Tentamen: Miljö och Matematisk Modellering (MVE345) för TM Åk 3, VÖ13 och VÖ23 klockan 14.00 den 4:e juni, 2015.

För uppgifter som kräver en numerisk lösning så skriv ned ditt svar och hur ni gick till väga för att lösa uppgiften (helst inte programkod), lägg till eventuella grafer eller illustrationer och spara svaren som separata pdf-filer i mapparna C:__EXAM__\Assignments\Uppgift1, C:__EXAM__\Assignments\Uppgift2, osv. För uppgifter som endast kräver analytiska lösningar eller ett resonerade svar kan ni välja att antingen skriva dessa på datorn eller för hand. Skriv ner namnet på den dator ni använder på mappen som ni lämnar in till tentamensvakten.

Betygsgränser: 12 p för 3:a, 16p för 4:a, 20p för 5:a.

Lärarkontakt under tentamen: Daniel Johansson, telefonnummer: 031-772 3125

---

1. Beskriv vad som menas med reserver och resurser och förklara skillnaden mellan begreppen. (**2p**)

2. Förklara vad det innebär att en energikälla är intermittent. (**2p**)

3. Beskriv vad antropocentrisk och biocentrisk natursyn innebär och förklara skillnaden mellan dem. (**2p**)

4. Jordens albedo har ökat till följd av människans bruk av mark. Du ska göra en uppskattning av vilken påverkan på jordens globala medeltemperatur denna albedoförändring har orsakat över perioden 1750-2015.

Anta att förindustriell albedo var 0.300 och att denna har ökat linjärt till 0.301 till år 2015. Du kan vidare anta att solinstrålningen till jorden har varit konstant på 340 W/m^2 över perioden 1750-2015.

Till din hjälp har du en enkel modell över jordens energibalans. Modellen kan användas för att beräkna skillnaden i temperatur jämfört med den förindustriella nivån (dvs nivån år 1750).

Följande modell ska användas:

$$C_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = F - \frac{T_1}{\lambda} - \kappa_1 (T_1 - T_2)$$

$$C_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \kappa (T_1 - T_2)$$

där F är radiative forcing [W·m^{-2}] jämfört med år 1750, T_1 är förändringen av medeltemperaturen [K] jämfört med den förindustriella nivån i en välblandad box som representerar temperaturen vid jordens yta, T_2 är förändringen av medeltemperaturen [K] (jämfört med den förindustriella nivån) i en välblandad box som representerar djuphaven. C_1 och C_2 är värmekapaciteten [W·yr·K^{-1}·m^{-2}] för yt-boxen respektive djuphavsboxen. κ är värmeledningskoefficient [W·K^{-1}·m^{-2}], samt λ som är klimatkänslighetsparametern [K·W^{-1}·m^{2}].

Använd följande parametervärden:
C_1=8 [W·yr·K^{-1}·m^{-2}]
C_2=150 [W·yr·K^{-1}·m^{-2}]
λ=0.8 [K·W^{-1}·m^{2}]
κ=1 [W·K^{-1}·m^{-2}]

Visa i figur hur F, T_1 och T_2 utvecklas över tiden. Förklara hur ni använder modellen, till exempel om och hur ni disktretiserar modellen, när ni beräknar F, T_1 ochT_2. **(6)**

5. Anta att vi har ett antal isolerade populationer (kanske av samma fiskart). Varje population har en intern dynamik enligt den logistiska avbildningenen

$$\dot{x}_i = \alpha_i x_i(1 - x_i)$$

Vi antar vidare att en fiskare "skördar" med konstant insats q i detta systemet, utan att kunna (eller bry sig om att) skilja på fisken i de olika subpopulationerna x_i . De nya populationsdynamiken blir då

$$\dot{x}_i = \alpha_i x_i(1 - x_i) - q x_i$$

Vi (eller kanske snarare de som fiskar) är intresserade av att maximera avkastningen. En viktig fråga är då om detta leder till att vissa subpopulationer överfiskas och dör ut. Ni ska inte svara på denna frågan generellt (det är för komplicerat för att vara tenta uppgift). Men undersöka systemet under antagandet att alla α_i är identiska utom en, dvs tex $\alpha_i = \mu$ och $\alpha_i = 1$ för i > 1.Under vilka villkor på μ leder maximering av avkastning till att någon eller några av subpopulationerna dör ut?
(6p)

6. Den vanliga diffusionsekvationen:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

har fundamentallösningen (i en dimension)

$$f(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4t}}$$

Så tidsutvecklingen av en Gauss distribution beskrivs enkelt genom fundamentalllösningen. Detta gäller dock bara på den "fria" linjen, dvs utan randvillkor utom ett lösningen ska konvergera mot noll i $\pm\infty$.

Vi tittar nu på tidsutvecklingen för en Gauss fördelning runt punkten 0 när det finns en vägg vid punkten 1, dvs vi har ett randvillkor$\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ i $x = 1$. Då gäller generellt inte fundamentallösningen eftersom den inte uppfyller randvillkåret. Ett sätt att försöka komma runt detta problemet är spegling. Iden är att man garanterar randvillkoret genom att lägga ut en "spökladdning" i speglingspunkten $x = 2$. Frågan är nu under vilka antaganden denna ide fungerar (dvs under vilka antaganden blir "speglingslösningen" en exakt eller nära exakt lösning)? **(6p)**

Lycka till!