

MATEMATIK Göteborgs Universitet

Tentamen i Algebraiska strukturer (MAN 290, MAL 600) 2008-01-19

Hjälpmedel : Inga.

Telefonvakt : 0762-721860 eller 0762-721861

- 1a) Visa att det finns två icke-isomorfa grupper av ordning $n=6$. 2p)
b) Kan detta inträffa för något mindre heltal n ? 2p)
- 2) Bestäm kommutatorn $\sigma^{-1}\tau^{-1}\sigma\tau$ av elementen $\sigma=(123)$, $\tau=(145)$ i S_5 . 4p)
- 3) Låt G vara den multiplikativa gruppen av alla element i restklassringen \mathbf{Z}_{17} som har en multiplikativ invers.
- a) Bestäm ordningen n av gruppen G .
b) Visa att varje element i G har ordning 1,2,4,8 eller 16 och ange ett element av ordning 16.
c) Konstruera en explicit isomorfi från den additiva gruppen \mathbf{Z}_n till den multiplikativa gruppen G . 4p)
- 4) Låt G vara en grupp och N en delgrupp av G så att $g^2 \in N$ för varje $g \in G$. Visa att N är en normal delgrupp till G . (Ledning : Studera $(gn)^2$ för $g \in G$ och $n \in N$.) 4p)
- 5) Visa att kärnor till ringhomomorfier är ideal och att varje ideal är kärna till en ringhomomorfi. 4p)
- 6a) Visa att ringarna $\mathbf{Q}[X]/(X^2)$ och $\mathbf{Q} \times \mathbf{Q}$ ej är isomorfa. 3p)
b) Bestäm idealen i de båda ringarna. 2p)

*Tentan beräknas vara rättad inom två-tre veckor och visas då på expeditionen.
Tänk på att alla svar och påståenden måste motiveras för att berättiga till poäng.*