

## **Tentamen: Miljö och Matematisk Modellering (MVE346) för TM Åk 3, klockan 08.30 den 7:e oktober, 2016.**

*För uppgifter som kräver en numerisk lösning så skriv ned ditt svar och hur du gick till väga för att lösa uppgiften (använd helst inte programkod), lägg till eventuella grafer eller illustrationer och spara svaren som separata pdf-filer i mapparna C:\\_\_EXAM\_\_\Assignments\Uppgift1, C:\\_\_EXAM\_\_\Assignments\Uppgift2, osv. Namnge svarsfilerna med din anonyma kod som prefix t ex 23SvarUppgift2.pdf.*

*För att kunna få delpoäng vid felaktigt svar krävs att man beskriver lösningsansatsen, delsteg (exempelvis m.h.a. "pseudokod" dvs konceptuell implementeringsbeskrivning) och att man resonerar om de erhållna resultaten. För uppgifter som endast kräver analytiska lösningar eller ett resonerade svar kan ni välja att antingen skriva dessa på datorn eller för hand. Skriv namnet på den dator ni använder på den fysiska mappen som ni lämnar till tentavakten.*

*Betygsgränser: 12 p för 3:a, 16p för 4:a, 20p för 5:a. Max är 24p.*

*Lärarkontakt under tentamen: Erik Sterner, telefonnummer: 0709720196*

---

1. I kursens ingår det en beskrivning av tre begränsningar för en hållbar användning av naturens resurser och tjänster. Visa att du har förstått dessa begränsningar genom att beskriva dem samt genom att ge ett exempel för respektive begränsning på hur transportsystemet har en negativ inverkan på dessa begränsningar. **(3p)**
2. Lista och beskriv de två huvudtyperna av ekonomiska styrmedel där utsläpparen betalar. Förklara genom vilka mekanismer de minskar utsläppen. Vad skiljer dem åt och på vilka sätt är de lika? **(4p)**.

*Se följande sidor för resten av uppgifterna*

### 3. Klimatmodell

En Volvo XC90 T6 AWD (320 hk) släpper vid blandad körning ut 186 gCO<sub>2</sub> /km. Du ska beräkna klimateffekten av att använda bilen över en period på 15 år. Antag att bilen körs 1500 mil per år.

Till ditt förfogande har du ett impulssvar för hur den atmosfäriska CO<sub>2</sub> koncentrationen påverkas av en utsläppsimpuls och en energibalansmodell där påverkan på den globala medeltemperaturen kan beräknas. Du vet även att 1 Gton CO<sub>2</sub> i atmosfären motsvarar 0.128 ppm CO<sub>2</sub>, och vi antar att varje ppm CO<sub>2</sub> i atmosfären leder till en radiative forcing på  $1.3 \cdot 10^{-2} [\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{ppm}^{-1}]$ .

Impulssvaret består av en summation av exponentialfunktioner med olika relaxationstider  $\tau_i$

$$f(t) = A_0 + \sum_i A_i e^{-t/\tau_i} \quad (\text{Ekv. 1})$$

	CO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>
<i>i</i>	<i>A<sub>i</sub></i>	$\tau_i$ [år]
0	0.217	NA
1	0.186	1.186
2	0.338	18.51
3	0.259	172.9

Energibalansmodellen används för att beräkna skillnaden i temperatur jämfört med ett start år då systemet befinner sig i jämvikt.

$$C_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = F - \frac{T_1}{\lambda} - \kappa_1(T_1 - T_2) \quad (\text{Ekv. 2})$$

$$C_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \kappa_1(T_1 - T_2) - \kappa_2(T_2 - T_3) \quad (\text{Ekv. 3})$$

$$C_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = \kappa_2(T_2 - T_3) \quad (\text{Ekv. 4})$$

$F$  är radiative forcing [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ],  $T_1$  är jordens medeltemperatur vid ytan,  $T_2$  och  $T_3$  är representativa temperaturer vid olika djup i haven,  $C_1$ ,  $C_2$  och  $C_3$  är värmekapaciteten [ $\text{W} \cdot \text{yr} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ] för yt-boxen respektive djuphavsboxarna.  $\kappa_1$  och  $\kappa_2$  är värmeledningskoefficienter [ $\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ], samt  $\lambda$  som är en avgörande parameter för klimatförändringarna.

a). Vad beskriver parametern  $\lambda$  och vilken enhet har den?

