppgift a-c för likheter med dagens internationella klimatförhandlingar? Vad kallas den typen av problem med ett gemensamt namn?

(1 p)

4.

Anta att en elbil under produktionsfasen släpper ut 6 ton CO₂ mer än en likvärdig dieselbil (detta är ett pessimistiskt antagande angående utsläppen från produktion av en elbil). När väl i drift så släpper dieselbilen ut 1 ton CO₂/år mer än elbilen givet en normal årlig körsträcka. Ni ska beräkna hur lång tid det tar innan dieselbilen har bidragit till en större klimatpåverkan än elbilen (se nedan för exakta frågeställningar). Till er hjälp har ni ett impulssvar för hur koldioxidutsläpp klingar av i atmosfären och en två-box energibalansmodell som kan användas för att beräkna hur den globala medeltemperaturen påverkas av radiative forcing. Anta att bilarna används i 20 år, att produktionen sker år 0 och att bilar börjar användas under år 1.

Ni vet även att 1 Gton CO₂ i atmosfären motsvarar 0.128 ppm CO₂, och vi antar att varje ppm CO₂ i atmosfären leder till en radiative forcing på $1.2 \cdot 10^{-2} [\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{ppm}^{-1}]$. Impulssvaret är:

$$f(t) = A_0 + \sum_i A_i e^{-t/\tau_i}$$

	CO ₂	CO ₂
i	A_i	τ_i [år]
0	0.217	NA
1	0.186	1.186
2	0.338	18.51
3	0.259	172.9

Energibalansmodellen används för att beräkna påverkan på temperatur jämfört med ett startår.

$$C_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = F - \frac{T_1}{\lambda} - \kappa_1(T_1 - T_2)$$
$$C_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \kappa_1(T_1 - T_2)$$

F är radiative forcing [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$], T_1 är en representativ medeltemperatur för yt-boxen [K], T_2 är en representativ temperaturer i djuphavet [K], C_1 , och C_2 är värmekapaciteten [$\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$] för yt-boxen respektive djuphavsboxen. κ_1 värmeledningskoefficient [$\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$], samt λ är en avgörande parameter för klimatförändringarna [$\text{K}\cdot\text{W}^{-1}\cdot\text{m}^2$].

Använd följande parametervärden:

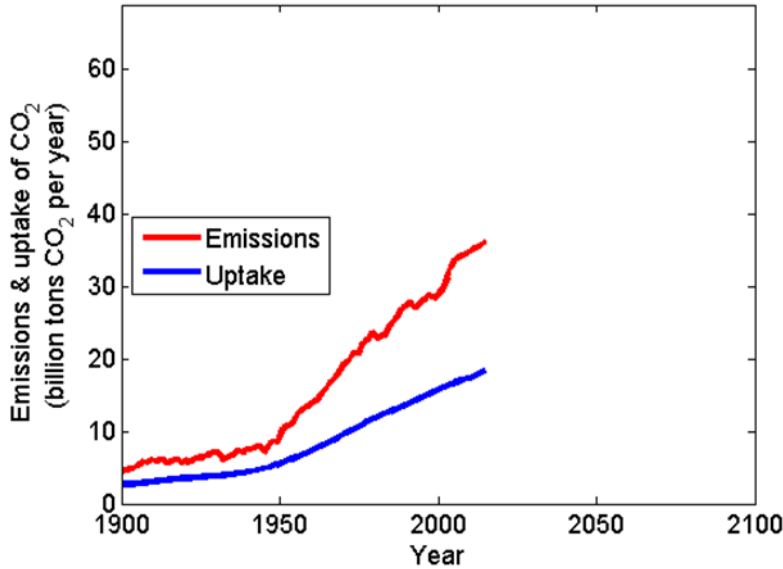
$$C_1=10 [\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$
$$C_2=120 [\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$
$$\lambda=0.6 [\text{K}\cdot\text{W}^{-1}\cdot\text{m}^2]$$
$$\kappa_1=0.9 [\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}].$$

