

## Tentamen: Miljö och Matematisk Modellering (MVE345) för TM Åk 3, VÖ13 klockan 14.00 den 16:e april.

För uppgifter som kräver en numerisk lösning så skriv ned ditt svar och (helst inte programkod), lägg till eventuella grafer eller illustrationer och spara svaren som separata pdf-filer i mapparna C:\\_EXAM\\_Assignments\Uppgift1, C:\\_EXAM\\_Assignments\Uppgift2, osv. För att kunna få delpoäng vid felaktigt svar krävs att man beskriver lösningsansatsen, delsteg (exempelvis m.h.a. "pseudokod" dvs konceptuell implementeringsbeskrivn.) och att man resonerar om de erhållna resultaten.

För uppgifter som endast kräver analytiska lösningar eller ett resonerade svar kan ni välja att skriva dessa på datorn eller för hand. Skriv ner namnet på den dator ni använder på mappen som ni lämnar in till tentamensvakten.

Betygsgränser: 12 p för 3:a, 16p för 4:a, 20p för 5:a.

Lärarkontakt under tentamen: **Niklas Jakobsson, Tel: 031 - 772 21 02.**

---

- 1) Anta att vi har två isolerade populationer (kanske av samma fiskart). Varje population har en intern dynamik enligt den logistiska avbildningen

$$dx/dt = \alpha x(1-x)$$

$$dy/dt = \beta y(1-y)$$

Vi antar vidare att en fiskare "skördar" med konstant insats  $q$  i detta systemet, utan att kunna (eller bry sig om att) skilja på fisken i population  $x$  och  $y$ . De nya populationsdynamikerna blir då

$$dx/dt = \alpha x(1-x) - qx$$

$$dy/dt = \beta y(1-y) - qy$$

Vad blir maximal total avkastning i detta systemet (dvs  $q(x + y)$ )? Diskutera hur resultatet beror av  $\alpha/\beta$ . Kommentera den biologiska relevansen av ditt resultat.

- 2) Den vanliga diffusionsekvationen:

$$\partial f/\partial t = \partial^2 f/\partial x^2$$

beskriver spridningen av ett stor mängd partiklar på intervallet  $[0, 1]$  (med openetrerbara väggar). Vid tidpunkten  $t=0$  finns alla partiklar uniformt distribuerade på intervallet  $[0, 1/2]$ . Hur utvecklas fraktionen av partiklar på intervallen  $[0, 1/2]$  respektive  $[1/2, 1]$  som funktion av tiden? (Svar kan baseras på simulering eller analytiska räkningar men det sistnämnda går kanske inte att uttrycka på analytiskt slutet form.)

- 3) "Hållbar utveckling" sägs ofta ha tre dimensioner; vilka är dessa tre dimensioner? Förklara även kortfattat vad var och en av de tre dimensionerna innebär? (3p)

4) Du ska beräkna ökningen i atmosfärens koldioxidhalt och den globala medeltemperaturökningen jämfört med den förindustriella nivån över en period på 200 år för ett givet  $\text{CO}_2$  utsläppsscenario. Antag att utsläppen börjar på en nivå av 5 Gt  $\text{CO}_2$  per år i år 0 och sedan växer med 3 % per år till år 70. Under år 71 till 80 så är utsläppen konstanta på den nivå man uppnår år 70, efter år 80 faller utsläppen med 2 % per år. Till ditt förfogande har du ett impulssvar för hur den atmosfäriska  $\text{CO}_2$  koncentrationen påverkas av en utsläppsimpuls och ett impulssvar för hur den globala medeltemperaturen påverkas av en

”radiative forcing” impuls. Du vet även att 1 Gton CO<sub>2</sub> i atmosfären motsvarar 0.128 ppm CO<sub>2</sub> [ppm·Gt<sup>-1</sup>], och vi antar att varje ppm CO<sub>2</sub> i atmosfären leder till en radiative forcing på  $1.4 \cdot 10^{-2}$  [W·m<sup>-2</sup>·ppm<sup>-1</sup>]. Anta att impulssvaren består av en summation av exponentialfunktioner med olika relaxationstider ()

	CO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	Temp	Temp
		[år]		[år]
0	0.217	NA	NA	NA
1	0.186	1.186	0.075	8.4
2	0.338	18.51	0.0011	409.5
3	0.259	172.9	NA	NA

Var tydlig med att ange övriga ev. antaganden.

(a) Simulera, uppskatta och illustrera hur CO<sub>2</sub> koncentrationen jämfört med den förindustriella nivån utvecklas över de 200 åren. (3p)

(b) Simulera, uppskatta och illustrera hur den globala medeltemperaturökningen jämfört med den förindustriella nivån utvecklas över de 200 åren. (3p)

(c) Vilken klimatkänslighetsparameter [K·W<sup>-1</sup>·m<sup>2</sup>] får man av impulsvaret för temperaturen? (2p)

(d) Modellen bygger på linjära samband, vilket är en relativt grov förenkling. Peka ut minst två delar av modellen där detta linjäritetsantagande kan vara för grovt för att ge en bra uppskattning av den temperaturpåverkan vårt CO<sub>2</sub> scenario leder till. Utgå från vad vi diskuterat i kursen. (2p)

*Lycka till!*