(1p)

Använd följande parametervärden:

$$C_1=7 [\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$

$$C_2=50 [\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$

$$C_3=100 [\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$

$$\lambda=0.8 [\text{uppg 3a}]$$

$$\kappa_1=1.1 [\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$

$$\kappa_2=0.7 [\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}].$$

- b). Implementera och eventuellt diskretisera modellen på valfritt vis (förklara ert val av tillvägagångsätt) (3p) och svara på följande frågor:
- c). Simulera och illustrera påverkan på  $\text{CO}_2$  koncentrationen från det år bilen tas i bruk och 200 år framåt. Bilen har en livslängd på 15 år. Kommentera koncentrationskurvan. (2p)
- d). Simulera och illustrera påverkan på de globala medeltemperaturerna  $T_1$ ,  $T_2$  och  $T_3$  från det år bilen tas i bruk och 200 år framåt. Bilen har en livslängd på 15 år. Kommentera temperaturkurvorna. (2p)
- e). Halvera  $\kappa_1$ . Vad händer med  $T_1$ ,  $T_2$  och  $T_3$ ? Förklara resultaten. (2p)

*Se nästa sida för sista uppgiften*

#### 4. Modell 2

Följande modell användes i kursen för att beskriva och studera ett par mekanismer och fenomen:

$$x_{t+1} = rx_t(1 - x_t) - qx_t \quad (\text{Ekv. 5})$$

a). Vilket system var det eller skulle det kunna tänkas ha varit? Vilka mekanismer och fenomen kan man studera med denna modell baserat på val av system som det antas representera/modellera? Vad beskriver de olika termerna i ekvationen? Resonera kring rimliga värden på variabeln och parametrarna. **(4p)**  
*Tips: Det finns flera svar som kan anses vara korrekt här. Det viktiga är kvalitativa resonemang och motiveringar för varför valt system, mekanismer och fenomen kan beskrivas av modellen ovan.*

b). Utför någon av följande modelleringar av systemet:

1. genom att implementera en version av den symboliska modellen i datorn och införa relevanta antaganden och simulera systemets utveckling över tid.
2. genom att göra en konceptuell modell som beskriver samma system, mekanismerna och fenomen
3. med ett eget sätt, argumentera väl för val sätt att modellera systemet, mekanismerna och fenomen

Oavsett val (1-3), motivera valet och avsluta med att, på ett lämpligt vis, illustrera och kommentera resultaten samt hur de beror av använda parametervärden. **(3p)**

*Hoppas att det går bra för dig!*

Bedömningsanvisningar

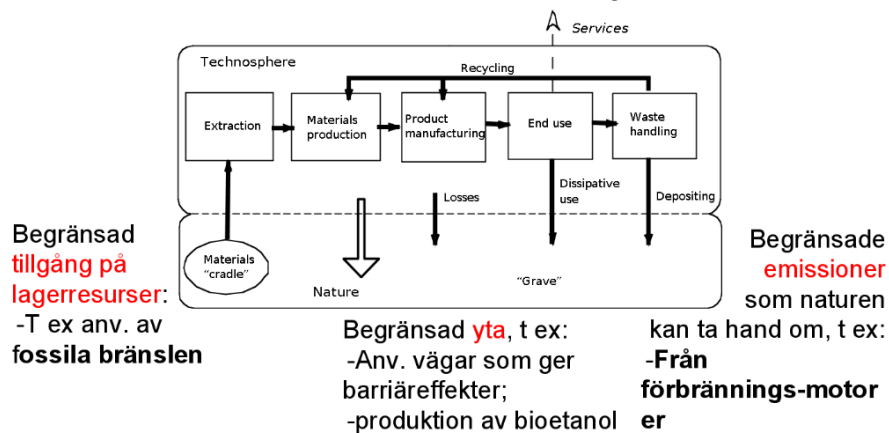
**Tentamen: Miljö och Matematisk Modellering (MVE346) för TM Åk 3,  
klockan 08.30 den 7:e oktober, 2016.**

För att kunna få delpoäng vid felaktigt svar krävs att man beskriver lösningsansatsen, delsteg (exempelvis m.h.a. "pseudokod" dvs konceptuell implementeringsbeskrivning) och att man resonerar om de erhållna resultaten.