- a).** Implementera och eventuellt diskretisera modellen på valfritt vis (förklara ert val av tillvägagångsätt) **(2p)**
- b).** Simulera och illustrera i figur påverkan på CO_2 koncentrationen från bilarna från och med produktionen och 100 år framöver. Hur lång tid tar det innan påverkan på atmosfärens CO_2 koncentration från dieselbilen blir större än den från elbilen? Kommentera resultaten. **(2p)**
- c).** Simulera och illustrera i figur påverkan på de globala medeltemperaturerna T_1 , och T_2 från och med produktionen och 100 år framöver. Hur lång tid tar det innan påverkan på T_1 , och T_2 från dieselbilen blir större än den från elbilen? Kommentera resultaten och förklara skillnaden mot resultaten i uppgift b. **(2p)**
- d).** Fördubbla λ . Vad händer med T_1 , och T_2 ? Jämför med uppgift c och förklara skillnaden på T_1 , T_2 och tiden det tar för elbilen att bidra till en lägre temperaturpåverkan än vad dieselbilen gör. Vad kallas parametern λ och vad beskriver den? **(2p)**

5.

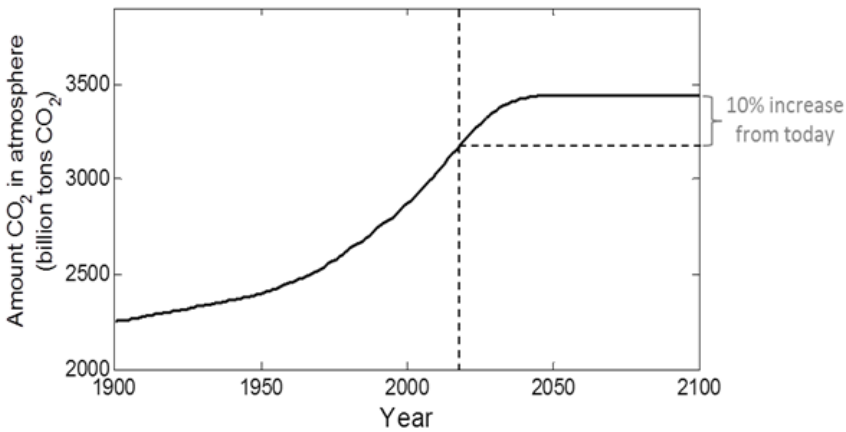
Mängden CO_2 i atmosfären påverkas av dubbelriktade flöden av CO_2 , ett till atmosfären (utsläpp) och ett från atmosfären (upptag). Mänskliga CO_2 utsläpp är huvudsakligen orsakade av förbränning av fossila bränslen och leder till en ökning av mängden CO_2 i atmosfären. CO_2 tas naturligt upp av skogar och hav, vilket orsakar ett utflöde av CO_2 från atmosfären. Under det senaste århundradet har utsläpp av CO_2 överstigit upptaget och mängden CO_2 i atmosfären har ökat. Figur 1 visar uppskattade historiska nivåer av CO_2 utsläpp och upptag fram till år 2015. Nuvarande utsläppsnivå är ungefär 36 miljarder

ton CO₂ per år och upptaget är ungefär 18 miljarder ton CO₂ per år.



Figur 1: Historiska CO₂ utsläpp=emissions (röd) och naturligt upptag=uptake (blå) i miljarder ton CO₂ per år.

