

MATEMATIK , Göteborgs Universitet

Tentamen i Algebraiska Strukturer (MAL 600 , MAN 290) 2006-01-10

Hjälpmedel : Inga.

Telefonvakt : Johan Jansson, Peter Lindroth 0762 - 72 18 60

1. Låt G vara en grupp och $\varphi:G\rightarrow G$ avbildningen där $\varphi(g)=g^{-1}$ för alla $g\in G$.
 - a) Visa att φ är en isomorfi om och endast om φ är en homomorfi. 1p
 - b) Visa att φ är en homomorfi om G är abelsk. 2p
 - c) Visa att G är abelsk om φ är en homomorfi. 2p
2. Formulera och visa fundamentala homomorfisatsen för grupper. 3p
3. Varje sida i en regelbunden femhörning färgas vit eller svart. Bestäm genom att använda Burnsidessats antalet olika sådana femhörningar. Två femhörningar anses därvid lika om de överensstämmer efter vridningar i planet. (Observera att speglingar ej är tillåtna.) 4p
4. Visa att $\sqrt{2006}$ är irrationellt. 3p
5. Ett element r i en ring R kallas nilpotent om $r^n=0$ för något positivt heltal n . Visa att de nilpotenta elementen i en kommutativ ring utgör ett ideal i ringen. 3p
6. Låt $\theta: K\rightarrow R$ vara en ringhomomorfi från en kropp till en ring. Visa att θ är injektiv såvida inte $\theta(\alpha)=0$ för alla $\alpha\in K$. 3p
7. Visa eller motbevisa att det finns en kropp med n element för
 - a) $n=4$ 2p
 - b) $n=5$ 1p
 - c) $n=6$. 1p

*Tentorna beräknas vara rättade inom tre veckor och visas då i mottagningsrummet.
Tänk på att alla svar och påståenden måste motiveras för att berättiga till poäng !*