Betygsgränser: 12 p för 3:a, 16p för 4:a, 20p för 5:a. Max är 24p.

1. I kursens ingår det en beskrivning av tre begränsningar för en hållbar användning av naturens resurser och tjänster. Visa att du har förstått dessa begränsningar genom att beskriva dem samt genom att ge ett exempel för respektive begränsning på hur transportsystemet har en negativ inverkan på dessa begränsningar. (3p)

## Begränsningar för en hållbar användning av naturens resurser och tjänster



Bedömningsanvisningar

2. Lista och beskriv de två huvudtyperna av ekonomiska styrmedel där utsläpparen betalar. Förklara genom vilka mekanismer de minskar utsläppen. Vad skiljer dem åt och på vilka sätt är de lika? (4p).

*Svar:*

*Skatt (tex koldioxidskatt)*

*Handel med utsläppsrätter*

*•Höjer kostnaden för utsläpp, leder till:*

*–Minskad konsumtion - hushåll har ej råd att konsumera som tidigare*

*–Teknikväxling - ex. bränslebyte, ny teknik*

*–Annan produktion - varor/tjänster från företag i utsläppsintensiva bransher blir dyrare och vi köper andra saker.*

*•Ekonomiska styrmedel är effektiva!*

*–Förlägger beslutet till "lägsta nivå" då företag och hushåll anpassar sig till de höjda kostnaderna. Varje aktör gör (i teorin) de förändringarna som är billigast/bäst för just dem.*

Bedömningsanvisningar

### 3. Klimat modell

En Volvo XC90 T6 AWD (320 hk) släpper vid blandad körning ut 186 gCO<sub>2</sub> /km. Du ska beräkna klimateffekten av att använda bilen över en period på 15 år. Antag att bilen körs 1500 mil per år.

Commented [ES1]: Nästan 3 ton CO2

Till ditt förfogande har du ett impulssvar för hur den atmosfäriska CO<sub>2</sub> koncentrationen påverkas av en utsläppsimpuls och en energibalansmodell där påverkan på den globala medeltemperaturen kan beräknas. Du vet även att 1 Gton CO<sub>2</sub> i atmosfären motsvarar 0.128 ppm CO<sub>2</sub>, och vi antar att varje ppm CO<sub>2</sub> i atmosfären leder till en radiative forcing på  $1.3 \cdot 10^{-2}$  [W·m<sup>-2</sup>·ppm<sup>-1</sup>].

Commented [ES2]:  $3 \cdot 10^9$  Gt-ger ca  $0,39 \cdot 10^{-9}$  ppm CO2 per år

Impulssvaret består av en summation av exponentialfunktioner med olika relaxationstider  $\tau_i$

$$f(t) = A_0 + \sum_i A_i e^{-t/\tau_i} \quad (\text{Ekv. 1})$$

	CO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>
<i>i</i>	<i>A<sub>i</sub></i>	$\tau_i$ [år]
0	0.217	NA
1	0.186	1.186
2	0.338	18.51
3	0.259	172.9

Energi-balansmodellen används för att beräkna skillnaden i temperatur jämfört med ett start år då systemet befinner sig i jämvikt.

$$C_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = F - \frac{T_1}{\lambda} - \kappa_1(T_1 - T_2) \quad (\text{Ekv. 2})$$

$$C_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \kappa_1(T_1 - T_2) - \kappa_2(T_2 - T_3) \quad (\text{Ekv. 3})$$

$$C_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = \kappa_2(T_2 - T_3) \quad (\text{Ekv. 4})$$

F är radiative forcing [W·m<sup>-2</sup>], T<sub>1</sub> är jordens medeltemperatur vid ytan, T<sub>2</sub> och T<sub>3</sub> är representativa temperaturer vid olika djup i haven, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> och C<sub>3</sub> är värmekapaciteten [W·yr·K<sup>-1</sup>·m<sup>-2</sup>] för yt-boxen respektive djuphavsboxarna.  $\kappa_1$  och  $\kappa_2$  är värmeledningskoefficienter [W·K<sup>-1</sup>·m<sup>-2</sup>], samt  $\lambda$  som är en avgörande parameter för klimatförändringarna.

a). Vad beskriver parametern  $\lambda$  och vilken enhet har den?

