

Tentamen: Miljö och Matematisk Modellering (MVE346 / MVE345) för TM Åk 3, klockan 08.30 den 6:e oktober, 2017.

För uppgifter som kräver en numerisk lösning så skriv ned ditt svar och hur du gick till väga för att lösa uppgiften (använd inte programkod), lägg till eventuella grafer eller illustrationer och spara svaren som separata pdf-filer i mapparna C:_EXAM_\Assignments\Uppgift1, C:_EXAM_\Assignments\Uppgift2, osv. Namnge svarsfilerna med din anonyma kod som prefix t ex 23SvarUppgift2.pdf.

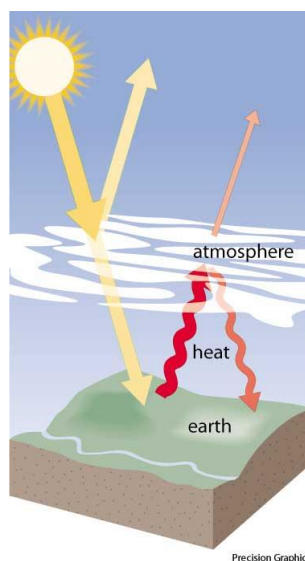
För att kunna få delpoäng vid felaktigt svar krävs att man beskriver lösningsansatsen, delsteg (exempelvis m.h.a. "pseudokod" dvs konceptuell implementeringsbeskrivning) och att man resonerar om de erhållna resultaten. För uppgifter som endast kräver analytiska lösningar eller ett resonerade svar kan ni välja att antingen skriva dessa på datorn eller för hand. Skriv namnet på den dator ni använder på den fysiska mappen som ni lämnar till tentavakten.

Betygsgränser: 12 p för 3:a, 16p för 4:a, 20p för 5:a. Max är 24p.

Lärarkontakt under tentamen: Innan kl 10.00 Daniel Johansson, telefonnummer: 031-772 28 16, efter kl 10.00 Erik Sterner, telefonnummer 0709720196

1. Förklara de tre olika strategierna för dematerialisering, samt ge exempel för var och en av dessa tre. Visa med dessa förklaringar och exempel att du förstår vad strategierna innebär. (3 poäng)
2. a) Beskriv varför olika typer klimatmodeller kan vara användbara för olika ändamål. Ge exempel på två olika typer av modeller och vilka ändamål som de kan vara användbara för att uppnå. (3 poäng)

b) Nedan finner ni en grafisk modell av växthuseffekten, beskriv styrkor och svagheter med den här modellen. Vilka eventuella missförstånd kan den ge upphov till och hur skulle den kunna förbättras för att minska risken för att dessa missförstånd uppstår när man studerar den. (3 poäng)



3. Lotka-Volterra modell

Idag kallas modeller av rovdjur och byte (predator-prey) Lotka-Volterra-modeller. Modellen bygger på två kopplade ordinära differentialekvationer. I modellen antar man att bytet växer exponentiellt när rovdjurstrycket är litet och att tillväxsfaktorn minskar linjärt med ökande koncentration av de jagande rovdjuret. När det gäller tillväxten av rovdjur beror den på tillgång av bytesdjur och avtar exponentiellt med avseende på storleken av rovdjursstammen på grund av konkurrens inom arten.

Om vi betecknar antalet bytesdjur med β och antalet rovdjur med ρ (bägge i tusental) kan vi sätta upp modellen på detta vis:

$$\begin{cases} \frac{\partial \beta}{\partial t} = \beta(r_\beta - \alpha_\beta \rho) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho(\alpha_\rho \beta - r_\rho) \end{cases}$$

där parametrarna $r_\beta, r_\rho, \alpha_\beta, \alpha_\rho$ alla är positiva.

Antag: $\alpha_\beta = \alpha_\rho = 0.02, r_\beta = 0.1, r_\rho = 0.4$ och $\rho(0) = 2, \beta(0) = 10$

a) Jämviktspunkterna är $(\beta, \rho) = (0, 0)$ och $(\beta, \rho) = (\frac{r_\rho}{\alpha_\rho}, \frac{r_\beta}{\alpha_\beta})$. Gör en stabilitetsanalys av dessa jämviktspunkter. Beskriv hur du kontrollerar detta (3p).

b) Implementera modellen på valfritt vis, simulera populationsdynamiken och visualisera resultaten samt kommentera vad som händer med de bägge populationerna över tid. (3p)

Tips 1: Kör modellen tillräckligt länge så att ett återkommande mönster uppvisar sig.

Tips 2: Om du väljer att själv diskretisera differentialekvationerna, använd då en liten steglängd $\ll 1$.

4. Du ska beräkna stegsvaret för jordens medeltemperatur vid ytan (T_1) och för temperaturer T_2 och T_3 , som är representativa temperaturer vid olika djup i haven, för ett radiative forcing (F) steg på 1 W/m^2 .

Till din hjälp har du en enkel modell över jordens energibalans. Modellen användas för att beräkna skillnaden i temperatur jämfört med ett startår då systemet befinner sig i jämvikt.

$$\begin{aligned} C_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} &= F - \frac{T_1}{\lambda} - \kappa_1(T_1 - T_2) \\ C_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} &= \kappa_1(T_1 - T_2) - \kappa_2(T_2 - T_3) \\ C_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} &= \kappa_2(T_2 - T_3) \end{aligned}$$

C_1, C_2 och C_3 är värmekapaciteten [$\text{W} \cdot \text{yr} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$] för yt-boxen respektive djuphavsboxarna. κ_1 och κ_2 är värmeledningskoefficienter [$\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$], samt λ som är en avgörande parameter för klimatförändringarna.

Använd följande parametervärden:

$$C_1 = 10 [\text{W} \cdot \text{yr} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}]$$

$$C_2=40 \text{ [W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$
$$C_3=120 \text{ [W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$
$$\lambda=1 \text{ [K}\cdot\text{W}^{-1}\cdot\text{m}^2]$$
$$\kappa_1=1 \text{ [W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$
$$\kappa_2=0.5 \text{ [W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}].$$

Visa i figur hur T_1 , T_2 och T_3 utvecklas över tiden (under 1000 år). Förklara även hur ni använder modellen, till exempel om och hur ni diskretiserar modellen, när ni beräknar T_1 , T_2 och T_3 . **(6p)**

5. Förklara hur allmänningens tragedi (eller "tragedy of the commons") kan anses vara relevant att förstå för att förstå "klimathotet", dvs den nuvarande och förväntade globala uppvärmningen på grund av mänskliga aktiviteter **(3p)**.

Lycka till!