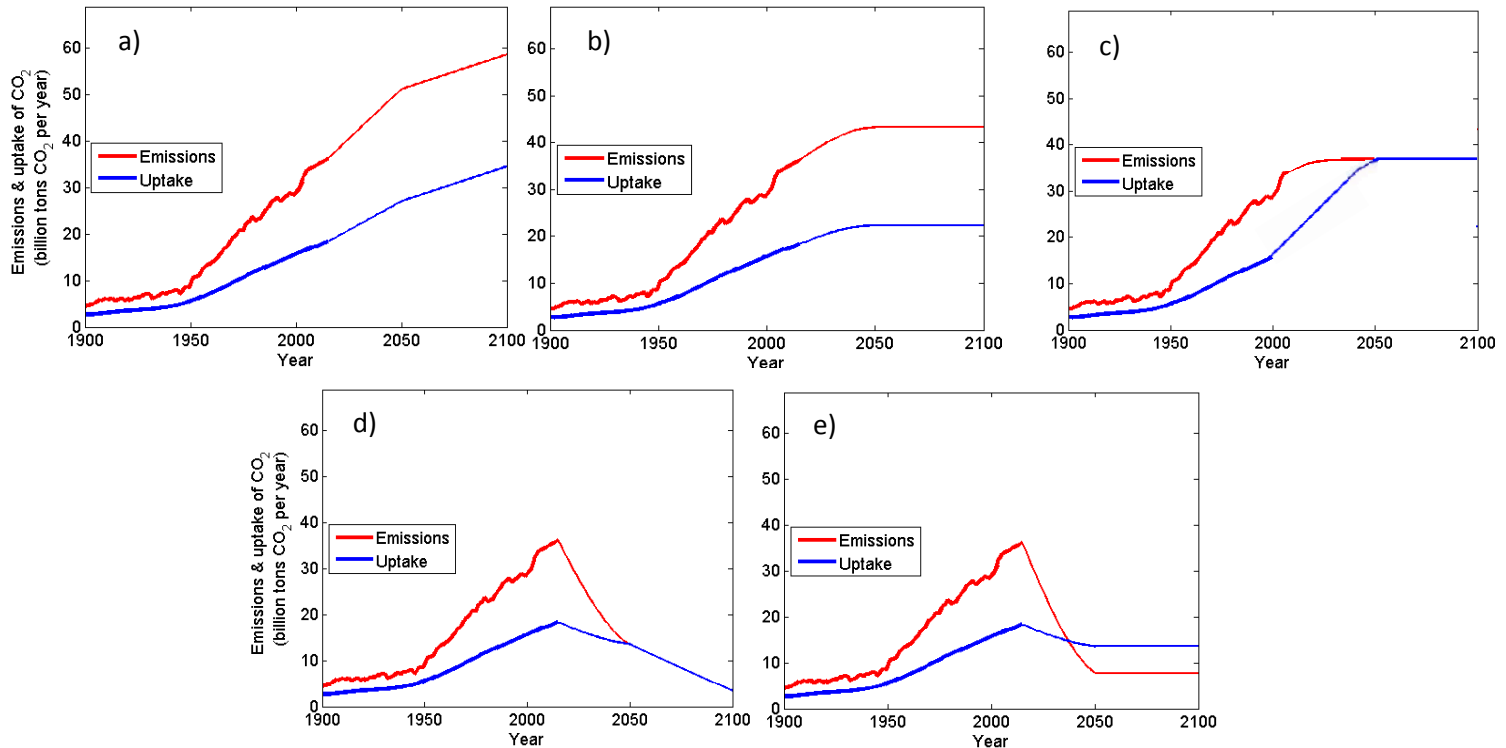
Figur 2 nedan visar historiska mängden CO₂ i atmosfären fram till 2015 följt av ett scenario av framtida mängd CO₂ i atmosfären. I det här scenariot för mängden CO₂ i atmosfären ökar den gradvis och stabiliseras, år 2050, på en nivå ungefär 10% högre än idag (se Figur 2).



Figur 2: Mängden CO₂ i atmosfären, historiskt fram tills idag återföljt av ett scenario över den framtida mängden CO₂ i atmosfären.

a). Hur skulle mänskliga utsläppsnivåerna av CO₂ och det naturliga upptaget i skogar och hav se ut för återstoden av århundradet för att mängden CO₂ i atmosfären ska överensstämma med scenariot i figur 2?
(1 p)

Svara genom att välja ett av de fem alternativen (a, b, c, d, e) nedan med utsläpps- och upptagskurvor för perioden 2015-2100.



Figur 3: Illustrationer för hur utsläpp och upptag av CO₂ skulle kunna tänkas se ut för att vara konsistent med den atmosfäriska mängden av CO₂ visad i figur 2.

b). Förklara de huvudsakliga mekanismerna som avgör att upptaget av CO₂ är som det är i den figuren du tror är rätt i fråga a) och förklara varför de fyra andra alternativen inte är korrekta. **(1 p)**

Lycka till!