(1p)

0,5p för korrekt beskrivning av parametern betydelse (beskriver klimatkänsligheten..) + 0,5p för korrekt enhet K/(w/m<sup>2</sup>)

Commented [ES3]: NÄSTA GÅNG – be dem förklara vad denna känslighet säger/innebär också

Bedömningsanvisningar

Använd följande parametervärden:

$$C_1=7 \text{ [W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2} \text{ ]}$$

$$C_2=50 \text{ [W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2} \text{ ]}$$

$$C_3=100 \text{ [W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2} \text{ ]}$$

$$\lambda=0.8 \text{ [uppg 3a]}$$

$$\kappa_1=1.1 \text{ [W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2} \text{ ]}$$

$$\kappa_2=0.7 \text{ [W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2} \text{ ]}.$$

b). Implementera och eventuellt diskretisera modellen på valfritt vis (förklara ert val av tillvägagångsätt) (3p) och svara på följande frågor:

**1,5p för korrekt implementering eller implementeringsbeskrivning för IRF**

**1,5p för korrekt implementering eller implementeringsbeskrivning för energibalansmodell**

c). Simulera och illustrera påverkan på CO<sub>2</sub> koncentrationen från det år bilen tas i bruk och 200 år framåt. Bilen har en livslängd på 15 år. Kommentera koncentrationskurvan. (2p)

**0,5p för korrekt anv. av scenario + 0,5p för rimlig illustr. av korrekt resultat + 1p för kommentar kring resultat**

d). Simulera och illustrera påverkan på de globala medeltemperaturerna T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub> och T<sub>3</sub> från det år bilen tas i bruk och 200 år framåt. Bilen har en livslängd på 15 år. Kommentera temperaturkurvorna. (2p)

**0,5p för korrekt uträkningsmetod av rad forc.+ 0,5p för rimlig illustr. av korrekt resultat + 1p för kommentar kring resultat**

e). Halvera  $\kappa_1$ . Illustrera vad som händer med T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub> och T<sub>3</sub>? Förklara relevansen av simuleringen och vad resultaten innebär. (2p)

**0,5p för korrekta svar illustrerade på lämpligt vis.+ 1p för fysikaliskt korrekt förklaring till resultaten+0,5p för relevansen av simuleringen (något i stil med att det är osäkert hur mycket värme som faktiskt går ner i djuphaven, därför vill vi veta effekten av olika värmeledningskoeff.)**



Bedömningsanvisningar

#### 4. Modell 2

Följande modell användes i kursen för att beskriva och studera ett par mekanismer och fenomen:

$$x_{t+1} = rx_t(1 - x_t) - qx_t \quad (\text{Ekv. 5})$$

a). Vilket system var det eller skulle det kunna tänkas ha varit? Vilka mekanismer och fenomen kan man studera med denna modell baserat på val av system som det antas representera/modellera? Vad beskriver de olika termerna i ekvationen? (4p)

*Tips: Det finns flera svar som kan anses vara korrekt här. Det viktiga är kvalitativa resonemang och motiveringar för varför valt system, mekanismer och fenomen kan beskrivas av modellen ovan.*

**0.5p för populationsdynamik/ekosystem modell alt. för övertygande argument för ett exempel på system + 1.5p en populations tillväxt enligt logistiska avbildningen vilket beskriver nästan exp. tillväxt i början följt av exp avtag. I närheten av bäringskap + 1p skördande i log. avb. modell. + 0.5p för alla termer korrekt + 0.5p . Diskussion av studie av maximal bärkraftigt utnyttjande i systemet**

b). Utför någon av följande modelleringar av systemet:

1. genom att implementera en version av den symboliska modellen i datorn och införa relevanta antaganden och simulera systemets utveckling över tid.
2. genom att göra en konceptuell modell som beskriver samma system, mekanismerna och fenomen
3. med ett eget sätt, argumentera väl för val sätt att modellera systemet, mekanismerna och fenomen

Oavsett val (1-3), motivera valet och avsluta med att, på ett lämpligt vis, illustrera och kommentera resultaten samt hur de beror av använda parametervärden. (3p)

**1p för en rimlig modellerings approach vald och beskriven på ett korrekt sätt +1p för implementering av den och illustration av resultat + 1 p för resultat som ber. Av parametervärden (inkl. det kaotiska beteendet) och gränser på r och q samt deras förhållande till varandra.**

Hoppas att det går bra för dig!