

MATEMATIK , Göteborgs Universitet
Tentamen i Algebraiska Strukturer (MAL 600 , MAN 290) 2005-01-03
Hjälpmedel : Inga.
Telefonvakt :

1. Låt $*$: $G \times G \rightarrow G$ vara en associativ binär operation på mängden G .
 - a) Visa att $(G, *)$ har högst ett enhetselement.
 - b) Visa att varje element i G har högst en invers med avseende på $*$. 4p)
2. Låt G vara en grupp och H en delgrupp av G . Låt vidare N vara en normal delgrupp av G och $HN \subseteq G$ delmängden av alla $g \in G$ som kan skrivas som en produkt $g=hn$ för element $h \in H$ och $n \in N$. Visa att HN är en delgrupp av G . 4p)
3. Låt R vara ett integritetsområde och x, y vara element i R som genererar samma ideal i R . Visa att $y=ux$ för något inverterbart element $u \in R$. 3p)
4. Låt K vara en kropp med fyra olika element $0, 1, x, y$. Skriv upp additions- och multiplikationstabeller för $K = \{0, 1, x, y\}$. 5p)
5. a) Låt $f: S_n \rightarrow S_n$ vara avbildningen där $f(\sigma)=\sigma^2$ för alla $\sigma \in S_n$. För vilka $n \geq 3$ är f en grupphomomorfi av S_n in i sig själv ?

b) Finns det $n \geq 3$ för vilka $f: S_n \rightarrow S_n$ ej är en homomorfi, men för vilka avbildningen $f_k: S_n \rightarrow S_n$ med $f_k(\sigma)=\sigma^k$ för alla $\sigma \in S_n$ är en homomorfi för något $k > 2$? 5p)
6. Ge exempel på en kropp K med en icke-surjektiv ringhomomorfi av K in i sig själv. 4p)

Alla svar måste motiveras. Resultaten anslås om två veckor.