

## Tentamen: Miljö och Matematisk Modellering (MVE346 / MVE345) för TM Åk 3, klockan 08.30 den 23:e aug, 2017.

För uppgifter som kräver en numerisk lösning så skriv ned ditt svar och hur du gick till väga för att lösa uppgiften (använd inte programkod), lägg till eventuella grafer eller illustrationer och spara svaren som separata pdf-filer i mapparna C:\\_EXAM\_\Assignments\Uppgift1, C:\\_EXAM\_\Assignments\Uppgift2, osv. Namnge svarsfilerna med din anonyma kod som prefix t ex 23SvarUppgift2.pdf.

För att kunna få delpoäng vid felaktigt svar krävs att man beskriver lösningsansatsen, delsteg (exempelvis m.h.a. "pseudokod" dvs konceptuell implementeringsbeskrivning) och att man resonerar om de erhållna resultaten. För uppgifter som endast kräver analytiska lösningar eller ett resonerade svar kan ni välja att antingen skriva dessa på datorn eller för hand. Skriv namnet på den dator ni använder på den fysiska mappen som ni lämnar till tentavakten.

Betygsgränser: 12 p för 3:a, 16p för 4:a, 20p för 5:a. Max är 24p.

Lärarkontakt under tentamen: Daniel Johansson, telefonnummer: 031-772 28 16

---

1. "Hållbar utveckling" sägs ofta ha tre dimensioner; vilka är dessa tre dimensioner? Förklara även kortfattat vad var och en av de tre dimensionerna innebär med hjälp av belysande exempel. Åtminstone ett av exemplen ska belysa en utmaning som en ingenjör från teknisk matematik kan komma att ställas inför. (4 poäng)
2. Beskriv uppbyggnaden av en symbolisk modell av kolcykeln, t.ex. den som användes i kursen. Vilken indata/information om den fysiska kolcykeln är nödvändig för att kunna skapa en enkel symbolisk modell som har förutsättningar att kunna undersöka kolets kretslopp i klimatsammanhang på ett liknande sätt som ni gjorde i klimatprojektet i kursen? Nämn och beskriv kort åtminstone fyra olika indata och förklara kort varför de är nödvändiga för modellen (exakta värden efterfrågas inte). Välj indata av olika karaktär. (Tips: om det hade varit energibalansen vars nödvändiga data efterfrågades skulle t ex jordens albedo(reflektivitet) och solkonstanten(solens instrålning i W/m<sup>2</sup>) vara nödvändig data.) (4 poäng)
3. Anta att vi har ett antal subpopulationer av en fiskart och att dessa inte förökar sig med varandra. Varje subpopulation har en intern dynamik enligt den logistiska avbildningen

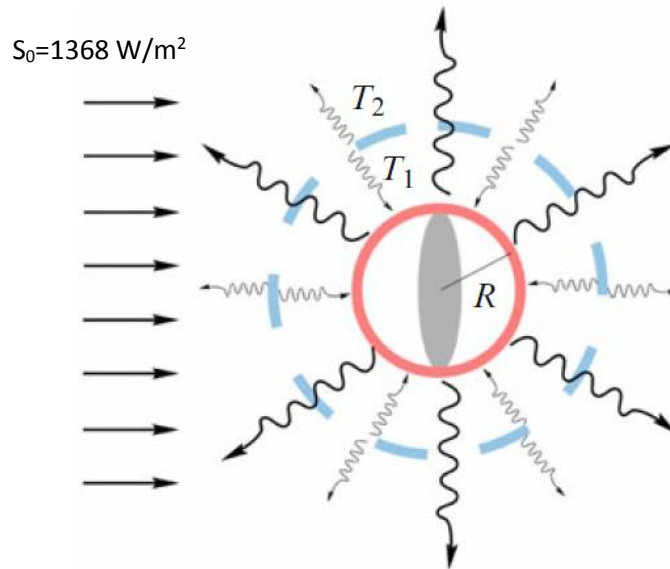
$$\dot{x}_i = \alpha_i \cdot x_i \cdot (1 - x_i).$$

Vi antar vidare att en fiskare "skördar" med konstant insats  $q$  i detta system, utan att kunna (eller bry sig om att) skilja på fisken i de olika subpopulationerna  $x_i$ . Den nya populationsdynamiken blir då

$$\dot{x}_i = \alpha_i \cdot x_i \cdot (1 - x_i) - q \cdot x_i.$$

Vi (eller kanske snarare fiskaren) är intresserade av att maximera avkastningen. En viktig fråga är då hur förekomsten av subpopulationer ändrar förutsättningarna för hållbar avkastning. Ni ska undersöka systemet under antagandet att en delmängd av subpopulationerna har tillväxsfaktor  $\alpha_i = \mu$ , ( $i = 1, 2, \dots, n_1$ ), och resterande subpopulationer har tillväxsfaktor  $\alpha_j = 1$ , ( $j = 1, 2, \dots, n_2$ ). Under vilka villkor på  $\mu$  leder maximering av avkastning till att antingen den ena eller andra typen av subpopulationer dör ut? (5 poäng)

4. Anta att jordytan är en svartkropp för den strålning som inte reflekteras och att den homogena atmosfären är transparent för kortvågig solstrålning, men att atmosfären beter sig som en grå kropp, med emissiviteten  $\epsilon=0.8$ , för långvågig värmestrålning. Jordytan har en albedo  $\alpha=0.3$  för inkommande solstrålning.  $R$  i figuren nedan representerar jordens radie och vi antar att den är 6.37 km. Jorden har en jämt fördelad värmekapacitet på  $C_1=20 \text{ W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^2$ , medan atmosfärens värmekapacitet är  $0 \text{ W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^2$  (värmekapaciteten behöver bara beaktas i deluppgift d). Jorden har yttemperatur ( $T_1$ ) och atmosfärstemperatur ( $T_2$ ).



- Ställ upp ett uttryck för och beräkna jordens yttemperatur ( $T_1$ ) och atmosfärstemperatur ( $T_2$ ) i jämvikt utifrån en enkel energibalansmodell enligt ovan. Använd Stefan Boltzmanns lag, där Stefan-Boltzmanns konstant  $\sigma = 5.67 \cdot 10^8 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ . (4 poäng)
- Hur mycket ändras jämviktstemperaturerna  $T_1$  och  $T_2$  om solstrålningen momentant ökar med 1%? Dvs vad blir ändringen i temperaturen i den nya jämvikten. (1 poäng)
- Ange vad radiative forcing:en är i uppgift b (där referensstrålningen är den beräknad i uppgift a), samt beräkna klimatkänslighetsparametern i modellen. (2 poäng)
- Nu gör vi det dynamiskt. Beräkna och illustrera hur  $T_1$  och  $T_2$  ökar över tid (år 0 till 100) om solstrålningen växer linjärt och når 1% ökning efter 20 år och sedan stannar på den nivån. (4 poäng)

*Lycka till!*