

Tentamen: Miljö och Matematisk Modellering (MVE345) för TM Åk 3, VÖ13 klockan 14.00 den 26:e augusti, 2015.

För uppgifter som kräver en numerisk lösning så skriv ned ditt svar och hur ni gick till väga för att lösa uppgiften (använd helst inte programkod), lägg till eventuella grafer eller illustrationer och spara svaren som separata pdf-filer i mapparna C:__EXAM__\Assignments\Uppgift1, C:__EXAM__\Assignments\Uppgift2, osv. För att kunna få delpoäng vid felaktigt svar krävs att man beskriver lösningsansatsen, delsteg (exempelvis m.h.a. "pseudokod" dvs konceptuell implementeringsbeskrivning) och att man resonerar om de erhållna resultaten. För uppgifter som endast kräver analytiska lösningar eller ett resonerade svar kan ni välja att antingen skriva dessa på datorn eller för hand. Skriv ner namnet på den dator ni använder på mappen som ni lämnar in till tentamensvakten.

Betygsgränser: 12 p för 3:a, 16p för 4:a, 20p för 5:a.

Lärarkontakt under tentamen: Erik Sterner, telefonnummer: 0709720196

1. Förklara kortfattat vad som menas med konceptet planetära gränser. (2p)
2. Förklara vad som menas med reserver och resurser av t.ex. olja och förklara skillnaden mellan dessa två begrepp. (2p)
3. Nämn två av de viktigaste förväntade effekter av klimatförändringarna som kommer att direkt påverka oss människor och analysera om dessa effekter i sig sannolikt kommer att förstärka, försvaga eller inte påverka den klimatförändring som förorsakade dem. (2p)
4. Du ska beräkna stegsvaret för jordens medeltemperatur vid ytan (T_1) och för temperaturer T_2 och T_3 , som är representativa temperaturer vid olika djup i haven, för ett radiative forcing (F) steg på 1 W/m^2 .

Till din hjälp har du en enkel modell över jordens energibalans. Modellen användas för att beräkna skillnaden i temperatur jämfört med ett start år då systemet befinner sig i jämvikt.

$$\begin{aligned}C_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} &= F - \frac{T_1}{\lambda} - \kappa_1(T_1 - T_2) \\C_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} &= \kappa_1(T_1 - T_2) - \kappa_2(T_2 - T_3) \\C_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} &= \kappa_2(T_2 - T_3)\end{aligned}$$

C_1 , C_2 och C_3 är värmekapaciteten [$\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^2$] för yt-boxen respektive djuphavsboxarna. κ_1 och κ_2 är värmeledningskoefficienter [$\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$], samt λ som är en avgörande parameter för klimatförändringarna.

- a) Vad heter parametern λ , vilka enhet har den och vad beskriver den? (1p)

Använd följande parametervärden:

$$C_1=7 [\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$

$$C_2=50 [\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$

$$C_3=100 [\text{W}\cdot\text{yr}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$

$$\lambda=0.8 [\text{uppg 2a}]$$

$$\kappa_1=1.1 [\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}]$$

$$\kappa_2=0.7 [\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}].$$

- b) Visa i figur hur T_1 , T_2 och T_3 utvecklas över tiden (under 1000 år). Förklara även hur ni använder modellen, till exempel om och hur ni diskretiserar modellen, när ni beräknar T_1 , T_2 och T_3 . **(6p)**

5.

Anta att du har en fiskpopulation med populationsdynamiken

$$\dot{x} = \alpha x(1 - x/k)$$

om fiskarna lämnas orörda. Anta vidare att du fiskar i populationen med en intensitet q , vilket ger ett negativt bidrag till populationen enligt

$$\dot{x} = \alpha x(1 - x/k) - qx$$

men att det också finns en kostnad β för att fiska som gör att din vinst blir

$$Y = qx - \beta q$$

Hur ska du välja q för att maximera avkastningen Y över lång tid? Vad blir avkastningen? **(5p)**

6.

Diffusion på en cirkel. Tänk dig ett antal (till exempel 100) noder på en cirkel. Anta att noderna utbyter partiklar med sina grannar enligt diffusionsekvationen, dvs partiklar hoppas slumpmässigt moturs eller medurs mellan grann-noder på cirkeln. Tidsutvecklingen för densiteten av partiklar i noderna ρ_i ges då av ekvationen

$$\dot{\rho}_i = D \sum_j A_{ij} \rho_j$$

där matrisen A_{ij} kan ses som en diskret Laplace operator (dvs an andraderivata i rummet).

Sätt upp matrisen A i matlab och räkna ut egenvärden och egenvektorer. Plotta hur egenvektorerna ser ut. Kommentera resultatet. **(6p)**

Lycka till!