

Tentamensskrivning i flervariabelanalys F1 (MVE035) och reell matematisk analys F, delB (TMA975), 2006-03-10, kl. 8.30-12.30 i V

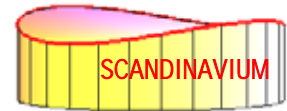
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa

Telefon: Johan Jansson, tel. 0762-721860

OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

1. Låt $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy - 6$.
- a) Ange en ekvation för tangentplanet till ytan $z = f(x, y)$ i punkten $(1, 2, 3)$. (5p)
 - b) Bestäm riktningsderivatan av f i punkten $(1, 2)$ i riktningen $(2, 1)$. (3p)
 - c) Bestäm alla stationära punkter till f och deras karaktär. (7p)

2. Scandinavium K i Göteborg definieras (i lämpligt koordinatsystem) av olikheterna $0 \leq z \leq 15 + \frac{x^2}{500}$, $x^2 + y^2 \leq 2500$.



- a) Beräkna volymen av K . (6p)
- b) Beräkna arean av Scandinaviums yttervägg
[Scandinaviums yttervägg är ytan $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 2500, 0 \leq z \leq 15 + \frac{x^2}{500}\}$]. (6p)
- c) Beräkna flödet av $\mathbf{v} = (x, y, 2z)$ ut ur Scandinavium genom tak och yttervägg
[Scandinaviums tak är ytan $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 2500, z = 15 + \frac{x^2}{500}\}$]. (5p)
- d) Klockan 12 en vacker vårdag var temperaturen på och kring Scandinaviums tak $T(x, y, z) = 10^{-3}(y^2 - xy + 500z)$ [° Celsius].
Mellan vilka värden varierade temperaturen på K 's tak då? (7p)

3. Låt $\mathbf{F} = \left(\frac{1}{1+(x-y)^2}, \frac{y+z}{1+(y+z)^2}, -\frac{1}{1+(x-y)^2}, \frac{y+z}{1+(y+z)^2} \right)$.
- Visa att \mathbf{F} är konservativt i \mathbb{R}^3 och beräkna det arbete som \mathbf{F} uträttar längs kurvan $C : \mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = (e^{\cos 2t}, e^{\sin 2t}, -\cos t)$, $0 \rightarrow t \rightarrow \pi$. (8p)

4. a) Definiera differentialen av ett fält $\mathbf{F} : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ i en punkt \mathbf{a} . (3p)
- b) Formulera Stokes' sats. (3p)

5. Formulera och bevisa en formel för derivering av en sammansatt funktion $f(x(t), y(t))$. (7p)

Betygsgränser: 24p – 35p ger betyget 3, 36p – 47p ger betyget 4, 48p eller mer ger betyget 5 BB

SVAR:

06-03-10: **1a)** $4x - 28y + z + 49 = 0$ **b)** $4\sqrt{5}$ **c)** $(0,0)$ (sadelpunkt), $\pm(1,1)$ (lok. minimipunkter)
2a) 40625π **b)** 1750π **c)** 162500π **d)** $V_T = [7.5^\circ, 11.25^\circ]$ **3)** $\ln\sqrt{5}$

06-08-30: **2a)** $(0,0), (1,0), (0,1), (1,1)$ sadelpunkter, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ str. lok. minimipunkt **b)** $V_f = [0, \frac{1}{16}]$
3) arean är 16, tangentplan: $x - 2y + 2z = 1$ **4a)** $\pi(8\ln 2 - 3)$ **b)** $\pi(2\ln 3 - 1)$
5a) nej **b)** ja **c)** $\frac{1}{2}(e - e^{\cos 1})$

07-01-19: **1a)** $2x + 2y - z = 5$ **b)** $\frac{6}{\sqrt{5}}$ **c)** $\frac{13\pi}{3}$ **2)** $f(x, y) = 12(x^3 + y^3) + 18(x^2 - y^2)$
3) $\frac{32}{3}$ **4)** $[-15, 15]$ **5a)** ja **b)** 64

kroppen i 07-01-19, uppg. 3:

