

Komplex analys, MVE025/MVE295

2023 01 05, 14:00-18:00

Kursansvarig: David Witt Nyström, 0767794288

Betygsgränser: 0-19.5 (U), 20-29.5 (3), 30-39.5 (4), 40-50 (5)

1. Låt M vara Möbiusavbildningen sådan att $M(-1) = \infty$, $M(1) = 0$ och $M(2) = i$. Bestäm $M(A)$ där $A := \{z : |z| > 1, |z - 1/2| < 3/2\}$.

(6p)

2. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{|z|=1/2} \sin(2/z) \operatorname{Log}(z+2) dz.$$

(8p)

3. Bestäm antalet nollställen till $z^3 + 3z + e^z/3$ i området $\{z : -1 < \operatorname{Re}(z) < 1, -2 < \operatorname{Im}(z) < 2\}$.

(8p)

4. Använd residykalkyl för att bestämma Fouriertransformen av funktionen

$$\frac{x}{(x^2 - x + 1)^2}.$$

(8p)

5. Hitta en följd a_k vars Z -transform är $1/(1+2z)^3$.

(5p)

6. Formulera och bevisa Algebrans Fundamentalsats.

(5p)

7. Formulera och bevisa Argumentprincipen.

(5p)

8. Låt u vara en harmonisk funktion i $\mathbb{C} \setminus \{0\}$. Visa att u har ett harmoniskt konjugat v i $\mathbb{C} \setminus \{x \in \mathbb{R} : x \leq 0\}$ med egenskapen att gränsvärdet

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} (v(x+iy) - v(x-iy))$$

existerar och är samma för alla $x < 0$.

(5p)

Lycka till!
David

